

حرکت‌شناسی در حرکت دایره‌ای

سرعت زاویه‌ای متوسط و لحظه‌ای و مکان زاویه‌ای

در حرکت یک جسم بر مسیر دایره‌ای به تعاریف زیر دقت کنید:

۱. دوره (زمان تناوب یا پریود) (T): مدت زمانی که طول می‌کشد تا ذره روی مسیر دایره‌ای یک دور کامل طی کند دوره نامیده می‌شود و یکای آن در SI، ثانیه است.

۲. بسامد (فرکانس) (f): تعداد دورهای ذره را در یک ثانیه بسامد (فرکانس) می‌گویند و واحد آن در SI هرتز است که آن را با Hz نمایش می‌دهند. (n: تعداد دورها و t: زمان طی کردن این دورها)

$$f = \frac{n}{t} = \frac{1}{T}$$

۳. مکان زاویه‌ای (θ): مکان ذره را روی مسیر دایره‌ای در هر لحظه می‌توان با زاویه‌ی θ نسبت به محور افق (OX) نمایش داد که به این زاویه‌ی θ، مکان زاویه‌ای می‌گوییم و آن را به صورت تابعی از θ بر حسب t بیان می‌کنیم. $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ را جابجایی زاویه‌ای ذره می‌نامیم.

۴. سرعت زاویه‌ای متوسط (ω̄): نسبت جابجایی زاویه‌ای ذره به زمان آن را سرعت زاویه‌ای متوسط می‌نامیم و یکای آن در SI، رادیان بر ثانیه است. (rad/s)

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

۵. سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای (ω): سرعت زاویه‌ای ذره در هر لحظه را سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای ذره می‌گوییم، یعنی: (سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای را به

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

اختصار سرعت زاویه‌ای نیز می‌گویند.)

حرکت دایره‌ای یکنواخت

حرکت دایره‌ای یکنواخت: هرگاه اندازه‌ی سرعت زاویه‌ای ذره‌ای که بر روی مسیر دایره‌ای در حرکت است، ثابت بماند، حرکت ذره، دایره‌ای یکنواخت خواهد بود. در این حالت سرعت زاویه‌ای متوسط در هر بازه‌ی زمانی دلخواه و سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای با هم برابر هستند. در این نوع حرکت، رابطه‌ی

$$\bar{\omega} = \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow \theta = \omega t + \theta_0$$

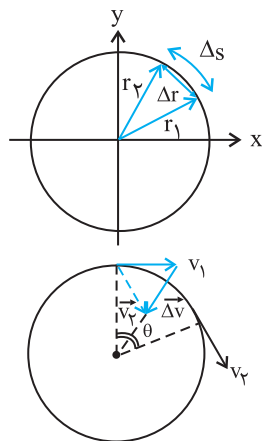
مکان زاویه‌ای به صورت روبه‌رو است:

حرکت دایره‌ای غیر یکنواخت: در این حالت اندازه‌ی سرعت زاویه‌ای ذره‌ای که بر روی مسیر دایره‌ای در حرکت است، ثابت نیست. اگر سرعت زاویه‌ای ذره نسبت به زمان متغیر باشد، با داشتن معادله مکان زاویه‌ای (θ - t) می‌توان با مشتق‌گیری از آن، معادلات سرعت زاویه‌ای - زمان و شتاب زاویه‌ای

$$\theta = f(t), \quad \omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad a = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

- زمان را به دست آورد و داریم:

سرعت خطی و شتاب مرکز‌گرا در حرکت دایره‌ای



سرعت خطی در حرکت دایره‌ای: می‌دانیم که سرعت خطی جسم، همواره بر مسیر حرکت مماس است. می‌توان رابطه‌ی بین سرعت خطی و سرعت زاویه‌ای در حرکت دایره‌ای را به صورت زیر نشان داد:

$$|\vec{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta \vec{r} = \Delta s} \rightarrow |\vec{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad \text{حد } s=r\theta \rightarrow v = \frac{d(r\theta)}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} \quad \omega = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow v = r\omega$$

شتاب در حرکت دایره‌ای یکنواخت: شتاب یک متحرک ناشی از تغییر بردار سرعت متحرک است. از آن‌جایی که سرعت کمیتی برداری است، این تغییر می‌تواند ناشی از تغییر در اندازه و یا راستای بردار باشد. در حرکت دایره‌ای یکنواخت بزرگی بردار سرعت ثابت است ولی راستای بردار سرعت تغییر می‌کند. در اینجا شتاب ناشی از تغییر راستای بردار سرعت همواره در راستای شعاع دایره و سوی آن به طرف مرکز است. به این شتاب، شتاب مرکز‌گرا گویند و از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

$$a = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 = v\omega$$

محاسبه‌ی سرعت خطی نقطه‌ای واقع بر سطح زمین در عرض جغرافیایی α:

سرعت زاویه‌ای حرکت وضعی زمین، در تمام نقاط زمین یکسان است و به صورت زیر محاسبه می‌شود که در آن T دوره‌ی چرخش زمین به دور خود ۲۴ ساعت است.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \dots\dots\dots$$

اگر فاصله‌ی هر نقطه‌ای مانند A در عرض جغرافیایی α واقع بر سطح زمین تا محور چرخش زمین را با r نمایش دهیم، می‌توان نوشت: (R_e شعاع زمین است) $r = R_e \cos \alpha$. در این صورت سرعت خطی این نقطه به صورت

$$v = R_e \omega \cos \alpha \quad \text{محاسبه می‌شود.}$$

مکان زاویه‌ای، سرعت زاویه‌ای متوسط و لحظه‌ای

۶۵۹- سرعت زاویه‌ای متوسط عقربه‌ی شمار ساعت چند رادیان بر ثانیه است؟

- (۱) $\frac{\pi}{30}$ (۲) $\frac{\pi}{60}$ (۳) $\frac{\pi}{3600}$ (۴) $\frac{\pi}{1800}$

۶۶۰- سرعت زاویه‌ای متحرکی که با حرکت یکنواخت دایره‌ای به قطر ۱۵ متر را در مدت $\frac{4}{5}$ ثانیه دور می‌زند، چند رادیان بر ثانیه است؟

تیب ۲۹۲ (فیزیک پیش - فصل ۲ - ریاضی مثال ۲-۸ - تجربی مثال ۲-۶) (سراسری تجربی - ۶۸)

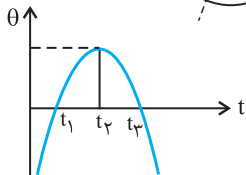
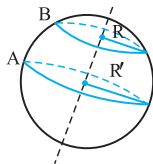
- (۱) $\frac{3}{10}\pi$ (۲) $\frac{4}{9}\pi$ (۳) $\frac{9}{4}\pi$ (۴) $\frac{10}{3}\pi$

۶۶۱- اگر شعاع مدار استوا که از نقطه‌ی A می‌گذرد، برابر R' و شعاع مدار دیگری که از B می‌گذرد، برابر $R = \frac{1}{4}R'$ باشد، سرعت زاویه‌ای نقطه‌ی A در حرکت

وضعی زمین چند برابر سرعت زاویه‌ای B می‌باشد؟

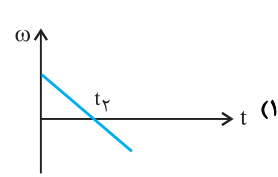
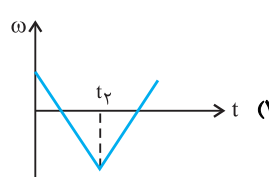
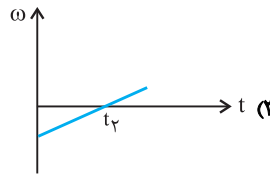
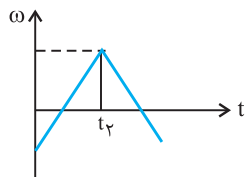
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۲

(سراسری ریاضی - ۷۵)



۶۶۲- شکل روبه‌رو نمودار مکان زاویه‌ای یک متحرک روی مسیری دایره‌ای شکل نسبت به زمان است. نمودار سرعت زاویه‌ای متحرک نسبت به زمان کدام است؟

(سراسری ریاضی - ۸۴)



سرعت و شتاب خطی در حرکت دایره‌ای

۶۶۳- پره‌ی یک هلیکوپتر با سرعت 90° دور در دقیقه می‌چرخد. اگر قطر دایره‌ای که لبه‌ی پره طی می‌کند، ۴ متر باشد، سرعت لبه‌ی پره چند متر بر ثانیه است؟

تیب ۲۹۳ (فیزیک پیش - فصل ۲ - ریاضی تمرین ۱۱ - تجربی تمرین ۸) (سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۲)

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) 6π (۴) 12π

۶۶۴- طول عقربه‌ی دقیقه‌شمار یک ساعت دیواری ۲ برابر طول عقربه‌ی ساعت‌شمار آن است. اندازه‌ی سرعت خطی نوک عقربه‌ی دقیقه‌شمار چند برابر سرعت خطی نوک عقربه‌ی ساعت‌شمار است؟ (حرکت عقربه‌ها یک‌نواخت فرض شده است.)

تیب ۲۹۴ (فیزیک پیش - فصل ۲ - ریاضی تمرین ۲-۷ - تجربی تمرین ۲-۶) (سراسری تجربی - ۸۴)

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۴۸

۶۶۵- در حرکت وضعی زمین به دور محور خود، سرعت خطی نقطه‌ای در مدار جغرافیایی 60° درجه‌ی شمالی چند برابر سرعت خطی نقطه‌ای واقع در مدار جغرافیایی 30° درجه‌ی شمالی است؟

تیب ۲۹۵ (فیزیک پیش - فصل ۲ - ریاضی مثال ۲-۹ - تجربی مثال ۲-۷) (سراسری ریاضی - ۸۵)

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۶۶۶- گلوله‌ای با سرعت 10 m/s روی دایره‌ای به شعاع ۵ متر در حرکت است. شتاب مرکزگرای گلوله چند متر بر مجذور ثانیه است؟

(سراسری تجربی - ۷۴)

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۶۶۷- یک ذره روی محیط دایره‌ای به شعاع 120° سانتی‌متر به طور یکنواخت در هر دقیقه 30° دور می‌زند. شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

تیب ۲۹۶ (فیزیک پیش - فصل ۲ - ریاضی تمرین ۲-۸ - تجربی تمرین ۲-۷) (سراسری تجربی - ۷۵)

- (۱) ۱۰ ($\pi^2 = 10$) (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۲۷

۶۶۸- ذره‌ای در هر دقیقه ۶ بار مسیری به شکل دایره به محیط ۱۲ متر را به طور یکنواخت طی می‌کند. اندازه‌ی شتاب مرکزگرای ذره چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۸)

- (۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{18}{5}$ (۳) $\frac{18}{25}$ (۴) $\frac{25}{6}$

۶۶۹- اگر در یک حرکت دایره‌ای یکنواخت، شعاع انحنای مسیر و سرعت خطی متحرک ۲ برابر شود، شتاب مرکزگرا چند برابر می‌شود؟

(سراسری تجربی - ۸۸)

- ۱) ۵/۰ (۱) ۲) ۱ (۲) ۳) ۲ (۳) ۴) ۴ (۴)

۶۷۰- جرم گلوله‌ی A دو برابر جرم گلوله‌ی B است. هر دو روی یک مسیر دایره‌ای با سرعت برابر می‌چرخند. شتاب مرکزگرای گلوله‌ی A چند برابر شتاب مرکزگرای گلوله‌ی B است؟

(سراسری ریاضی - ۸۳)

- ۱) ۱ (۱) ۲) ۲ (۲) ۳) ۳ (۳) ۴) ۴ (۴)

۶۷۱- دو متحرک A و B هر کدام با سرعت ثابت روی مسیرهای دایره‌ای می‌چرخند. شعاع دایره‌ی مسیر متحرک A دو برابر شعاع دایره‌ی مسیر متحرک B است.

(سراسری تجربی - ۸۳)

تیب ۲۹۶ اگر دوره‌ی این دو متحرک با هم برابر باشند، شتاب مرکزگرای A چند برابر شتاب مرکزگرای B است؟

- ۱) ۱ (۱) ۲) ۲ (۲) ۳) $\frac{1}{2}$ (۳) ۴) ۴ (۴)

۶۷۲- دوچرخه سواری مسیر دایره‌ی شکلی با شعاع ثابت را با سرعت ۷ دور می‌زند. اگر دوچرخه سوار همان مسیر را با سرعت ۲۷ دور بزند، کدام کمیت مربوط به آن

(سراسری تجربی - ۶۷)

دو برابر می‌شود؟

- ۱) دوره‌ی دور زدن ۲) زاویه‌ی انحراف از راستای قائم
۳) سرعت زاویه‌ای ۴) شتاب مرکزگرا

سایر آزمون‌ها و کتاب‌درسه

۶۷۳- معادله‌ی مکان زاویه‌ای ذره‌ای که بر یک مسیر دایره‌ای در حال حرکت است برحسب زمان در SI به صورت $\theta = t^3 - 4t^2 + 5$ است. اگر سرعت زاویه‌ای متوسط

ذره از لحظه‌ی $t = 0$ تا لحظه‌ی t' با سرعت زاویه‌ای ذره در لحظه‌ی t' برابر باشد، t' چند ثانیه است؟

(فیزیک پیش - فصل ۲ - ریاضی تمرین ۲-۵ - تجربی تمرین ۲-۴) (آزمون کانون - ۹۱)

- ۱) ۱ (۱) ۲) ۲ (۲) ۳) ۳ (۳) ۴) ۸ (۴)

۶۷۴- متحرکی در یک مسیر دایره‌ای به مرکز مبدأ مکان، از نقطه‌ی A با بردار مکان $\vec{r}_A = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ به نقطه‌ی B با بردار مکان $\vec{r}_B = -2\vec{i} + 2\vec{j}$ رفته است.

(آزمایشی سنجش - ۹۰)

اگر زمان حرکت ۲ ثانیه باشد، کم‌ترین سرعت زاویه‌ای متوسط این متحرک چند rad/s است؟

- ۱) $\frac{\pi}{2}$ (۱) ۲) $\frac{\pi}{4}$ (۲) ۳) $\frac{2\pi}{2}$ (۳) ۴) $\frac{2\pi}{4}$ (۴)

۶۷۵- اتومبیلی روی یک مسیر افقی دایره‌ای شکل به شعاع ۵۰ متر در هر ثانیه 3° از کمان را می‌پیماید. سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟ (آزاد تجربی - ۶۴)

- ۱) ۱۵۰ (۱) ۲) $37/3$ (۲) ۳) $26/3$ (۳) ۴) $14/5$ (۴)

۶۷۶- اگر از استوا به طرف یکی از قطب‌های کره‌ی زمین در امتداد یک طول جغرافیایی حرکت کنیم، سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی نقاط روی کره‌ی زمین به ترتیب از

(آزمون کانون - ۹۰)

راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟

- ۱) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد. ۲) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
۳) ثابت می‌ماند، کاهش می‌یابد. ۴) ثابت می‌ماند، افزایش می‌یابد.

۶۷۷- در یک حرکت دایره‌ای یکنواخت، اندازه‌ی سرعت و شتاب لحظه‌ای ذره‌ای به ترتیب برابر با 6 m/s و 12 m/s^2 است. چند ثانیه طول می‌کشد تا ذره از

(آزمون کانون - ۹۰)

مکان زاویه‌ای ۴ رادیان به مکان زاویه‌ای ۷ رادیان برسد؟

- ۱) ۳ (۱) ۲) ۲ (۲) ۳) $1/5$ (۳) ۴) ۱ (۴)

۶۷۸- طول عقربه‌ی ثانیه شمار یک ساعت ۱cm است. بزرگی شتاب متوسط نوک این عقربه در مدت ۹۰ ثانیه چند سانتی‌متر بر مجذور ثانیه است؟ (سرعت

(آزمایشی سنجش - ۸۸)

زاویه‌ای عقربه ثابت و $\pi = 3$ فرض شود.)

- ۱) صفر (۱) ۲) $\frac{1}{150}$ (۲) ۳) $\frac{1}{900}$ (۳) ۴) $\frac{1}{450}$ (۴)

۶۷۹- دو گلوله روی دو دایره حرکت دورانی یکنواخت دارند. اگر شتاب، سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی آن‌ها را به ترتیب با a_1, ω_1, v_1 ، a_2, ω_2, v_2 نشان

(آزاد ریاضی - ۶۹)

دهیم، نسبت $\frac{a_1}{a_2}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{v_1 \omega_1}{v_2 \omega_2}$ (۱) ۲) $\frac{v_1 \omega_2}{v_2 \omega_1}$ (۲) ۳) $\frac{v_2 \omega_2}{v_1 \omega_1}$ (۳) ۴) $\frac{v_2 \omega_1}{v_1 \omega_2}$ (۴)

۶۸۰- متحرکی با سرعت خطی ثابت v_1 دایره‌ای به شعاع ۴۰ متر و متحرک دیگری با سرعت خطی ثابت v_2 دایره‌ای به شعاع ۸۰ متر را طی می‌کند. اگر شتاب

(آزاد تجربی - ۸۳)

مرکزگرای آن‌ها برابر باشد، نسبت $\frac{v_2}{v_1}$ کدام است؟

- ۱) $\sqrt{2}$ (۱) ۲) $2\sqrt{2}$ (۲) ۳) ۲ (۳) ۴) ۴ (۴)

دینامیک حرکت دایره‌ای یکنواخت

نیروی مرکزگرا و تکانه

نیروی مرکزگرا: برآیند نیروهای وارد بر جسم را که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شود، نیروی مرکزگرا می‌نامند، لذا این نیرو را نمی‌توان مانند یک نیروی مستقل در نظر گرفت. این نیرو در راستای شعاع بوده و سوی آن به سمت مرکز است که بزرگی آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F = ma = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r = mv\omega$$

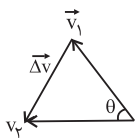
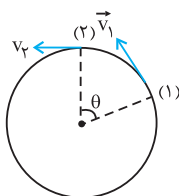
برای تعیین نیروی مرکزگرا به طریق زیر عمل می‌کنیم:

۱. ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم.
۲. نیروها را به دو راستای عمود بر هم (یکی در راستای شعاع دایره و دیگری در راستای عمود بر شعاع دایره) تجزیه می‌کنیم.
۳. برآیند نیروها در راستای شعاع و به سمت مرکز همان نیروی مرکزگرا است.

$$\sum F(\text{در راستای شعاع و به سمت مرکز}) - \sum F(\text{در راستای شعاع و به سمت خارج از مرکز}) = \frac{mv^2}{r}$$

۴. کار نیروی مرکزگرا در حرکت بر مسیر دایره ای یکنواخت صفر است، چون این نیرو در هر لحظه بر بردار سرعت عمود است.

تکانه و تغییر تکانه در حرکت دایره‌ای یکنواخت: تکانه ($\vec{P} = m\vec{v}$) و تغییر تکانه ($\Delta\vec{P} = m\Delta\vec{v}$) جسمی به جرم m که با سرعت v بر روی یک مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، به صورت زیر تعیین می‌شود. (دقت کنید سرعت کمیتی برداری است و تفریق آن از طریق تفریق دو بردار باید تعیین شود. با توجه به ثابت بودن بزرگی بردارها، از رابطه‌ی تفریق برداری دو بردار هم‌اندازه کمک گرفته‌ایم) (θ زاویه‌ی بین دو بردار است که با زمان تغییر می‌کند)



$$\Delta\vec{P} = m\Delta\vec{v} \quad \begin{matrix} |\Delta\vec{v}| = 2v \sin(\frac{\theta}{2}) \\ P = mv \end{matrix} \rightarrow |\Delta\vec{P}| = 2P \sin(\frac{\theta}{2})$$

کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور

نیروی مرکزگرا

۶۸۱- ذره‌ای به جرم m با سرعت ثابت v در مسیر دایره‌ای به شعاع R می‌چرخد. نیروی وارد بر آن در هر لحظه در جهت ... بوده و کار آن نیرو در یک دوره برابر ... است.

(سراسری ریاضی - ۷۹)

- (۱) عمود بر مسیر - $2\pi m v^2$ (۲) عمود بر مسیر - صفر (۳) مسیر - $2\pi m v^2$ (۴) مسیر - صفر

۶۸۲- در حرکت یکنواخت یک ذره در مسیر دایره‌ای، راستای نیروی مرکزگرا در هر لحظه با راستای شتاب و سرعت به ترتیب از راست به چپ، چه زاویه‌ای می‌سازد؟

(سراسری تجربی - ۷۶)

- (۱) صفر و صفر (۲) صفر و $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ و صفر (۴) $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{\pi}{2}$

۶۸۳- اگر نیروی وارد بر ذره‌ای همواره بر سرعت ذره عمود باشد، کدام یک از جملات زیر صحیح است؟

(سراسری ریاضی - ۷۰)

- (۱) اندازه‌ی سرعت ذره ثابت است. (۲) حرکت ذره، نوسانی ساده است.

- (۳) سرعت ذره به تدریج زیاد می‌شود. (۴) مسیر حرکت ذره، سهمی است.

۶۸۴- جسمی به جرم 5kg حرکت دایره‌ای یکنواخت دارد و در هر 10^3 ثانیه یک دور می‌چرخد. اگر شعاع مسیر 5 متر باشد، نیروی مرکزگرای آن چند نیوتون

تیب ۲۹۷

است؟ ($\pi^2 = 10$)

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۵)

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۵۰ (۴) ۱۰۰

۶۸۵- جسم کوچکی روی محیط دایره‌ای با شعاع R با سرعت ثابت v حرکت می‌کند. اگر بخواهیم روی همین دایره سرعت حرکت جسم دو برابر شود، نیروی مرکزگرای وارد بر آن باید چند برابر شود؟

(سراسری کشاورزی - ۶۳)

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۴

۶۸۶- در حرکت یکنواخت بر مسیر دایره‌ای اگر شعاع دایره مسیر دو برابر و سرعت خطی نصف شود، نیروی مرکز گرای وارد به جسم چند برابر می‌شود؟

(سراسری تجربی - ۷۷)

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۴ (۴) ۸

تغییر تکانه در حرکت دایره‌ای

۶۸۷- ذره‌ای به جرم m روی محیط دایره‌ای، حرکت یکنواخت با سرعت v دارد. اندازه‌ی تغییر تکانه‌ی ذره در مدتی که $\frac{3}{4}$ محیط دایره را طی می‌کند، کدام است؟

تیپ ۲۹۸

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۷)

- (۱) $2mv$ (۲) $\sqrt{2}mv$ (۳) $2\sqrt{2}mv$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}mv$

۶۸۸- گلوله‌ای به جرم m با سرعت ثابت v مسیر دایره‌ای شکل به شعاع r را طی می‌کند. بزرگی تغییر اندازه‌ی حرکت گلوله در مدت نصف دوره کدام است؟

(سراسری تجربی - ۸۲)

- (۱) صفر (۲) mv (۳) $2mv$ (۴) $\frac{mv}{2}$

۶۸۹- ذره‌ای به جرم m با سرعت ثابت v بر مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند. تغییر تکانه‌ی آن در مدت $\frac{1}{4}$ دوره $(\frac{T}{4})$ کدام است؟

(سراسری ریاضی - ۷۰)

- (۱) $2mv$ (۲) mv (۳) $\sqrt{2}mv$ (۴) صفر

۶۹۰- جسمی به جرم m روی دایره‌ای به شعاع R به طور یکنواخت می‌گردد. در مدت $\frac{T}{4}$ که جسم یک نیم دایره را طی می‌کند، تغییر تکانه‌ی جسم کدام است؟

تیپ ۲۹۹

(سراسری ریاضی - ۶۹)

- (۱) صفر (۲) $\frac{2\pi mR}{T}$

(۴) در حرکت دایره‌ای یکنواخت تکانه‌ی جسم تغییر نمی‌کند.

- (۳) $\frac{4\pi mR}{T}$

سایر آزمون‌ها و کتاب‌درسه

۶۹۱- جسمی به جرم 400 گرم روی محیط دایره‌ای به شعاع 80 سانتی‌متر دارای حرکت یکنواخت است. اگر نیروی مرکز‌گرای وارد بر آن 2 نیوتون باشد، سرعت خطی جسم چند متر بر ثانیه است؟

(آزاد ریاضی بعد از ظهر - ۹۰)

- (۱) ۲ (۲) $0/4$ (۳) ۴ (۴) $0/2$

۶۹۲- دو جسم با جرم‌های مساوی تحت تأثیر نیروی مرکز‌گرای برابر روی دو دایره به شعاع‌های $20 = r_1$ سانتی‌متر و $40 = r_2$ سانتی‌متر با سرعت ثابت حرکت می‌کنند. اگر دوره‌ی حرکت آن‌ها به ترتیب T_1 و T_2 باشد، نسبت $\frac{T_2}{T_1}$ برابر است با:

تیپ ۳۰۰

(آزاد ریاضی صبح - ۹۰)

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) $2\sqrt{2}$

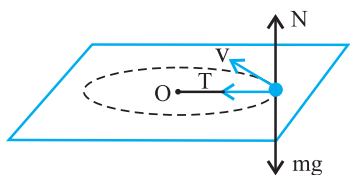
۶۹۳- گلوله‌ای به جرم M با سرعت زاویه‌ای ثابت ω روی محیط دایره‌ای به شعاع r دوران می‌کند. تغییرات تکانه‌ی آن وقتی قوس 60° را طی می‌کند چه قدر است؟

(آزاد ریاضی - ۷۳)

- (۱) صفر (۲) $Mr\omega$ (۳) $\sqrt{3}Mr\omega$ (۴) $\sqrt{2}Mr\omega$

کاربرد حرکت دایره‌ای در صفحه‌ی افقی

نقش نیروی کشش نخ یا فنر متصل به جسم به عنوان نیروی مرکزگرا



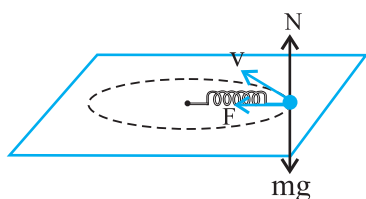
نقش نیروی کشش نخ سبک به عنوان نیروی مرکزگرا: گلوله‌ای به انتهای نخ بسته شده و مجموعه روی یک سطح افقی بدون اصطکاک می‌تواند حول نقطه‌ی O دوران کند. در شکل بر جسم سه نیرو وارد می‌شود: نیروی وزن، تکیه‌گاه و کشش نخ. نیروی وزن و تکیه‌گاه همدیگر را خنثی می‌کنند و فقط نیروی کشش نخ به طرف مرکز می‌باشد.

$$T = ma = m \frac{v^2}{r} = mr\omega^2 = mv\omega$$

دقت کنید که در این‌جا شعاع دایره حرکت گلوله همان طول نخ می‌باشد.

$$r = L$$

در این حالت اگر در یک لحظه نخ پاره شود، گلوله مماس بر دایره‌ی مسیر پرتاب می‌شود.



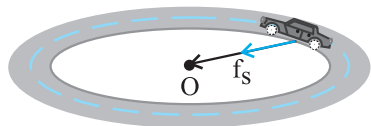
نقش نیروی فنر به عنوان نیروی مرکزگرا: اگر وزنه به انتهای فنری (با جرم ناچیز) بسته شود و مجموعه روی یک سطح افقی بدون اصطکاک دوران کند، نیروی فنر همان نیروی مرکزگراست و داریم:

$$F = k\Delta L = ma = m \frac{v^2}{r} = mr\omega^2 = mv\omega$$

دقت کنید که در اینجا شعاع دایره‌ی حرکت وزنه همان طول نهایی فنر است.

نقش نیروی اصطکاک ایستایی به عنوان نیروی مرکزگرا

نقش نیروی اصطکاک ایستایی به عنوان نیروی مرکزگرا: جسمی که روی سطح افقی در مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، تمایل دارد به خط مستقیم حرکت کرده و به بیرون مسیر در راستای مماس بر مسیر حرکت آن پرتاب شود. در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی که در راستای شعاع مسیر حرکت و به سمت مرکز است نقش نیروی مرکزگرا را ایفا می‌کند:



$$f_s = F \text{ (نیروی مرکزگرا)} \xrightarrow{v=v_{\max}} f_{s\max} = F \Rightarrow \mu_s mg = \frac{mv_{\max}^2}{r}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\mu_s rg}$$

v_{\max} : بیش‌ترین سرعتی که متحرک می‌تواند داشته باشد تا روی مسیر حرکت‌اش باقی بماند.

نقش نیروی میدان مغناطیسی به عنوان نیروی مرکزگرا

نقش نیروی میدان مغناطیسی به عنوان نیروی مرکزگرا: اگر ذره‌ی باردار با بار q و جرم m، با سرعت v وارد میدان مغناطیسی یکنواخت B شود و از طرف میدان نیروی F به آن وارد شود، چون نیروی F در هر لحظه بر سرعت ذره عمود است، حرکت ذره یک حرکت دایره‌ای یکنواخت خواهد بود که

$$F = qvB \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$

نیروی F به عنوان نیروی مرکزگرا عمل می‌کند، لذا داریم:

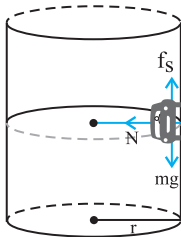
(r شعاع دایره‌ی مسیر ذره و θ زاویه‌ی بین بردارهای v و B است)

با استفاده از قاعده‌ی دست راست می‌توان جهت سرعت ذره و یا میدان مغناطیسی را برای یک ذره‌ی باردار مثبت تعیین کرد. دقت کنید که جهت این نیرو همواره در راستای شعاع دایره و به طرف مرکز دایره‌ی مسیر است.

(در صورتی که بار ذره منفی باشد، جهتی را که با استفاده از قاعده‌ی دست راست برای بردارهای نیرو، سرعت یا میدان مغناطیسی به دست می‌آوریم، بر عکس می‌کنیم و یا با همان شرایط از دست چپ استفاده می‌کنیم.)

نقش نیروی عمودی سطح به عنوان نیروی مرکزگرا

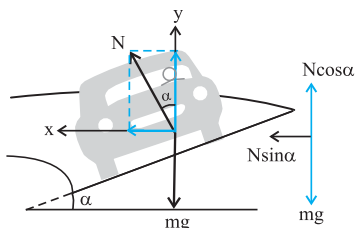
برای متحرکی که در داخل یک استوانه و بر دیواره‌ی قائم آن با سرعت ثابت و در یک صفحه‌ی افقی حرکت می‌کند، نیروی عمودی سطح نقش نیروی مرکزگرا را دارد.



$$f_s = mg \xrightarrow{v=v_{\min}} f_{s\max} = mg \Rightarrow \mu_s N = mg \xrightarrow{N = \frac{mv^2}{r}} v_{\min} = \sqrt{\frac{rg}{\mu_s}}$$

v_{\min} : حداقل سرعتی که متحرک باید داشته باشد تا روی صفحه افقی حرکت‌اش باقی بماند.

شیب عرضی جاده



شیب عرضی: برای یک اتومبیل که روی جاده‌ای با شیب عرضی مسیر دایره‌ای را طی می‌کند (با فرض ناچیز بودن اصطکاک در عرض جاده)، مؤلفه‌ای از نیروی عمودی تکیه‌گاه که در راستای شعاع دایره و به سمت مرکز پیچ $(N \sin \alpha)$ است، نیروی مرکز‌گرای لازم را تأمین می‌کند.

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow N \cos \alpha = mg \\ \sum F_x = F_r = N \sin \alpha = m \frac{v^2}{r} \end{cases} \Rightarrow (\text{شیب عرضی جاده}) \tan \alpha = \frac{v^2}{rg}$$

در این حالت نیروی مرکز‌گرای وارد بر اتومبیل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F = N \sin \alpha = mg \tan \alpha = \frac{mv^2}{r}$$

اگر در حرکت اتومبیل در شیب عرضی جاده، سرعت اتومبیل افزایش یابد، نیروی مرکز‌گرای وارد بر آن تغییر نمی‌کند و اتومبیل در امتداد سطح جاده به طرف بالا کشیده می‌شود و شعاع دایره‌ی مسیر افزایش می‌یابد.

در شیب عرضی جاده نیروی واکنش عمود بر سطح به صورت زیر نیز بررسی می‌شود. (W) نیروی وزن اتومبیل است.

$$N = \frac{W}{\cos \alpha} > W$$

کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور

نقش نیروی کشش نخ، نیروی فنر یا نیروی عمودی تکیه‌گاه به عنوان نیروی مرکز‌گرا

۶۹۴- وزنه‌ای به جرم ۴۰۰ گرم به یک سر ریسمان سبکی وصل است و سر دیگر ریسمان در مرکز یک میز افقی بدون اصطکاک ثابت شده است و وزنه در مسیر دایره‌ای افقی به طور یکنواخت روی میز می‌چرخد. اگر نیروی کشش ریسمان ۲ N و طول آن ۲۰ cm باشد، سرعت زاویه‌ای وزنه چند رادیان بر ثانیه است؟

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۵)

$$4 \pi \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad 5 \pi \quad (3) \quad 5 \quad (4)$$

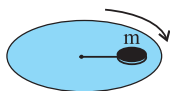
۶۹۵- گلوله‌ای به جرم ۵/۵ kg به انتهای ریسمانی به طول ۱ متر بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاک با بسامد ۲ Hz به طور یکنواخت بر مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند. اگر ناگهان ریسمان پاره شود، گلوله در چه امتدادی و با چه سرعتی (بر حسب $\frac{m}{s}$) حرکت خواهد کرد؟ $(\pi = 3)$

(سراسری تجربی - ۷۴)

$$\begin{array}{ll} (1) \text{ شعاع (به طرف مرکز)، } 6 & (2) \text{ شعاع (دور از مرکز)، } 9 \\ (3) \text{ قائم بر صفحه حرکت، } 15 & (4) \text{ مماس بر مسیر، } 12 \end{array}$$

۶۹۶- در شکل مقابل، جسم m به وسیله‌ی نخ به مرکز قرص افقی متصل است و همراه آن می‌چرخد. نیروی اصطکاک بین جسم و سطح قرص ناچیز است.

هرگاه دوره‌ی گردش صفحه نصف شود، نیروی کشش نخ چند برابر می‌شود؟ (فیزیک پیش - فصل ۲ - ریاضی مثال ۲ - ۱۱ - تجربی مثال ۲ - ۹) (سراسری تجربی - ۷۶)



$$\begin{array}{ll} 1 & (1) \\ 2 & (2) \\ 4 & (3) \\ 4 & (4) \end{array}$$

۶۹۷- جسمی به جرم ۲ کیلوگرم را به یک فنر به طول عادی ۸ سانتی‌متر و ضریب سختی $1000 \frac{N}{m}$ بسته و آن را روی یک صفحه افقی با سرعت یکنواخت

تیپ ۲۰۱

می‌گردانیم. طول فنر در این حالت به ۱۰ سانتی‌متر می‌رسد. سرعت زاویه‌ای جسم بر حسب رادیان بر ثانیه کدام خواهد بود؟ (سراسری تجربی - ۶۹)

$$1000 \quad (1) \quad 100 \quad (2) \quad 1000 \quad (3) \quad 1000 \quad (4)$$

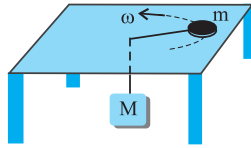
۶۹۸- وزنه‌ای به جرم m را از فنری با وزن ناچیز آویزان می‌کنیم و در حالت تعادل، طول فنر به L می‌رسد. این وزنه را به همین فنر بسته و روی میز بدون اصطکاک در یک سطح افقی به دوران در می‌آوریم و سرعت دوران را به تدریج افزایش می‌دهیم تا طول فنر (شعاع مسیر) به L برسد. در این حالت،

اندازه‌ی سرعت خطی وزنه از کدام رابطه به دست می‌آید؟ (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۲)

$$\sqrt{Lg} \quad (1) \quad \sqrt{2} Lg \quad (2) \quad Lg \quad (3) \quad \sqrt{Lg} \quad (4)$$

۶۹۹- در شکل مقابل، ω ثابت است و جسم m روی سطح افقی بدون اصطکاک روی دایره‌ای به شعاع r حرکت می‌کند و نخ از روزنه‌ای عبور کرده و وزنه‌ی M از آن آویزان است. نسبت $\frac{M}{m}$ کدام است؟ تیپ ۲۰۲

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۸)



$$\begin{array}{ll} \frac{r\omega}{g} \quad (۲) & \frac{g}{r\omega} \quad (۱) \\ \frac{g}{r\omega^2} \quad (۴) & \frac{r\omega^2}{g} \quad (۳) \end{array}$$

نقش نیروی اصطکاک به عنوان نیروی مرکزگرا

۷۰۰- جسمی روی صفحه‌ی افقی گردانی گذاشته شده است و همراه صفحه‌ی گردان روی مسیر دایره‌ای شکل حول مرکز، دوران می‌کند. در این حالت نیروی مرکزگرا... است. تیپ ۲۰۳

(سراسری ریاضی - ۷۱)

- (۱) کوچک‌تر از نیروی اصطکاک
(۲) برابر وزن جسم
(۳) بزرگ‌تر از نیروی اصطکاک
(۴) برابر با نیروی اصطکاک

۷۰۱- جعبه‌ای کف یک کامیون قرار دارد و ضریب اصطکاک بین آن‌ها μ است. در یک جاده‌ی افقی بیش‌ترین سرعت کامیون در پیچی به شعاع r چه‌قدر می‌تواند باشد که جعبه نلغزد؟

(مشابه سراسری ریاضی - ۶۹)

$$\begin{array}{ll} \sqrt{\mu r g} \quad (۱) & \sqrt{\frac{\mu g}{r}} \quad (۲) \\ \frac{1}{r} \sqrt{\mu g} \quad (۳) & \mu \sqrt{r g} \quad (۴) \end{array}$$

۷۰۲- اتومبیلی روی یک سطح افقی به ضریب اصطکاک 0.3 با سرعت 6 m/s دور می‌زند. کم‌ترین شعاع مسیر (دایره‌ای) آن چند متر باشد تا اتومبیل روی سطح نلغزد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$) تیپ ۲۰۴

(سراسری ریاضی - ۷۵)

$$12 \quad (۱) \quad 18 \quad (۲) \quad 24 \quad (۳) \quad 36 \quad (۴)$$

۷۰۳- اگر ضریب اصطکاک لاستیک اتومبیل با سطح جاده 0.8 باشد، بیش‌ترین سرعتی که اتومبیل می‌تواند پیچی افقی به شعاع 100 متر را بدون لغزش طی کند، بر حسب متر بر ثانیه چه‌قدر است؟ ($g = 9.8 \text{ N/kg}$) تیپ ۲۰۵

(سراسری تجربی - ۷۴)

$$28 \quad (۱) \quad 18 \quad (۲) \quad 32 \quad (۳) \quad 80 \quad (۴)$$

۷۰۴- روی یک صفحه‌ی افقی که حول محور قائم می‌گردد، مهره‌ای قرار دارد. ضریب اصطکاک حالت سکون مهره $\mu_s = 0.4$ و فاصله‌ی مهره از محور صفحه‌ی گردان $r = 0.1 \text{ m}$ است. بیش‌ترین بسامد صفحه‌ی گردان چه‌قدر باید باشد تا مهره همراه با صفحه بگردد؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$, $\pi^2 = 10$) تیپ ۲۰۶

(سراسری ریاضی - ۷۲)

$$1 \quad (۱) \quad 2 \quad (۲) \quad 3 \quad (۳) \quad 4 \quad (۴)$$

۷۰۵- یک صفحه‌ی افقی دوار در هر دقیقه 15 دور می‌چرخد. اگر حداکثر فاصله‌ی سکه‌ای که روی صفحه قرار دارد از محور آن 2 متر باشد، سکه نمی‌لغزد. ضریب اصطکاک ایستایی بین صفحه و سکه چه‌قدر است؟ ($\pi^2 = 10$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) تیپ ۲۰۷

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۶)

$$0.5 \quad (۱) \quad 0.6 \quad (۲) \quad 0.8 \quad (۳) \quad 1.0 \quad (۴)$$

نقش نیروی میدان مغناطیسی به عنوان نیروی مرکزگرا

۷۰۶- یک پروتون و یک ذره α با انرژی جنبشی مساوی به ناحیه‌ای از یک میدان مغناطیسی به بزرگی B وارد می‌شوند و در مسیر دایره‌ای که بر میدان مغناطیسی عمود است، حرکت می‌کنند. کدام گزینه در مورد این دو ذره درست است؟ (جرم ذره α ، 4 برابر جرم پروتون فرض شود). (سراسری ریاضی - ۹۳) تیپ ۲۰۸

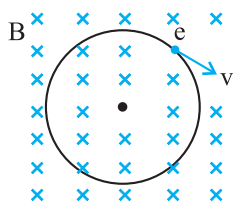
(۱) سرعت α ، 2 برابر سرعت پروتون است.(۲) تکانه‌ی پروتون، برابر تکانه‌ی ذره α است.(۳) شعاع مسیر ذره α ، برابر شعاع مسیر پروتون است.(۴) نیروی الکترومغناطیسی وارد بر پروتون، 2 برابر نیروی الکترومغناطیسی وارد بر ذره α است.

۷۰۷- ذره‌ی بارداری در یک میدان مغناطیسی یکنواخت حرکت دایره‌ای یکنواخت با شعاع 28 mm انجام می‌دهد. اگر نیروی الکترومغناطیسی وارد به ذره 17×10^{-17} نیوتون باشد. انرژی جنبشی ذره چند ژول است تیپ ۲۰۹

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۳)

$$1 \quad (۱) \quad 2 \quad (۲) \quad 3 \quad (۳) \quad 4 \quad (۴)$$

۷۰۸- مطابق شکل الکترونی در یک مدار دایره‌ای به دور هسته می‌چرخد. اگر یک میدان مغناطیسی درون سو توسط یک آهن‌ربای الکتریکی بر سطح مدار الکترون ایجاد کنیم، کدام گزینه در مورد سرعت حرکت الکترون پس از ایجاد میدان مغناطیسی درست است؟ (شعاع ثابت فرض شود) (سراسری تجربی-۶۹)



(۱) تندتر می‌شود.

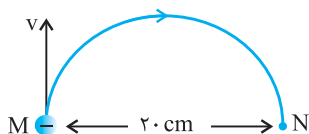
(۲) کندتر می‌شود.

(۳) بدون تغییر می‌ماند.

(۴) بسته به شرایط هرسه حالت ممکن است.

۷۰۹- الکترونی که در نقطه‌ی M دارای سرعت $v = 1/6 \times 10^6 \frac{m}{s}$ است، تحت تأثیر میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} ، مسیر نیم دایره‌ی M تا N را مطابق شکل

(سراسری تجربی-۸۹)



روبه رو طی می‌کند. \vec{B} چند تسلا و در چه جهتی است؟ ($m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(۱) $4/5 \times 10^{-5}$ ، برون سو

(۲) $4/5 \times 10^{-5}$ ، درون سو

(۳) 9×10^{-5} ، برون سو

(۴) 9×10^{-5} ، درون سو

شیب عرضی جاده (ویژه‌ی رشته ریاضی)

۷۱۰- در یک جاده‌ی بدون اصطکاک برای اتومبیلی به جرم یک تن، زاویه‌ی شیب عرضی مناسب برای این که اتومبیل بتواند با سرعت 20° متر بر ثانیه در سر

پیچی به شعاع 40 متر حرکت کند، چند درجه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

(فیزیک پیش ریاضی- فصل ۲- تمرین ۲-۱۰ و تمرین ۱۲) (سراسری تجربی- ۷۶)

(۴) ۶۰

(۳) ۴۵

(۲) ۳۷

(۱) ۳۰

۷۱۱- اتومبیلی جاده‌ای به شیب عرضی φ را به طور یکنواخت با سرعت مجاز دور می‌زند. اگر بزرگی نیروی عمودی وارد از جاده به اتومبیل N و وزن اتومبیل W باشد، کدام گزینه صحیح است؟ (اصطکاک ناچیز است)

(فیزیک پیش ریاضی- فصل ۲- مثال ۲-۱۲) (سراسری تجربی- ۷۷)

(۴) $N < W$

(۳) $N > W$

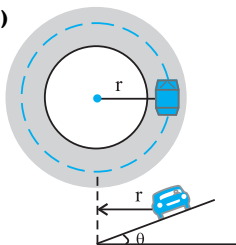
(۲) $N = W \cos \varphi$

(۱) $N = W$

۷۱۲- اتومبیلی در یک مسیر دایره‌ای افقی به شعاع r با حداکثر سرعت مجاز (از نظر این که نلغزد)، دور می‌زند و ضریب اصطکاک ایستایی در عرض جاده، بین

لاستیک‌ها و جاده μ_s است. اگر همین اتومبیل در یک جاده‌ی یخ‌بندان با اصطکاک ناچیز بخواهد همان مسیر را با همان سرعت دور بزند، زاویه‌ی θ

(سراسری ریاضی- ۹۰)



(شیب عرضی جاده) چقدر باید باشد؟

(۱) $\tan^{-1} \mu_s$

(۲) $\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \mu_s$

(۳) $\sin^{-1} \mu_s$

(۴) $\frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \mu_s$

۷۱۳- یک دوچرخه‌سوار با بزرگی سرعت ثابت 10 m/s در یک سطح افقی، دایره‌ای به شعاع 20 متر را طی می‌کند. جرم دوچرخه و دوچرخه‌سوار بر روی هم

(سراسری خارج از کشور ریاضی- ۸۷)

80 kg است. نیرویی که از طرف جاده بر دوچرخه وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) $400\sqrt{5}$

(۳) $80\sqrt{26}$

(۲) ۸۰۰

(۱) ۴۰۰

سایر آزمون‌ها و کتاب‌درسه

۷۱۴- سکه‌ای روی یک صفحه گرامافون به فاصله‌ی d از مرکز دوران آن قرار دارد. ضریب اصطکاک بین صفحه و سکه μ و سرعت زاویه‌ای صفحه ω است. کدام رابطه باید برقرار باشد تا سکه نلغزد؟ (آزاد شیمی- ۶۶)

(۲) $\mu \geq \frac{g}{d\omega^2}$

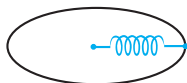
(۱) $\mu \leq \frac{g}{d\omega^2}$

(۴) $\mu \geq \frac{d\omega^2}{g}$

(۳) $\mu \leq \frac{d\omega^2}{g}$

۷۱۵- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم 4kg را به انتهای فنری با طول اولیه 15cm و ثابت فنر $64 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$ متصل کرده و از سر دیگر، آن را بر روی سطح افقی بدون اصطکاک، به طور یک‌نواخت می‌چرخانیم. اگر در اثر چرخش گلوله، طول فنر به 25cm برسد، سرعت زاویه‌ای حرکت گلوله چند $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ است؟

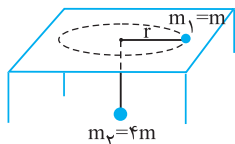
(آزمون کانون - ۹۰)



- ۸ (۱)
۱۶ (۳)
۴ (۲)
۲ (۴)

۷۱۶- در شکل زیر، دو وزنه به جرم‌های $m_1 = m$ و $m_2 = 4m$ توسط نخ‌ی با جرم ناچیز به هم وصل بوده و وزنه‌ی m_1 با سرعت ثابت v مسیر دایره‌ای شکلی به شعاع r را دور می‌زند. اگر جای وزنه‌ها را عوض کنیم و بخواهیم وزنه‌ی m_2 در سطح افقی در همان شعاع r با سرعت ثابت دور بزند، سرعت خطی آن چند برابر v خواهد بود؟

(آزمون کانون - ۹۰)



- ۱ (۱)
۲ (۲)
۱ (۳)
۴ (۴)

۷۱۷- یک صفحه بزرگ افقی، حول محور قائم خود به طور یک‌نواخت می‌چرخد و در هر 6 ثانیه یک دور کامل می‌زند جسم مکعب شکلی روی این سطح در فاصله‌ی 5 متری از مرکز دوران قرار دارد. ضریب اصطکاک ایستایی بین این جسم و صفحه‌ی گردان چه قدر باشد، تا جسم روی سطح نلغزد؟

(آزمایشی سنجش - ۹۰)

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \text{ و } \pi = 3)$$

- ۰/۲ (۱) ۰/۳ (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۵ (۴)

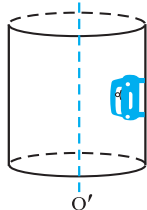
۷۱۸- ذره‌ای به جرم 0.1 گرم و بار الکتریکی 50 میکروکولن با سرعت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت پرتاب می‌شود. اگر این میدان مغناطیسی 0.4 تسلا باشد، شعاع انحنای مسیر حرکت این ذره‌ی باردار چند متر است؟

(آزمایشی سنجش - ۸۵)

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۷۱۹- استوانه‌ای به شعاع مقطع r حول محور قائم OO' مطابق شکل دوران می‌کند. سرعت زاویه‌ای استوانه چه قدر باید باشد تا (جسم کوچکی) که به دیواره‌ی درونی استوانه تکیه دارد، نسبت به آن ساکن بماند؟ (ضریب اصطکاک بین جسم و بدنه‌ی استوانه μ می‌باشد).

(آزاد ریاضی - ۷۰)



- ۱ (۱) $\sqrt{\frac{\mu g}{r}}$
۲ (۲) $\sqrt{\frac{g}{\mu r}}$
۳ (۳) $\sqrt{\frac{r}{\mu g}}$
۴ (۴) $\sqrt{\frac{\mu r}{g}}$

۷۲۰- برای این‌که خودرویی بتواند در پیچ جاده‌ای به شعاع 120 متر در شرایطی که اصطکاک ناچیز است با سرعت ثابت $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ حرکت کند، کمینه شیب عرضی جاده چند درجه باید باشد؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$ (ویژه‌ی رشته ریاضی)

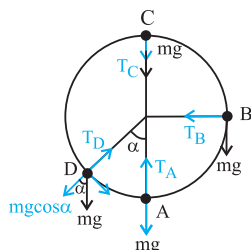
(فیزیک پیش ریاضی - فصل ۲ - تمرین ۱۲) (آزمون کانون - ۹۰)

- ۱ (۱) $\tan^{-1}(\frac{3}{16})$
۲ (۲) $\tan^{-1}(\frac{16}{3})$
۳ (۳) $\sin^{-1}(\frac{3}{16})$
۴ (۴) $\sin^{-1}(\frac{16}{3})$

کاربرد حرکت دایره‌ای در صفحه‌ی قائم

بررسی سرعت، نیرو و کاربرد پایستگی انرژی در حرکت دایره‌ای

حالت ۱ حرکت وزنه‌ی متصل به طناب



حرکت روی مسیر دایره‌ای در سطح قائم: به انتهای نخ سبکی یک وزنه بسته و وزنه را در سطح قائم به دوران در می‌آوریم. به علت تبدیل انرژی جنبشی به پتانسیل و برعکس، سرعت جسم در نقاط مختلف مسیر متفاوت است. در بالاترین نقطه‌ی مسیر انرژی پتانسیل وزنه بیش‌ترین مقدار است و در پایین‌ترین نقطه، انرژی جنبشی آن بیشینه است. از بالا تا پایین انرژی پتانسیل کاهش یافته و انرژی جنبشی افزایش می‌یابد. به علت متغیر بودن سرعت جسم، نیروی مرکز گرا از یک نقطه به نقطه دیگر تغییر می‌کند. برای نوشتن معادله‌ی نیروهای وارد بر جسم در نقاط مختلف، نیروهای وارد بر جسم را در هر نقطه تعیین می‌کنیم. نیروهای به طرف مرکز دوران را مثبت و خلاف آن را منفی اختیار می‌کنیم و سپس برآیند نیروهای وارد در آن نقطه را می‌نویسیم. به طور مثال برای نقاط مختلف داریم:

$$A: T_A - mg = m \frac{v_A^2}{r} \Rightarrow T_A = mg + m \frac{v_A^2}{r}$$

$$B: T_B = m \frac{v_B^2}{r}$$

$$C: T_C + mg = m \frac{v_C^2}{r} \Rightarrow T_C = m \frac{v_C^2}{r} - mg$$

$$D: T_D - mg \cos \alpha = m \frac{v_D^2}{r} \Rightarrow T_D = mg \cos \alpha + m \frac{v_D^2}{r}$$

۱ در این حالت، اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین نیروی مرکزگرای وارد بر جسم چهار برابر نیروی وزن جسم است.

$$F_{\max} - F_{\min} = 4mg$$

۲ در این حالت، اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار نیروی کشش نخ، ۶ برابر نیروی وزن جسم است.

$$T_{\max} - T_{\min} = 6mg$$

۳ در این حالت رابطه‌ی بین سرعت جسم در بالاترین و پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر به صورت زیر است.

$$v_A^2 - v_C^2 = 2gh_{AC} \xrightarrow{h_{AC}=2R} v_A^2 - v_C^2 = 4Rg$$

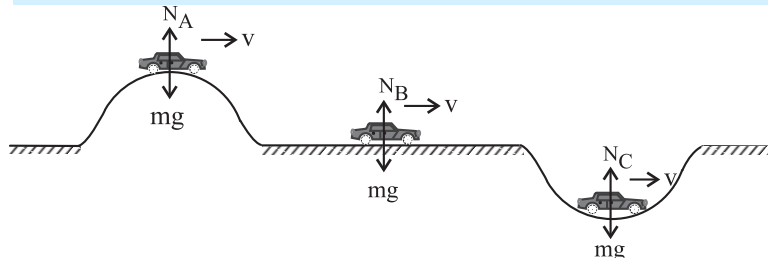
۴ اگر بخواهیم کم‌ترین سرعت جسم را در بالاترین نقطه از مسیر به گونه‌ای بیابیم که جسم سقوط نکند و مسیر دایره‌ای را بپیماید، مقدار T را در بالاترین نقطه از مسیر، برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$T + mg = m \frac{v^2}{R} \xrightarrow{T=0} v_{\min} = \sqrt{Rg}$$

حالت ۲ حرکت جسم روی سطوح دایره‌ای قائم

برای جسمی که درون کره و در صفحه قائم حرکت می‌کند، برآیند نیروی عمودی تکیه‌گاه و مؤلفه‌ی وزن در راستای شعاع و به سمت مرکز، تأمین‌کننده‌ی نیروی مرکزگرا است. (اصطکاک ناچیز فرض می‌شود)

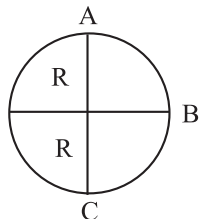
■ مثال: مقایسه نیروی عمودی تکیه‌گاه در عبور متحرک از پل محدب، مقعر و تخت با بزرگی سرعت ثابت به صورت زیر بیان می‌شود:



$$\begin{cases} mg - N_A = ma_r \Rightarrow N_A = mg - \frac{mv^2}{r} \\ N_B = mg \\ N_C - mg = ma_r \Rightarrow N_C = mg + \frac{mv^2}{r} \end{cases} \Rightarrow (N_C > N_B > N_A)$$

کاربرد پایستگی انرژی مکانیکی در حرکت دایره‌ای: اندازه‌ی انرژی جنبشی و پتانسیل از روابط $U = mgh$, $K = \frac{1}{2}mv^2$ تعیین می‌شود. انرژی مکانیکی مجموع این دو انرژی است و داریم $E = K + U$. اگر در جابه‌جایی یک جسم، نیروی اصطکاک در طول مسیر صفر باشد، انرژی مکانیکی جسم ثابت باقی می‌ماند. از این مطلب برای تعیین سرعت یا نیروی مرکزگرا در حرکت دایره‌ای استفاده می‌شود. کافی است که سرعت متحرک را در یک نقطه داشته باشیم، با استفاده از مطلب فوق می‌توان سرعت متحرک را در هر مکان دیگری تعیین نمود.

مثلاً اگر انرژی مکانیکی جسم را در نقطه‌ی A داشته باشیم (سرعت متحرک و ارتفاع جسم از وضعیت تعادل) با برابر قرار دادن انرژی مکانیکی در نقاط A و B سرعت در نقطه‌ی B را تعیین می‌نماییم و سپس نیروی مرکزگرا در نقطه‌ی B را به دست می‌آوریم.



مثال: ذره‌ای به جرم m به انتهای نخ‌ی به طول l بسته شده و نخ در سطح قائم دوران می‌کند. اگر وزنه هنگام عبور از بالاترین نقطه کم‌ترین سرعت را داشته باشد، سرعت گلوله و کشش نخ هنگام عبور از سطح افقی و پائین‌ترین وضعیت چه مقدار است؟

حل: همان طور که در بالا گفته شد، وقتی گلوله با کم‌ترین سرعت از بالاترین نقطه عبور می‌کند کشش نخ صفر است و سرعت آن برابر $v = \sqrt{Rg}$ است. در بالاترین نقطه گلوله دارای انرژی پتانسیل و جنبشی است (پائین‌ترین نقطه را به عنوان مبدأ پتانسیل انتخاب می‌کنیم) و انرژی مکانیکی گلوله در بالاترین نقطه برابر است با:

$$E_A = U + K = mgh + \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{h=2R, v=\sqrt{Rg}} E_A = mg(2R) + \frac{1}{2}m(\sqrt{Rg})^2 \Rightarrow E_A = \frac{5}{2}mgR$$

وقتی گلوله در سطح افقی قرار دارد ارتفاع آن از سطح مبدأ R و سرعت آن v_B است. پس از تعیین انرژی مکانیکی گلوله در نقطه‌ی B، آن را برابر با انرژی مکانیکی در A قرار می‌دهیم.

$$E_B = mgh + \frac{1}{2}mv_B^2 \xrightarrow{h=R} E_B = mgR + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{5}{2}mgR = mgR + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 3Rg \Rightarrow v_B = \sqrt{3Rg}$$

در لحظه‌ی عبور از سطح افقی نیروی کشش نخ به طرف مرکز دوران است و این نیرو برابر نیروی مرکزگرا می‌باشد:

$$T_B = m \frac{v_B^2}{R} \Rightarrow T_B = m \frac{3Rg}{R} = 3mg$$

هنگامی که گلوله در پائین‌ترین نقطه قرار دارد فقط انرژی جنبشی دارد.

$$E_C = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow E_C = E_A \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{5}{2}mgR \Rightarrow v_C = \sqrt{5Rg}$$

در پائین‌ترین نقطه برآیند نیروها برابر نیروی مرکزگرا است و داریم:

$$T_C - mg = m \frac{v_C^2}{R} \Rightarrow T_C - mg = m \frac{5Rg}{R} \Rightarrow T_C = 6mg$$

کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور

حرکت‌شناسی در حرکت دایره‌ای در صفحه‌ی قائم

۷۲۱- گلوله‌ای به نخ‌ی به طول L بسته شده و با سرعت اولیه‌ای که به آن داده می‌شود، آزادانه در یک صفحه‌ی قائم روی دایره‌ای به شعاع L در زمان‌های مساوی دور می‌زند. نیروی مرکزگرای این گلوله:

(سراسری ریاضی - ۸۲)

(۲) در بالاترین نقطه‌ی مسیر بیشینه است.

(۴) در هر نقطه برابر نیروی کشش نخ در همان نقطه است.

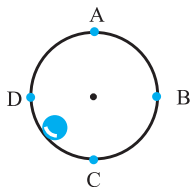
(۱) در کل مسیر مقدار ثابتی است.

(۳) در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر بیشینه است.

۷۲۲- اگر گلوله‌ی کوچکی بتواند مطابق شکل درون حلقه‌ای در سطح قائم حرکت دورانی کند، در کدام نقطه بیش‌ترین نیرو از طرف حلقه بر آن وارد می‌شود؟

تیپ ۳۱۲

(سراسری ریاضی - ۶۴)



B (۲)

A (۱)

D (۴)

C (۳)

۷۲۳- شخصی به جرم ۵۰kg روی صندلی یک چرخ و فلک که به طور یکنواخت می‌چرخد، نشسته و با سرعت $۴\frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی یک مسیر دایره‌ای به شعاع ۱۰ متر

تیپ ۲۱۳

حرکت می‌کند. بزرگی نیرویی که این شخص در بالاترین نقطه‌ی مسیر بر صندلی خود وارد می‌کند چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$ (سراسری ریاضی-۹۱)

۵۸۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

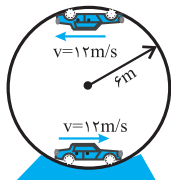
۴۸۰ (۲)

۴۲۰ (۱)

۷۲۴- شکل مقابل یک ماشین کوچک کنترل از راه دور را نشان می‌دهد که با سرعت ثابت $۱۲\frac{\text{m}}{\text{s}}$ مسیر دایره‌ای قائم را درون یک استوانه‌ی فلزی توخالی به

شعاع ۶m دور می‌زند. اگر جرم ماشین $۱/۵\text{kg}$ باشد، نیرویی که در بالاترین نقطه‌ی مسیر از طرف دیواره‌ی استوانه به‌طور عمودی بر ماشین وارد می‌شود

(سراسری تجربی - ۸۴)



چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۲۱ (۱)

۲۶ (۲)

۳۶ (۳)

۵۱ (۴)

۷۲۵- سطلی پر از آب به طنابی بسته شده و روی دایره‌ای به شعاع ۹۰cm در سطح قائم می‌چرخد. کم‌ترین سرعت در بالاترین نقطه‌ی مسیر چند متر بر ثانیه

تیپ ۲۱۴

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۶)

باشد تا آب سطل نریزد؟ $(g = ۱۰\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۹ (۴)

۶ (۳)

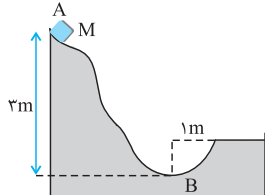
۳ (۲)

۲ (۱)

کاربرد پایستگی انرژی در حرکت دایره‌ای

۷۲۶- در شکل مقابل جسم روی سطح بدون اصطکاک از نقطه‌ی A رها می‌شود و در انتها وارد یک مسیر نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱m می‌شود. اندازه‌ی نیروی واکنش

(سراسری تجربی - ۸۵)



سطح در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر چند برابر وزن جسم است؟

۴ (۱)

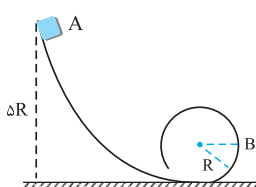
۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

۷۲۷- جسم کوچکی به جرم m از بالای سطحی بدون اصطکاک مطابق شکل حرکت کرده و وارد یک مسیر دایره‌ای شکل می‌شود، نیروی مرکزگرای وارد بر جسم در

(سراسری ریاضی - ۷۸)



نقطه‌ی B چند برابر وزن آن است؟

صفر (۱)

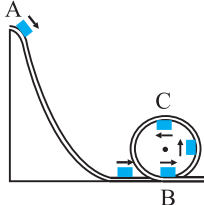
۱ (۲)

۴ (۳)

۸ (۴)

۷۲۸- ارابه‌ی کوچکی به جرم m روی سطح بدون اصطکاک از نقطه‌ی A حرکت کرده و در ادامه، مسیر دایره‌ای شکل را در صفحه‌ی قائم می‌پیماید. اختلاف

(سراسری ریاضی - ۸۹)



اندازه‌ی نیروی مرکزگرای ارابه در دو نقطه‌ی B و C چند برابر وزن آن است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

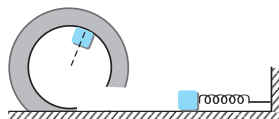
۳ (۳)

۴ (۴)

۷۲۹- مطابق شکل روبه‌رو، وزنه‌ای به جرم یک کیلوگرم روی فنری به ضریب سختی $k = ۴۰۰\frac{\text{N}}{\text{m}}$ تکیه دارد و در حال تعادل است. وزنه را حداقل چند سانتی‌متر

روی فنر بفشاریم و رها کنیم تا وزنه بتواند مسیر دایره‌ای شکل قائم را که شعاع آن نیم‌متر است، طی کند؟ (اصطکاک ناچیز و $g = ۱۰\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۹)



۲۵ (۲)

۲/۵ (۱)

 $۵\sqrt{۱۰}$ (۴) $۱۰\sqrt{۵}$ (۳)

۷۳۰- آونگی که طول نخ آن ۲ متر و جرم گلوله‌ی آن ۲kg است از حالتی که راستای آن با راستای قائم زاویه ۵۳ درجه می‌سازد، بدون سرعت اولیه رها می‌شود. نیروی کشش نخ آن در لحظه‌ای که با راستای قائم زاویه‌ی ۳۷ درجه می‌سازد، چند نیوتون است؟ ($\sin 37 = 0/6$ و مقاومت هوا ناچیز است).

(سراسری ریاضی - ۹۲)

۳۶ (۴)

۲۴ (۳)

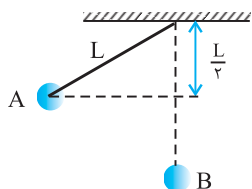
۲۰ (۲)

۱۶ (۱)

۷۳۱- مطابق شکل، گلوله‌ای که به نخ سبکی بسته شده است، از حال سکون از نقطه‌ی A رها می‌شود. وقتی که گلوله از پایین‌ترین نقطه‌ی مسیری می‌گذرد، کشش نخ چند برابر وزن گلوله است؟ (حرکت گلوله در صفحه‌ی قائم است و از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید).

تیب ۳۱۶

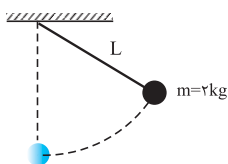
(سراسری تجربی - ۹۰)



- ۱/۲ (۱)
- ۱ (۲)
- ۳/۲ (۳)
- ۲ (۴)

۷۳۲- در شکل مقابل نیروی کششی که نخ می‌تواند تحمل کند ۳۶ نیوتون است. جرم وزنه‌ی متصل به نخ ۲ kg است، نخ و وزنه‌ی بسته شده به آن را حداکثر تا چه زاویه‌ای (α) از حالت تعادل منحرف کنیم تا در صورت رها شدن از آن نقطه در ضمن حرکت نخ پاره نشود؟ (مقاومت هوا و جرم نخ ناچیز و $g = 10 \text{ N/kg}$)

(سراسری ریاضی - ۸۲)



- $\cos^{-1} \frac{2}{3}$ (۲)
- $\cos^{-1} \frac{3}{5}$ (۴)
- $\sin^{-1} \frac{2}{3}$ (۱)
- $\sin^{-1} \frac{3}{5}$ (۳)

سایر آزمون‌ها و کتاب‌درسی

۷۳۳- جسم کوچکی به جرم ۵ گرم درون حلقه‌ی قائم بدون اصطکاکی به شعاع ۲ متر دوران می‌کند. اگر سرعت جسم در بالاترین نقطه $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، در این نقطه

(آزاد پزشکی - ۷۶)

نیروی که حلقه بر جسم وارد می‌کند چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- ۰/۱ (۴)
- ۰/۲۵ (۳)
- ۰/۲۰ (۲)
- ۰/۳۰ (۱)

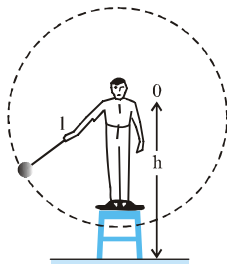
۷۳۴- گلوله‌ای را از نخ به طول L آویزان کرده و در سطح قائم دوران می‌دهیم. نیروی کشش نخ در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیری ۶ برابر نیروی وزن است. سرعت گلوله در این نقطه برابر است با:

(آزاد ریاضی - ۶۴)

- \sqrt{Lg} (۴)
- $\sqrt{5Lg}$ (۳)
- $\sqrt{2Lg}$ (۲)
- $\sqrt{6Lg}$ (۱)

۷۳۵- شخصی گلوله‌ای به جرم یک کیلوگرم را توسط نخ به جرم ناچیز در یک مسیر دایره‌ای قائم به شعاع یک متر، طوری می‌چرخاند که بتوان دور آن را تقریباً یک‌ساعت فرض کرد. اگر بیشترین نیروی کشش نخ می‌تواند تحمل کند ۴۶ نیوتون باشد، حداکثر سرعت زاویه‌ای چند رادیان بر ثانیه می‌تواند باشد تا نخ پاره نشود؟

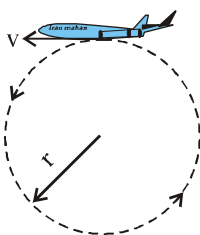
(آزمون کنون - ۹۱)



- ۶ (۱)
- $\sqrt{26}$ (۲)
- $\sqrt{56}$ (۳)
- ۳۶ (۴)

۷۳۶- شکل مقابل هواپیمایی را نشان می‌دهد که در یک صفحه‌ی قائم مسیر دایره‌ای شکل را با بزرگی سرعت ثابت v دور می‌زند و وزن ظاهری خلبان در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیری ۲ برابر وزن ظاهری او در بالاترین نقطه‌ی مسیری است. شعاع دایره‌ی چرخش هواپیما چقدر است؟

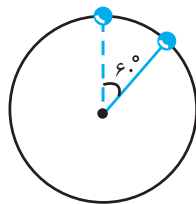
(آزمایشی سنجش - ۸۲)



- $\frac{3v^2}{g}$ (۲)
- $\frac{2v^2}{g}$ (۴)
- $\frac{4v^2}{g}$ (۱)
- $\frac{v^2}{g}$ (۳)

۷۳۷- گلوله‌ای به جرم m به انتهای نخ به طول L بسته شده و در سطح قائم دوران می‌کند. در لحظه‌ای که راستای نخ با راستای قائم زاویه 60° می‌سازد (مطابق شکل) سرعت گلوله v است. نیروی کشش نخ در این لحظه چقدر است؟

(آزاد ریاضی - ۷۰)



$$(1) \frac{mv^2}{L} + \frac{1}{2}mg$$

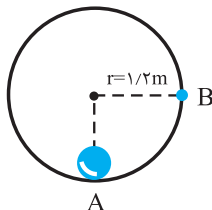
$$(2) \frac{mv^2}{L} - \frac{1}{2}mg$$

$$(3) \frac{mv^2}{L} - \frac{\sqrt{3}}{2}mg$$

$$(4) \frac{mv^2}{L} + \frac{\sqrt{3}}{2}mg$$

۷۳۸- جسمی به جرم 100 گرم درون حلقه‌ی قائم بدون اصطکاکی مطابق شکل دوران می‌کند. اگر انرژی جنبشی گلوله در نقطه‌ی A برابر $4/8J$ باشد، نیروی وارد بر گلوله از طرف حلقه در نقطه‌ی B چند نیوتون است؟

(آزاد ریاضی - ۷۳)



(1) ۳/۶

(2) ۳

(3) ۲/۴

(4) ۶

۷۳۹- گلوله‌ی کوچکی درون حلقه‌ی قائم و بدون اصطکاکی به شعاع r دوران می‌کند. اگر در بالاترین نقطه نیروی وارد از طرف حلقه بر گلوله 2 برابر وزن آن باشد، سرعت گلوله در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیرش برابر کدام خواهد بود؟

(آزاد ریاضی - ۷۷)

$$(1) \sqrt{5rg}$$

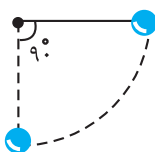
$$(2) 2\sqrt{rg}$$

$$(3) \sqrt{3rg}$$

$$(4) \sqrt{7rg}$$

۷۴۰- گلوله‌ای را که به یک نخ سبک بسته شده است، مطابق شکل مقابل 90° درجه از وضع تعادل منحرف کرده و رها می‌سازیم. درست در لحظه‌ی عبور گلوله از وضع قائم، نیروی کشش نخ چند برابر وزن گلوله است؟

(آزاد ریاضی - ۷۰)



(1) ۱

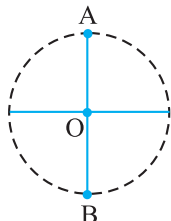
(2) ۲

(3) ۳

(4) ۴

۷۴۱- گلوله‌ای به جرم 100 گرم به نخ با جرم ناچیز بسته شده و حول نقطه‌ی O در صفحه‌ی قائم آزادانه دوران می‌کند. تفاوت نیروی کشش نخ در پایین‌ترین و بالاترین نقطه‌ی مسیر دایره‌ای چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(آزمون کانون - ۹۰)



(1) ۲

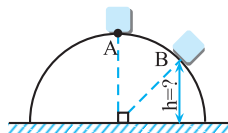
(2) ۱

(3) ۶

(4) ۴

۷۴۲- مطابق شکل زیر، جسمی بر روی نیمکره‌ای صیقلی به شعاع $6m$ و از نقطه‌ی A در بالاترین قسمت مسیر از حالت سکون شروع به لغزش می‌کند و در نقطه‌ی B به ارتفاع h از سطح زمین، از سطح نیم‌کره جدا می‌شود. ارتفاع h چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(آزمون کانون - ۹۰)



(1) ۴

(2) ۵

(3) ۳

(4) ۲

حرکت ماهواره

شتاب، سرعت خطی و نیروی مرکزگرا در حرکت ماهواره

حرکت ماهواره: برای در مدار قرار دادن یک ماهواره باید آن را ابتدا به خارج جو برد (مقاومت هوا صفر شود) سپس به آن سرعت داد. در اثر سرعت داده شده، جسم می‌خواهد به خط مستقیم حرکت کند اما نیرویی که زمین بر آن وارد می‌کند باعث می‌شود تا ماهواره به دور زمین بچرخد، بنابراین عامل باقی‌ماندن ماه و ماهواره بر روی مسیری دایره‌ای در گردش به دور زمین، نیروی گرانشی است که زمین بر آن‌ها وارد می‌کند. این نیرو نقش نیروی مرکزگرا را دارد و داریم:

$$F = G \frac{M_e m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \quad \text{با } GM_e = g_e R_e^2 \rightarrow v = R_e \sqrt{\frac{g_e}{r}}$$

در رابطه‌ی بالا M_e جرم زمین، r فاصله‌ی مرکز زمین تا ماهواره، g_e شتاب جاذبه در سطح زمین و R_e شعاع زمین می‌باشد.

توجه: شتاب مرکزگرای یک ماهواره همان شتاب گرانشی در محل حضور ماهواره است که با مربع فاصله‌ی ماهواره از زمین رابطه‌ی عکس دارد.

$$F = ma = mg \Rightarrow a = g = \frac{GM_e}{r^2}$$

دوره‌ی ماهواره

با استفاده از رابطه‌ی $v = R_e \sqrt{\frac{g_e}{r}}$ دوره‌ی ماهواره به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$v = r\omega = r \frac{2\pi}{T} = R_e \sqrt{\frac{g_e}{r}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{R_e} \sqrt{\frac{r^3}{g_e}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$$

در مورد ماهواره به نکات زیر دقت کنید:

۱. سرعت و دوره‌ی ماهواره به جرم ماهواره بستگی ندارد و به جرم سیاره‌ی (M_e) که ماهواره به دور آن می‌چرخد بستگی دارد.

۲. نسبت سرعت و دوره‌ی دو ماهواره که در روی مدارهای متفاوت به دور یک سیاره حرکت می‌کنند برابر است با:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}, \quad \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{r_1^3}{r_2^3}}$$

۳. چون فقط یک نیرو بر ماهواره وارد می‌شود، ماهواره همیشه در حالتی همانند حالت سقوط بر روی زمین است، بنابراین تمام اجسام داخل ماهواره حالت بی‌وزنی دارند.

۴. هر ماهواره با یک سرعت خاص، فقط می‌تواند روی یک مدار خاص حرکت کند. یک ماهواره نمی‌تواند با یک سرعت روی دو مدار متفاوت و یا روی یک مدار با دو سرعت متفاوت حرکت کند.

کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور

شتاب و نیروی مرکزگرای ماهواره

(سراسری ریاضی - ۷۷)

۷۴۳- بر یک فضاپرد که درون یک ماهواره است از طرف تکیه‌گاه چه نیرویی وارد می‌شود؟

(۱) صفر

(۲) دو برابر وزن فضاپرد

(۳) وزن فضاپرد

(۴) بستگی به سرعت حرکت ماهواره دارد.

(سراسری تجربی - ۷۵)

۷۴۴- یک فضاپرد در سفینه‌ی خود جسمی را رها می‌کند. حرکت این جسم چگونه است؟

(۱) حرکت نوسانی انجام می‌دهد.

(۲) بالا می‌رود.

(۳) به سمت زمین سقوط می‌کند.

(۴) در همان محل داخل سفینه می‌ماند.

۷۴۵- در ماهواره‌ای که فاصله‌اش تا سطح زمین دو برابر شعاع زمین است، جسمی به جرم ۹ kg را روی باسکولی قرار داده‌اند. باسکول چه عددی را نشان می‌دهد؟

(سراسری ریاضی - ۷۰)

(۱) صفر

(۲) ۱۰

(۳) ۵۴

(۴) ۹۰

(سراسری تجربی - ۷۳)

۷۴۶- شعاع مدار ماهواره‌ای n برابر شعاع کره‌ی زمین است. نسبت شتاب حرکت ماهواره به شتاب گرانش در آن ارتفاع چه قدر است؟

(۱) $\frac{1}{n^2}$

(۲) $\frac{1}{n}$

(۳) n^2

(۴) ۱

۷۴۷- فاصله‌ی مدار گردش یک ماهواره تا سطح زمین ۲ برابر شعاع زمین است، اندازه‌ی شتاب مرکزگرای ماهواره چند برابر اندازه‌ی شتاب گرانش در روی زمین است؟
تیپ ۳۱۷

(سراسری تجربی - ۸۶)

$$(1) \frac{1}{2} \quad (2) \frac{1}{3} \quad (3) \frac{1}{4} \quad (4) \frac{1}{9}$$

۷۴۸- نیروی مرکزگرای ماهواره‌ای به جرم 200 kg که در مداری به شعاع دو برابر شعاع زمین می‌چرخد، چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$
تیپ ۳۱۸

(سراسری ریاضی - ۷۷)

$$(1) 250 \quad (2) 500 \quad (3) 600 \quad (4) 1000$$

۷۴۹- اگر شعاع مدار ماهواره‌ی A دو برابر شعاع مدار ماهواره‌ی B باشد، شتاب مرکز گرای ماهواره‌ی A چند برابر شتاب مرکزگرای ماهواره‌ی B است؟

(سراسری ریاضی - ۷۶)

$$(1) 4 \quad (2) 2 \quad (3) \frac{1}{2} \quad (4) \frac{1}{4}$$

۷۵۰- ماهواره‌ای به جرم m در ارتفاع h از سطح زمین به دور آن می‌چرخد. اگر نیروی مرکزگرای ماهواره $\frac{1}{16}$ وزن ماهواره در سطح زمین باشد، ارتفاع h چند

(سراسری تجربی - ۹۳)

برابر شعاع زمین است؟

$$(1) 3 \quad (2) 4 \quad (3) 9 \quad (4) 16$$

سرعت خطی و انرژی جنبشی ماهواره

۷۵۱- سرعت ماهواره متناسب با ... است:

(سراسری ریاضی - ۸۸)

- (۱) جذر شعاع ماهواره
(۲) جذر عکس شعاع ماهواره
(۳) جذر جرم ماهواره
(۴) عکس مربع شعاع ماهواره

۷۵۲- یک ماهواره در فاصله‌ی 800 کیلومتری از سطح زمین دور می‌زند. اگر شتاب جاذبه در روی زمین $\frac{9}{8} \text{ m/s}^2$ و شعاع زمین 6400 km باشد، سرعت ماهواره

(فیزیک پیش - فصل ۲ - ریاضی تمرین ۱۳ و ۱۵ - تجربی تمرین ۹ و ۱۱) (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۰)

چند کیلومتر بر ساعت است؟

$$(1) 2480 \quad (2) 8960 \quad (3) 13440 \quad (4) 26880$$

(سراسری تجربی - ۶۹)

۷۵۳- اگر فاصله‌ی یک ماهواره از سطح زمین ۴ برابر شود، سرعت آن نسبت به حالت قبل چند برابر می‌شود؟

$$(1) \frac{1}{4} \quad (2) \frac{1}{2}$$

(۳) ۲
(۴) بستگی به فاصله‌ی ماهواره از مرکز زمین دارد.

۷۵۴- دو ماهواره A و B در مدارهایی به شعاع مساوی به دور دو سیاره با سرعت‌های v_1 و v_2 می‌چرخند. اگر جرم سیاره‌ها به ترتیب M_1 و $M_2 = 2M_1$ و

(سراسری تجربی - ۷۶)

شعاع آن‌ها به ترتیب R_1 و $R_2 = 4R_1$ باشد، نسبت $\frac{v_1}{v_2}$ کدام است؟

$$(1) 2\sqrt{2} \quad (2) \sqrt{2} \quad (3) \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4) \frac{\sqrt{2}}{4}$$

۷۵۵- دو ماهواره‌ی A و B، هر یک به جرم m به دور زمین می‌چرخند. فاصله‌ی ماهواره‌ی A تا سطح زمین R_e تا سطح زمین $3R_e$ است. بزرگی تکانه‌ی ماهواره‌ی A چند برابر بزرگی تکانه‌ی ماهواره‌ی B است؟ (R_e شعاع کره‌ی زمین است.)

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۳)

$$(1) \sqrt{2} \quad (2) \sqrt{3} \quad (3) 2 \quad (4) 3$$

۷۵۶- ماهواره‌های A و B به دور زمین می‌چرخند. جرم ماهواره‌ی A، $\frac{5}{4}$ جرم ماهواره‌ی B است. اگر بزرگی تکانه‌ی دو ماهواره با هم برابر باشد، شعاع مدار

(سراسری تجربی - ۹۲)

ماهواره‌ی B چند برابر شعاع مدار ماهواره‌ی A است؟

$$(1) 20 \quad (2) 80 \quad (3) \frac{4}{5} \quad (4) \frac{16}{25}$$

۷۵۷- جرم دو ماهواره‌ی A و B به ترتیب m و $2m$ است و به فاصله‌های R_e و $2R_e$ از سطح زمین قرار دارند. سرعت خطی ماهواره‌ی A چند برابر سرعت خطی ماهواره‌ی B است؟ (R_e شعاع کره‌ی زمین است.)

(سراسری ریاضی - ۸۶)

$$(1) \sqrt{2} \quad (2) \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3) \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (4) \sqrt{\frac{3}{2}}$$

۷۵۸- ماهواره‌ی A به جرم m در ارتفاع $h = R_e$ از سطح زمین به دور آن می‌چرخد. ماهواره‌ی B به جرم $2m$ در فاصله‌ی چند R_e از سطح زمین به دور آن می‌چرخد تا سرعت خطی آن نصف سرعت خطی ماهواره‌ی A باشد؟ (R_e شعاع زمین است.)

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۳)

$$(1) \quad 7 \quad (2) \quad 7\sqrt{2} \quad (3) \quad 4\sqrt{2} \quad (4) \quad 2\sqrt{4}$$

۷۵۹- فاصله‌ی ماهواره‌ی A تا سطح زمین به اندازه‌ی شعاع زمین است و این فاصله برای ماهواره‌ی B به اندازه‌ی ۲ برابر شعاع زمین است. اندازه‌ی سرعت خطی ماهواره‌ی A چند برابر اندازه‌ی سرعت خطی ماهواره‌ی B است؟

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۵)

$$(1) \quad 2 \quad (2) \quad \sqrt{2} \quad (3) \quad \frac{3}{2} \quad (4) \quad \sqrt{\frac{3}{2}}$$

۷۶۰- جرم دو ماهواره‌ی A و B با هم برابر است. اگر شعاع مدار ماهواره‌ی A دو برابر شعاع مدار ماهواره‌ی B باشد، انرژی جنبشی آن چند برابر انرژی جنبشی ماهواره‌ی B است؟

(سراسری تجربی - ۸۷)

$$(1) \quad 2 \quad (2) \quad \sqrt{2} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (4) \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۷۶۱- دو ماهواره یکی به جرم m و به فاصله‌ی $2R_e$ و دیگری به جرم m و به فاصله‌ی $3R_e$ از مرکز زمین به دور آن می‌چرخند. انرژی جنبشی ماهواره‌ی دورتر چند برابر انرژی جنبشی ماهواره‌ی نزدیکتر است؟

(سراسری ریاضی - ۷۷)

$$(1) \quad \frac{3}{2} \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad \frac{4}{3} \quad (4) \quad 9$$

۷۶۲- دو ماهواره‌ی A ، B به جرم‌های m_A و $m_B = 2m_A$ روی دو مدار دایره‌ای شکل دور زمین می‌چرخند. ماهواره‌ی A در ارتفاع 6370 km و ماهواره‌ی B در ارتفاع 12740 km از سطح زمین قرار دارند. انرژی جنبشی ماهواره‌ی A چند برابر انرژی جنبشی ماهواره‌ی B است؟ (شعاع زمین را 6370 km فرض کنید.)

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۱)

$$(1) \quad \frac{1}{4} \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (3) \quad \frac{3}{2} \quad (4) \quad \frac{3}{4}$$

دوره‌ی ماهواره

۷۶۳- در حرکت یک ماهواره به دور زمین اگر شعاع مدار آن افزایش یابد:

- (۱) سرعت آن افزایش و دوره‌ی آن کاهش می‌یابد.
- (۲) سرعت آن کاهش و دوره‌ی آن افزایش می‌یابد.
- (۳) سرعت و دوره‌ی آن هر دو زیاد می‌شود.
- (۴) سرعت و دوره‌ی آن، هر دو کم می‌شود.

۷۶۴- ماهواره‌ی B به جرم m روی مداری به شعاع r به دور زمین می‌چرخد. دوره‌ی گردش ماهواره متناسب با کدام است؟ (R_e شعاع زمین است.)

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۰)

$$(1) \quad r^2 \quad (2) \quad r^3 \quad (3) \quad \frac{r}{m} \quad (4) \quad \frac{R_e}{r}$$

۷۶۵- ماهواره‌ی در فاصله‌ی R_e از سطح زمین در یک مدار دایره‌ای به دور زمین می‌گردد. اگر R_e شعاع زمین و r شعاع مدار ماهواره و g شتاب جاذبه در روی زمین باشد، دوره‌ی گردش ماهواره در SI کدام است؟

(سراسری ریاضی - ۸۷)

$$(1) \quad 2\pi\sqrt{\frac{r}{g}} \quad (2) \quad 4\pi\sqrt{\frac{r}{g}} \quad (3) \quad 2\pi\sqrt{\frac{R_e}{g}} \quad (4) \quad 4\pi\sqrt{\frac{R_e}{g}}$$

۷۶۶- اگر شعاع مسیر حرکت ماهواره‌ی دو برابر شود، دوره‌ی آن چند برابر می‌شود؟

(سراسری تجربی - ۷۴)

$$(1) \quad 3 \quad (2) \quad 2\sqrt{2} \quad (3) \quad 2 \quad (4) \quad 2\sqrt{3}$$

۷۶۷- شعاع مدار ماهواره‌ی A برابر r_A و شعاع مدار ماهواره‌ی B برابر r_B است. در صورتی که $r_A = 4r_B$ باشد، دوره‌ی حرکت ماهواره‌ی B چند برابر دوره‌ی حرکت ماهواره‌ی A است؟

(سراسری تجربی - ۷۷)

$$(1) \quad \frac{1}{8} \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad 4 \quad (4) \quad 8$$

۷۶۸- مدت زمان گردش سیاره‌ای که فاصله‌ی آن تا خورشید دو برابر فاصله‌ی زمین تا خورشید است، چند سال می‌باشد؟

(سراسری ریاضی - ۷۵)

$$(1) \quad \sqrt{2} \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 2\sqrt{2} \quad (4) \quad 4$$

۷۶۹- فاصله‌ی ماهواره‌ی A از سطح زمین به اندازه‌ی شعاع زمین و فاصله‌ی ماهواره‌ی B تا سطح زمین ۷ برابر شعاع زمین است. دوره‌ی گردش ماهواره‌ی B چند برابر دوره‌ی گردش ماهواره‌ی A است؟

(سراسری تجربی - ۹۱)

$$(1) \quad 2 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 8 \quad (4) \quad 16$$

سایر آزمون‌ها و کتاب‌درسه

۷۷۰- ماهواره‌ای به جرم ۵۰۰ کیلوگرم در فاصله‌ی ۱۶۰۰ کیلومتری از سطح زمین به دور آن می‌چرخد. اگر شعاع کره‌ی زمین ۶۴۰۰ کیلومتر و جرم آن تقریباً

6×10^{24} کیلوگرم و $G = 6/6 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ باشد، نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره تقریباً چند نیوتون است؟ (آزمایشی سنجش - ۹۱)

۳۰۹۴ (۱) ۳۹۰۶ (۲) ۴۵۰۰ (۳) ۵۰۰۰ (۴)

۷۷۱- ماهواره‌ای به فاصله‌ی h از سطح زمین به دور آن می‌چرخد. اگر نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره $\frac{4}{9}$ وزن آن در سطح زمین باشد، h چند برابر شعاع زمین

است؟ (آزاد تجربی - ۷۶)

$\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۷۷۲- دو ماهواره به جرم‌های m_1 و $m_2 = 3m_1$ به ترتیب در ارتفاع‌های R_e و $2R_e$ از سطح زمین، به دور زمین می‌چرخند. نسبت اندازه‌ی نیروی مرکزگرای ماهواره‌ی دوم به ماهواره‌ی اول، کدام است؟ (R_e ، شعاع کره‌ی زمین است.) (آزمون کانون - ۹۰)

$\frac{1}{2}$ (۱) ۲ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴)

۷۷۳- اگر فاصله‌ی دو ماهواره از سطح زمین به ترتیب $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2}$ شعاع زمین باشد، نسبت سرعت ماهواره‌ی اول به سرعت ماهواره‌ی دوم کدام خواهد بود؟

(آزاد ریاضی - ۷۱)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{15}}{8}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{\frac{6}{5}}$ (۴)

۷۷۴- ماهواره‌ای با سرعت v روی یک مدار دایره‌ای به شعاع r دور زمین می‌چرخد. اگر شعاع مدار ماهواره ۳۶ درصد کاهش یابد، سرعتش چند درصد باید افزایش یابد تا در این مدار نیز به حرکت خود ادامه دهد؟ (آزمایشی سنجش - ۹۱)

۲۵ (۱) ۳۶ (۲) ۶۴ (۳) ۶۶ (۴)

۷۷۵- در حرکت ماهواره به دور زمین، اگر بخواهیم ماهواره در مدت زمان کوتاه‌تری به دور زمین بچرخد، باید ارتفاع ماهواره را از سطح زمین ... دهیم، در این صورت سرعت گردش ماهواره به دور زمین ... خواهد یافت. (آزمون کانون - ۹۱)

کاهش - کاهش (۱) کاهش - افزایش (۲) افزایش - افزایش (۳) افزایش - کاهش (۴)

۷۷۶- دوره‌ی حرکت یک ماهواره به دور زمین، چه قدر باشد، تا همواره در یک نقطه در بالای خط استوا باشد؟ (فیزیک پیش فصل ۲ - ریاضی تمرین ۱۴ - تجربی تمرین ۱۰)

۱۲ ساعت (۱) یک شبانه‌روز (۲) یک ماه (۳) یک سال (۴)

۷۷۷- ماهواره‌ای در فاصله‌ی r از مرکز زمین، در مدت زمان ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه، یک دور کامل به دور زمین می‌چرخد. اگر این ماهواره به دور سیاره‌ای که جرم و شعاع آن هر کدام ۴ برابر جرم و شعاع زمین است در همان فاصله‌ی r از مرکز سیاره بچرخد، مدت یک دور چرخش کامل ماهواره به دور سیاره کدام است؟ (شعاع سیاره کمتر از r است.) (آزمون کانون - ۹۰)

۲۰ دقیقه (۱) ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه (۲) ۲ ساعت و ۴۰ دقیقه (۳) ۴۰ دقیقه (۴)

۷۷۸- ماهواره‌ی A در ارتفاع ۷۶۰۰ کیلومتری سطح زمین و ماهواره‌ی B در ارتفاع ۶۰۰ کیلومتری سطح زمین به دور زمین می‌چرخند. اگر شعاع زمین ۶۴۰۰ کیلومتر باشد، دوره‌ی گردش ماهواره‌ی A چند برابر دوره‌ی گردش ماهواره‌ی B است؟ (آزمایشی سنجش - ۹۱)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $(\frac{38}{3})^{\frac{2}{3}}$ (۳) $(\frac{3}{28})^{\frac{2}{3}}$ (۴)