

# آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

## فصل اول (۲۰ پیمانه)

### پیمانه‌های ۱ تا ۲۰

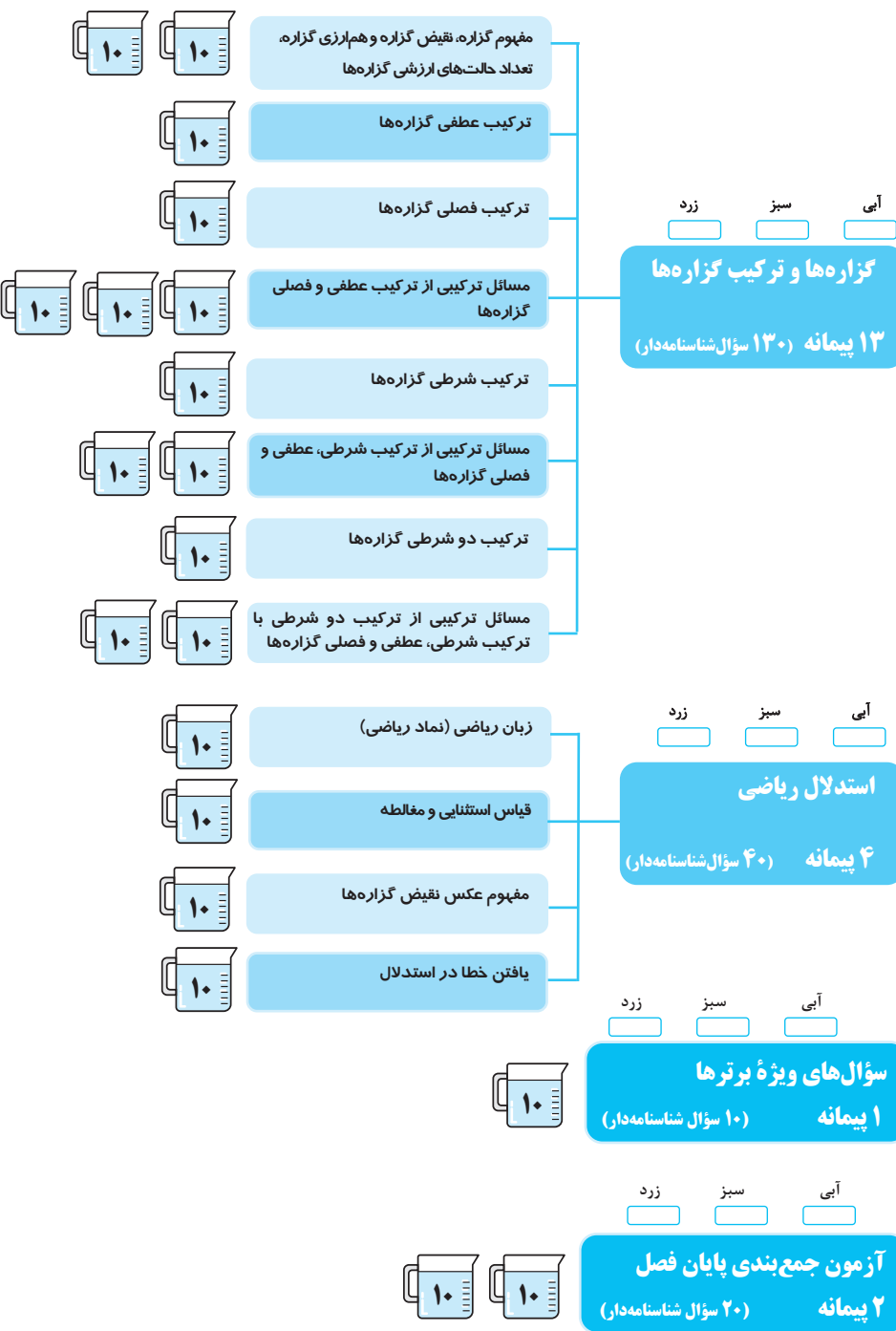


کتاب درسی  
فصل ۱، صفحه‌های ۲ تا ۱۸

تعداد تست

با درخت دانش، گام به گام پیشرفت  
خود را ارزیابی کنید.

**گام اول:** میزان تسلط خود را با رنگ مشخص کنید.  
**آبی:** مسلطم.  
**سبز:** نسبتاً مسلطم.  
**زرد:** مسلط نیستم.  
**گام‌های بعدی:** اگر در گام اول دانش خود را در حد رنگ زرد ارزیابی کردید اما در نوبت‌های بعدی پیشرفت کردید، می‌توانید خانه‌های سبز یا آبی را رنگ کنید. هرگاه به رنگ‌ها نگاه کنید متوجه می‌شوید در کدام قسمت‌ها نیاز به تمرین بیشتر دارید.



آشنایی با منطق و استدلال ریاضی  
(۲۰۰ سؤال شناسنامه‌دار)

**۲۰ پیمانه**  
۱۷ پیمانه ۱۰ سؤالی  
۲ پیمانه ۱۰ سؤالی آزمون جمع‌بندی  
۱ پیمانه ۱۰ سؤالی ویژه برترها

**۲۰۰ سؤال شناسنامه‌دار**

**۱۲۶ سؤال**  
از آزمون‌های کانون

**۵۲ سؤال طراحی شده**  
از کتاب درسی  
این سؤال‌ها برای پوشش مطالب کتاب درسی طراحی شده‌اند.

**۲۲ سؤال**  
از کنکورهای سراسری

مفهوم گزاره، نقیض گزاره و هم‌ارزی گزاره‌ها

صفحه‌های ۲ تا ۴ و ۸ کتاب درسی

■ **تعریف گزاره** در منطق ریاضی به هر جمله خبری که بتوانیم دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را به آن نسبت بدهیم، هر چند که درستی یا نادرستی آن بر ما پوشیده باشد، یک گزاره گفته می‌شود.

به‌عنوان مثال جمله «۱۹ عددی اول است» یا « $۲ < ۳$ » همگی جملات خبری هستند و یک گزاره‌اند ولی جمله خبری «حافظ شاعر خوبی است!» نمی‌تواند یک گزاره تلقی شود، چرا که درستی یا نادرستی آن دقیقاً معین نیست، زیرا دارای مفهومی نسبی است و برحسب سلیقه افراد تغییر می‌کند. دقت کنید جمله‌های غیر خبری از قبیل جملات عاطفی، امری و پرسشی همچون «چه گل زیبایی!» یا «لطفاً پنجره را باز کنید!» یا «آیا ۱۶ عددی زوج است؟» نمی‌توانند یک گزاره باشند، چرا که نمی‌توان ارزش درستی یا نادرستی آن‌ها را تعیین کرد.

● **مثال:** کدام یک از عبارات زیر گزاره است؟

(۱) آیا  $\sqrt{۲}$  عددی گنگ است؟

(۲) بهار فصل قشنگی است!

(۳) لطفاً درب کلاس را ببند!

(۴)  $۱ + ۱۰^{۱۳}$  عددی اول است.

**پاسخ** گزینه «۴»: به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

**گزینه «۱»:** این عبارت یک گزاره نیست، زیرا یک جمله پرسشی است و ارزش درستی یا نادرستی آن معلوم نیست.

**گزینه «۲»:** این عبارت نیز یک جمله عاطفی است و گزاره نیست و برحسب سلیقه تغییر می‌کند، پس ارزش درستی یا نادرستی آن مشخص نیست.

**گزینه «۳»:** این عبارت یک جمله امری است، پس گزاره نیست.

**گزینه «۴»:** این عبارت یک جمله خبری است که گزاره است زیرا درستی یا نادرستی آن قابل تشخیص است.

در منطق ریاضی و در جبر گزاره‌ها هر گزاره را با یکی از حروف انگلیسی مانند  $p$ ،  $q$  یا  $r$  یا ... نمایش می‌دهیم.

درستی یا نادرستی یک گزاره را ارزش آن گزاره می‌گوییم و هر گزاره درست را با حرف «د» یا «T» (دقت کنید T حرف اول کلمه True به معنی «درست» است) و هر گزاره نادرست را با حرف «ن» یا «F» (دقت کنید F حرف اول کلمه False به معنی «نادرست» است) نشان می‌دهیم.

■ **نقیض گزاره** گزاره‌ای است که ارزش آن دقیقاً مخالف ارزش گزاره اولیه باشد. نقیض گزاره  $p$  را با نماد  $(\sim p)$  و آن را به صورت «نقیض  $p$ » یا «چنین نیست که  $p$ » می‌خوانیم و چون یک گزاره یک جمله خبری است و حتماً دارای فعل می‌باشد، برای بیان نقیض یک گزاره کافی است فعل جمله را نفی کنیم که با این کار ارزش گزاره  $p$  اگر درست باشد ارزش گزاره  $(\sim p)$  نادرست و اگر  $p$  گزاره‌ای نادرست باشد، ارزش گزاره  $(\sim p)$  درست خواهد بود. به عنوان مثال نقیض گزاره «۳ عددی فرد است» به صورت «۳ عددی فرد نیست» نوشته می‌شود.

اگر یک عبارت ریاضی به صورت گزاره داده باشند و بخواهیم نقیض آن را بنویسیم، نمادهای زیر به عنوان نقیض یکدیگر می‌باشند.

(۱)  $\not\subseteq, \not\supseteq$  (۲)  $\notin, \in$  (۳)  $\neq, =$  (۴)  $>, <$  (۵)  $\geq, <$

● **مثال:** نقیض هر یک از گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف)  $\sqrt{۲}$  عددی گویا است.

ب)  $-۴ < ۱$

پ)  $۱۰^۱ + ۱۰^۲ = ۱۰^۳$

**پاسخ** نقیض هر یک از گزاره‌های داده شده به صورت زیر است:

الف) نقیض گزاره « $\sqrt{۲}$  عددی گویا است» به صورت « $\sqrt{۲}$  عددی گویا نیست» یا « $\sqrt{۲}$  عددی گنگ است.» نوشته می‌شود.

ب) نقیض گزاره « $-۴ < ۱$ » به صورت « $-۴ \geq ۱$ » نوشته می‌شود.

پ) نقیض گزاره « $۱۰^۱ + ۱۰^۲ = ۱۰^۳$ » به صورت « $۱۰^۱ + ۱۰^۲ \neq ۱۰^۳$ » نوشته می‌شود.

■ **ترکیب گزاره‌ها** گزاره‌ای را که از ترکیب دو یا چند گزاره ساده بوجود می‌آید گزاره مرکب می‌گوییم. واضح است که ارزش گزاره مرکب به

ارزش گزاره‌های ساده تشکیل دهنده آن و نوع رابطه به کار رفته بین آن‌ها بستگی دارد.



اگر یک گزاره مرکب دارای  $n$  گزاره ساده باشد، تعداد حالت‌های ارزشی گزاره مرکب و یا تعداد ردیف‌های جدول ارزش آن از رابطه  $2^n$  به دست می‌آید.

ترکیب گزاره‌ها توسط ۴ رابط «و»، «یا»، «شرطی» و «دوشرطی» انجام می‌شود. که به تفصیل به آنها پرداخته می‌شود.  
**هم‌ارزی گزاره‌ها** ◀ هم ارزش بودن دو گزاره  $p$  و  $q$  را با نماد  $p \equiv q$  نشان می‌دهیم. یعنی برای همه حالات منطقی هر دو درست یا نادرست باشند. به عبارت ساده‌تر گزاره  $p$  را هم‌ارز منطقی یا به‌طور ساده هم‌ارز گزاره  $q$  می‌گوییم.

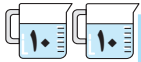
$$p \equiv q \rightarrow \sim p \equiv \sim q$$

اگر دو گزاره هم‌ارز یکدیگر باشند نقیض‌های آن نیز هم‌ارز یکدیگر است:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

نقیض نقیض هر گزاره، هم‌ارز با همان گزاره است.

برای اثبات هم‌ارزی گزاره‌ها از جدول ارزش گزاره‌ها استفاده می‌کنیم، به‌طوری که تمام حالات منطقی را برای گزاره‌ها به دست می‌آوریم، سپس با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها، ارزش گزاره‌ها را با استفاده از رابطه‌های آن‌ها به دست می‌آوریم.



## پیمانه‌های ۱ و ۲

صفحه‌های ۲ تا ۴ و ۸ کتاب درسی

## مفهوم گزاره، نقیض گزاره و هم‌ارزی گزاره‌ها

### مفهوم گزاره

- در منطق ریاضی به هر جمله ... که بتوانیم دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را به آن نسبت بدهیم، یک ... گفته می‌شود. (مکمل فعالیت صفحه ۲ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)
- پرسشی - استدلال (۱) خبری - گزاره (۲) خبری - گزاره (۳) پرسشی - گزاره (۴) خبری - استدلال (مکمل فعالیت صفحه ۲ کتاب درسی)
- آیا ۱۹ عددی اول است؟ (۱) لباس شما چه زیباست! (۲) موز از آناناس خوش‌مزه‌تر است. (۴) عدد یک عددی اول است. (۳) کدام گزینه، گزاره محسوب نمی‌شود؟ (a و b اعداد حقیقی هستند.) (۲) مجذور هر عدد حقیقی همواره عددی منفی است. (۴) دشوارترین درس رشته انسانی، ریاضی است. (مکمل فعالیت صفحه ۲ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۰)
- هر عدد رادیکالی، عددی حقیقی هم هست. (۱)  $10^3 = 2 \times 3 + 2^2$  (۲) چه تعداد از عبارت‌های زیر گزاره است؟ (۴) (آ) آیا  $\sqrt{5}$  عددی صحیح است؟ (ب) محصولات ایرانی، از محصولات چینی با کیفیت‌تر هستند. (پ) به به امروز چه هوای خوبی است! (ت) جرم یک دانه برنج خیلی ناچیز است. (ث) کامپیوتر را خاموش کنید. (ج) کویر لوت گرم‌ترین نقطه زمین است. (۱) (۱) (۲) (۲) (۴) چه تعداد از موارد زیر گزاره محسوب می‌شوند؟ (۵) (الف)  $10^{-13}$  عدد کوچکی است. (ب)  $5^2 = 4^2 + 3^2$  (پ)  $1 + 3^{100}$  عددی اول است. (ت) درخت کاج، درخت زیبایی است. (ث) لطفاً درب کلاس را ببندید! (ج) خرمالو چه میوه خوش‌مزه‌ای است! (۱) (۲) (۳) چند مورد از عبارت‌های زیر، گزاره محسوب نمی‌شوند؟ (۶) (الف) در هر مثلث متساوی الاضلاع، تمام زاویه‌ها با هم برابرند. (ب) مربع نوعی لوزی است. (پ)  $3000000$  عدد بسیار بزرگی است. (ت) برای موفقیت در کنکور، روزی ۱۰۰ تست حل کنید. (ث)  $5^{10} \geq 4^{20}$  (ج) قرآن ۱۱۴ سوره دارد. (۱) (۱) (۲) (۳) (۴)

- (۱) به ازای  $n = 1, 2, 3, \dots$  حاصل  $(-5)^n$  همواره منفی است.  
 (۲) کوچکترین عدد طبیعی ۳ رقمی که مربع کامل باشد ۱۰۰ است.  
 (۳)  $a$  عددی زوج است.  
 (۴)  $3^0 + 3^1 + 3^2 \neq 13$

(مکمل فعالیت صفحه ۲ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۱)

۸. چند مورد از جملات یا عبارات زیر، گزاره درست هستند؟

- (الف) کوچکترین عدد طبیعی اول یک رقمی، عدد ۱ است.  
 (ب) مجموع دو عدد گنگ  $3 - \sqrt{5}$  و  $7 + \sqrt{5}$  عددی گویا است.  
 (پ) حاصل ضرب هر عدد فرد طبیعی در هر عدد زوج طبیعی، عددی زوج است.  
 (ت) حاصل  $(-1)^2$  نامنفی است.  
 (ث) محصولات ایرانی با دوام تر از محصولات چینی هستند.  
 (ج) وزن افراد، متغیر کمی نسبتی است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۶

نقیض گزاره

(مکمل کار در کلاس صفحه ۴ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

۹. نقیض جمله «متغیر X یک نام معتبر در زبان Y است» کدام می باشد؟

- (۱) متغیر Y یک نام معتبر در زبان X است.  
 (۲) متغیر Y یک نام معتبر در زبان X نیست.  
 (۳) متغیر X یک نام معتبر در هر زبان Y است.  
 (۴) متغیر X یک نام معتبر در زبان Y نیست.

(مکمل کار در کلاس صفحه ۴ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

۱۰. نقیض کدام گزاره صحیح نوشته شده است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  عددی گویا است. ← نقیض  $\sqrt{2}$  عددی صحیح است.  
 (۲)  $10^3 = 10^2 + 10^1 + 10^0$  ← نقیض  $10^3 > 10^2 + 10^1 + 10^0$   
 (۳) تهران پایتخت عراق است. ← نقیض تهران پایتخت ایران نیست.  
 (۴)  $(1 - \sqrt{2})$  عددی منفی است. ← نقیض  $(1 - \sqrt{2})$  عددی منفی نیست.

(مکمل کار در کلاس صفحه ۴ کتاب درسی)

۱۱. نقیض کدام گزاره درست نشان داده شده است؟

- (۱)  $-5 < -2$  ← نقیض  $-2 < -5$   
 (۲)  $10^2 + 10^3 = 10^5$  ← نقیض  $10^2 + 10^3 < 10^5$   
 (۳)  $a$  مثبت است. ← نقیض  $a$  منفی است.  
 (۴)  $a$  عددی گویا است. ← نقیض  $a$  عددی گنگ است.

(مکمل کار در کلاس صفحه ۴ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

۱۲. در کدام گزینه، نقیض گزاره، به درستی ساخته شده است؟

- (۱)  $X$  عددی منفی است. ← نقیض  $X$  عددی مثبت است.  
 (۲) عدد طبیعی  $X$  زوج است. ← نقیض عدد طبیعی  $X$  فرد است.  
 (۳)  $(\frac{1}{2} < \frac{1}{5})$  ← نقیض  $(\frac{1}{2} > \frac{1}{5})$   
 (۴)  $(3 \notin Z)$  ← نقیض  $(3 \in Z)$

(مکمل کار در کلاس صفحه ۴ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۱)

۱۳. نقیض چه تعداد از گزاره های زیر به درستی بیان نشده است؟

- (الف)  $(7 \times 8) > (-4)^2$  ← نقیض  $(7 \times 8) \leq (-4)^2$   
 (ب)  $N \subseteq R$  ← نقیض  $N \not\subseteq R$   
 (ج)  $(4 \in Z)$  ← نقیض  $(4 \subset Z)$   
 (د)  $(\frac{1}{3} < \frac{1}{6})$  ← نقیض  $(\frac{1}{3} > \frac{1}{6})$

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱



۱۴. در کدام گزینه نقیض گزاره درست نوشته نشده است؟

(۴)

(مکمل کار در کلاس صفحه ۴ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

- (۱) گزاره: هر عدد صحیح عددی گویاست.
- نقیض گزاره: وجود دارد عددی صحیح که عددی گویا نیست.
- (۲) گزاره: هر عدد حسابی عددی طبیعی است.
- نقیض گزاره: وجود دارد عددی حسابی که عددی طبیعی نیست.
- (۳) گزاره: وجود دارد عددی طبیعی که حاصل ضرب آن در عدد دلخواه  $X$  برابر  $X$  است.
- نقیض گزاره: وجود ندارد عددی طبیعی که حاصل ضرب آن در هر عدد دلخواه  $X$  برابر  $X$  است.
- (۴) گزاره: حاصل جمع هر دو عدد گویا عددی گویاست.
- نقیض گزاره: حاصل جمع هر دو عدد گویایی، عددی گنگ نیست.

۱۵. ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر مخالف ارزش گزاره «بعضی از مستطیل‌ها مربع‌اند.» است؟

(۵)

(مکمل کار در کلاس صفحه ۴ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

- (الف) همه مستطیل‌ها مربع‌اند.
- (ب) وجود دارد مستطیلی که مربع نباشد.
- (پ) بعضی از مستطیل‌ها مربع نیستند.
- (ت) هیچ مستطیلی مربع نیست.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶. نقیض چند گزاره درست بیان نشده است؟

(۶)

(مکمل کار در کلاس صفحه ۴ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

- (الف) گزاره: هر لوزی یک متوازی الاضلاع است. نقیض گزاره: وجود دارد لوزی‌ای که متوازی الاضلاع نیست.
- (ب) گزاره:  $(-۲)^۳$  عددی مثبت است. نقیض گزاره:  $(-۲)^۳$  عددی نامثبت است.
- (پ) گزاره: عدد  $a$  از عدد  $b$  بزرگتر است. نقیض گزاره: عدد  $b$  از عدد  $a$  بزرگتر است.
- (ت) گزاره:  $a$  عددی اول است. نقیض گزاره:  $a$  عددی مرکب است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

هم‌ارزی گزاره‌ها

۱۷. گزاره « $۱۰$  عددی اول است.» با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

(۷)

(مکمل فعالیت صفحه ۲ و کار در کلاس صفحه ۴ و تذکر صفحه ۸ کتاب درسی)

- (۱)  $۵$  عددی فرد است
- (۲)  $۲^۴ = ۴^۲$
- (۳) هر ساعت  $۶۰$  ثانیه است.
- (۴)  $n^۲ + (n+1)^۲ < (۲n+1)^۲, n \in \mathbb{N}$

۱۸. در کدام یک از گزینه‌های زیر دو گزاره هم‌ارزند؟

(۸)

(مکمل فعالیت صفحه ۲ و کار در کلاس صفحه ۴ و تذکر صفحه ۸ کتاب درسی)

- (۱) قرآن دارای  $۳۰$  جزء است  $\equiv$  عدد  $\pi$  عددی گویا است.
- (۲)  $۴^۲ > ۳^۲ + ۲^۲ \equiv$  مرکز استان خوزستان اهواز است.
- (۳) رنگ خرمالو نارنجی است  $\equiv$  پایه‌گذار حکومت صفویه شاه طهماسب است.
- (۴)  $x = \frac{1}{۲}$  جواب معادله  $۲x + 1 = 0$  است  $\equiv$  زاپن جز کشورهای خاورمیانه است.

تعداد حالت‌های ارزشی گزاره‌ها

۱۹. تعداد حالت‌های ارزشی ۴ گزاره که به صورت ترکیبی با هم آمده‌اند. کدام است؟

(۹)

(مکمل جدول‌های صفحه ۳ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۱)

(۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

۲۰. هنگامی که ۳ گزاره به تعدادی گزاره اضافه می‌کنیم، تعداد حالت‌های ارزشی ۲۲۴ تا بیشتر می‌شود، تعداد گزاره‌های اولیه کدام است؟

(۱۰)

(مکمل جدول‌های صفحه ۳ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۲)

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

ترکیب عطفی دو گزاره «ترکیب دو گزاره به وسیله لفظ «و» را ترکیب عطفی دو گزاره می‌گویند. اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، ترکیب عطفی این دو گزاره را به صورت « $p \wedge q$ » نشان می‌دهیم و آن را به صورت « $p$  و  $q$ » می‌خوانیم. ارزش ترکیب عطفی دو گزاره با توجه به جدول ارزشی زیر تعیین می‌گردد.

$p$	$q$	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

همان‌طور که از جدول ارزش‌ها ملاحظه می‌کنید ترکیب عطفی دو گزاره فقط وقتی دارای ارزش درست است که هر دو گزاره ارزش درست داشته باشند و اگر حداقل یکی از دو گزاره نادرست باشند، « $p \wedge q$ » نادرست است.

● مثال: ارزش هر یک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید؟

الف) ۲ عددی فرد است و ۵ عددی اول است.

ب) تهران پایتخت ایران است و ۱۹ عددی اول است.

پ)  $\sqrt{2}$  عددی گویا است و  $1 - \sqrt{2}$  عددی مثبت است.

پاسخ به بررسی تک‌تک موارد می‌پردازیم:

الف) گزاره «۲ عددی فرد است» گزاره‌ای نادرست و گزاره «۵ عددی اول است» گزاره‌ای درست، پس ترکیب عطفی دو گزاره دارای ارزش نادرست است.

ب) گزاره «تهران پایتخت ایران است» گزاره‌ای درست و گزاره «۱۹ عددی اول است» نیز گزاره‌ای درست است، پس ترکیب عطفی آن‌ها نیز درست است.

پ) گزاره « $\sqrt{2}$  عددی گویا است» گزاره‌ای نادرست و گزاره « $1 - \sqrt{2}$  عددی مثبت است» نیز گزاره‌ای نادرست، پس ترکیب عطفی آن‌ها نیز نادرست است.

هم‌ارزی‌های زیر همواره در ترکیب عطفی گزاره‌ها برقرار است:



- |  |   |
|--|---|
| $p \wedge p \equiv p$                                | (۱) ترکیب عطفی هر گزاره دلخواه با خودش هم‌ارز خودش است.               |
| $p \wedge F \equiv F$                                | (۲) ترکیب عطفی هر گزاره دلخواه با یک گزاره نادرست همواره نادرست است.  |
| $p \wedge T \equiv p$                                | (۳) ترکیب عطفی هر گزاره دلخواه با یک گزاره درست هم‌ارز خود گزاره است. |
| $p \wedge \sim p \equiv F$                           | (۴) ترکیب عطفی هر گزاره دلخواه و نقیضش همواره گزاره نادرست است.       |
| $p \wedge q \equiv q \wedge p$                       | (۵) ترکیب عطفی گزاره‌ها خاصیت جابه‌جایی دارد، یعنی:                   |
| $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$ | (۶) ترکیب عطفی گزاره‌ها خاصیت توزیع‌پذیری دارد.                       |

ترکیب فصلی دو گزاره «اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره مرکب حاصل از ترکیب دو گزاره با لفظ «یا» را ترکیب فصلی دو گزاره می‌گوییم. ترکیب فصلی دو گزاره  $p$  و  $q$  را با نماد « $p \vee q$ » نشان می‌دهیم و آن را به صورت « $p$  یا  $q$ » می‌خوانیم. ارزش ترکیب فصلی دو گزاره با توجه به جدول ارزش زیر تعیین می‌گردد.

$p$	$q$	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

همان‌طور که از جدول بالا ملاحظه می‌کنید ترکیب فصلی دو گزاره تنها وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزاره نادرست باشد و اگر حداقل یکی از دو گزاره، ارزش درست داشته باشد، در این صورت ارزش ترکیب فصلی آن‌ها درست است.



● مثال: ارزش هر یک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید؟

الف) عدد  $\sqrt{2}$  عددی گویا یا گنگ است.

ب) بغداد پایتخت فلسطین یا عربستان است.

پ)  $-7 < -4$  یا  $-\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$  است.

پاسخ به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم:

الف) گزاره «عدد  $\sqrt{2}$  عددی گویا یا عددی گنگ است» ترکیب فصلی دو گزاره است که گزاره اول نادرست و گزاره دوم درست پس ترکیب فصلی آن‌ها درست است.

ب) گزاره «بغداد پایتخت فلسطین یا پایتخت عربستان است» ترکیب فصلی دو گزاره است که هر دو گزاره نادرست هستند، پس ترکیب فصلی آن‌ها نادرست است.

پ) گزاره « $-7 < -4$  یا  $-\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$ » ترکیب فصلی دو گزاره است که گزاره اول نادرست و گزاره دوم درست است، پس ترکیب فصلی آن‌ها درست است. هم‌ارزی‌های زیر در ترکیب فصلی گزاره‌ها صادق است:



- (۱) ترکیب فصلی هر گزاره دلخواه با خودش هم‌ارز خود گزاره است.
- (۲) ترکیب فصلی هر گزاره دلخواه با یک گزاره نادرست هم‌ارز خود گزاره است.
- (۳) ترکیب فصلی هر گزاره دلخواه با یک گزاره همواره درست، همواره دارای ارزش درست است.
- (۴) ترکیب فصلی هر گزاره دلخواه و نقیضش همواره گزاره‌ای درست است.
- (۵) ترکیب فصلی گزاره‌ها، خاصیت جابه‌جایی دارد، یعنی:
- (۶) ترکیب فصلی گزاره‌ها خاصیت توزیع‌پذیری دارد.

$$p \vee p \equiv p$$

$$p \vee F \equiv p$$

$$p \vee T \equiv T$$

$$p \vee \sim p \equiv T$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

به‌طور کلی برای به‌دست آوردن ارزش یک گزاره مرکب می‌توان از جدول ارزش گزاره‌ها استفاده کرد به مثال زیر دقت کنید:

● مثال: اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه و  $r$  گزاره‌ای نادرست باشند، در این صورت ارزش گزاره مرکب  $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee \sim r)$  کدام است؟

(۱) F (۲) T (۳) هم‌ارزش با  $p$  (۴) هم‌ارزش با  $\sim q$

پاسخ گزینه «۲»: طبق جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \vee \sim r$	$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee \sim r)$
T	T	F	F	F	T	F	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	F	T	T
F	F	F	T	T	T	F	T	T

راه ساده‌تر: چون  $r$  نادرست است پس  $\sim r$  گزاره‌ای درست است، لذا ترکیب فصلی آن با  $\sim p$  همواره درست یعنی  $(\sim p \vee \sim r)$  دارای ارزش درست است. از طرفی ترکیب فصلی  $(\sim p \vee \sim r)$  با گزاره  $(p \wedge \sim q)$  نیز همواره درست است.

$$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee \sim r) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee F) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (\underbrace{\sim p \vee T}_T) \equiv (p \wedge \sim q) \vee T \equiv T$$

● مثال: اگر ارزش گزاره مرکب  $(p \vee \sim r) \wedge (q \wedge \sim p)$  درست باشد، در این صورت به‌ترتیب از راست به چپ ارزش گزاره‌های مرکب

$p \vee r$  و  $(\sim q \wedge r)$  کدام است؟

(۱) درست - درست

(۲) درست - نادرست

(۳) نادرست - درست

(۴) نادرست - نادرست

**پاسخ** گزینه «۴»: چون ارزش گزاره مرکب  $(p \vee \sim r) \wedge (q \wedge \sim p)$  درست است، لذا ارزش هر یک از گزاره‌های  $q \wedge \sim p$  و  $p \vee \sim r$  نیز درست است تا بتواند ترکیب عطفی آن‌ها درست باشد.

چون ارزش ترکیب عطفی  $q$  و  $\sim p$  درست است پس هر دو گزاره درست هستند که در نتیجه  $q$  درست و  $p$  نادرست است. چون ترکیب فصلی دو گزاره  $p$  و  $\sim r$  درست است و از طرفی  $p$  نادرست است پس الزاماً می‌بایست  $\sim r$  درست باشد، لذا  $r$  نادرست است. پس نتیجه می‌گیریم  $q$  درست،  $p$  نادرست و  $r$  نادرست است. حال داریم:

$$p \vee r \equiv F \vee F \equiv F$$

$$\sim q \wedge r \equiv \sim T \wedge F \equiv F \wedge F \equiv F$$



نقیض ترکیب عطفی دو گزاره دلخواه هم‌ارز است با ترکیب فصلی نقیض‌های آن گزاره‌ها، داریم:

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

هم‌چنین نقیض ترکیب فصلی دو گزاره دلخواه هم‌ارز است با ترکیب عطفی نقیض‌های آن گزاره‌ها، داریم:

$$\sim (p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

که دو هم‌ارزی بالا به قوانین دموورگان معروفند که با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها هم‌ارزی آن‌ها ثابت می‌شود. به عبارت دیگر قوانین دموورگان مانند اتحادها به‌زای هر دو گزاره دلخواهی برقرار است و مستقل از ارزش درستی هر یک از گزاره‌ها می‌باشد.

● **مثال:** با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، هم‌ارزی  $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$  را ثابت کنید؟

**پاسخ** با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	د

که با توجه به جدول بالا هم‌ارزی  $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$  ثابت شد.

● **مثال:** نقیض دو گزاره زیر را بنویسید.

الف) عدد ۱۵ فرد و بر ۳ بخش‌پذیر است.

ب) عدد ۱۲ عددی اول است یا ۲ عددی منفی است.

**پاسخ** الف) نقیض ترکیب عطفی دو گزاره به‌صورت ترکیب فصلی نقیض هر یک از گزاره‌ها می‌باشد، لذا نقیض گزاره «الف» به‌صورت

«عدد ۱۵ زوج است یا بر ۳ بخش‌پذیر نیست» می‌باشد.

ب) نقیض ترکیب فصلی دو گزاره نیز به‌صورت ترکیب عطفی نقیض هر یک از گزاره‌ها است، پس نقیض گزاره «ب» به‌صورت «عدد ۱۲ عددی غیر اول و ۲ عددی نامنفی است» می‌باشد.



در گزاره‌های مرکب رابطه «و» روی «یا» توزیع‌پذیر است، داریم:

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

به همین صورت رابطه «یا» نیز روی «و» توزیع‌پذیر است، یعنی داریم:

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

که هم‌ارزی‌های فوق با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نیز ثابت می‌شود.

● **مثال:** هم‌ارزی گزاره  $(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv p$  را ثابت کنید؟

**پاسخ** با استفاده از توزیع رابطه «و» روی «یا» داریم:

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv p \wedge (\sim q \vee q)$$

گزاره  $(\sim q \vee q)$  گزاره‌ای همواره درست است که اگر آن را با  $T$  نشان دهیم، داریم:

$$p \wedge (\sim q \vee q) \equiv p \wedge T$$

ترکیب عطفی گزاره  $T$  که همواره درست است و گزاره  $p$  بستگی به ارزش گزاره  $p$  دارد، در نتیجه داریم:

$$p \wedge T \equiv p$$



دو هم‌ارزی مهم زیر همواره در ترکیب عطفی و فصلی گزاره‌ها برقرار است: (قوانین جذب)

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p \quad (۲)$$

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p \quad (۱)$$



۲۱. اگر حرف «د» اول کلمه درست و حرف «ن» اول کلمه نادرست باشد، کدام جدول زیر ترکیب عطفی دو گزاره را به درستی نشان می‌دهد؟  
(مرتبط با متن درس صفحه‌های ۴ و ۵ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	د

(۲)

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	د

(۱)

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	د

(۴)

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	د

(۳)

(مکمل فعالیت صفحه ۵ کتاب درسی)

۲۲. ارزش کدام یک از گزاره‌های مرکب زیر صحیح است؟

(۲)

(۱) عدد ۲ عددی زوج و اول است.

(۲) قرآن ۱۱۴ سوره و ۱۲۰ جزء دارد.

(۳) اسفند، ماه دوازدهم سال است و در سال کبیسه اسفند ۲۹ روز است.

(۴)  $(\pi \in \mathbb{Z})$  و به ازای هر عدد حقیقی  $0 < -a^2$  است.

(مکمل فعالیت صفحه ۵ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۲)

۲۳. چند مورد از گزاره‌های ترکیبی زیر درست است؟

(۳)

(الف) ۲ عددی اول است و ۷ شمارنده ۴۲ است.

(ب) ۱۳ شمارنده اول ندارد و ۵ عددی فرد است.

(پ) ۲۵ یک شمارنده اول دارد و  $3^2 + 1$  عددی زوج است.

(ت)  $\sqrt{49}$  عددی گویاست و ۲۴ سه شمارنده اول دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(مکمل فعالیت صفحه ۵ کتاب درسی)

۲۴. نقیض کدام یک از گزاره‌های مرکب زیر درست بیان شده است؟

(۴)

(۱) گزاره: عبارت  $a^2 + 2ab + b^2$  مربع کامل است و ۹۳ عددی اول است. / نقیض گزاره: عبارت  $a^2 + 2ab + b^2$  مربع کامل نیست و ۹۳ عددی مرکب است.

(۲) گزاره:  $2^4 > 4^2$  و در مثلث متساوی‌الاضلاع همه زوایا  $60^\circ$  هستند. / نقیض گزاره:  $2^4 < 4^2$  یا در مثلث متساوی‌الساقین همه زوایا  $60^\circ$  هستند.

(۳) گزاره:  $2^6 + 1$  بر ۵ بخش پذیر است و معادله  $2x + 1 = 0$  تنها یک ریشه دارد. / نقیض گزاره:  $2^6 + 1$  بر ۵ بخش پذیر نیست یا معادله  $2x + 1 = 0$  ریشه ندارد.

(۴) گزاره: مجموع دو عدد فرد همواره فرد است و هیچ عدد زوجی بر ۳ بخش پذیر نیست. / نقیض گزاره: مجموع دو عدد فرد همواره زوج است یا عدد زوجی وجود دارد که بر ۳ بخش پذیر است.

(مکمل فعالیت صفحه ۵ کتاب درسی)

۲۵. در جاهای خالی به ترتیب چه عباراتی قرار دهیم تا ارزش  $p \wedge q$  درست باشد؟

(۵)

p: «عدد ۲ از عدد ۳ ... است»

q: «عدد ۳ از عدد ۲ ... است»

(۴) بزرگ‌تر - بزرگ‌تر

(۳) بزرگ‌تر - کوچک‌تر

(۲) کوچک‌تر - کوچک‌تر

(۱) کوچک‌تر - بزرگ‌تر

(مکمل فعالیت صفحه ۵ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۱)

۲۶. اگر p گزاره «۹ عددی ...» و q گزاره « $(\sqrt{2})^2 \dots$ »

(۶)

در جاهای خالی به ترتیب از راست به چپ کدام عبارت‌ها قرار می‌گیرد، تا ترکیب عطفی دو گزاره دارای ارزش متفاوت با دیگر گزینه‌ها باشد؟

(۱) مربع کامل است - زوج است.

(۲) فرد است - اول است.

(۳) مربع کامل است - گنگ است.

(۴) فرد است - طبیعی است.

(مکمل جداول صفحه ۳ و متن درس صفحه ۵ کتاب درسی)

۲۷. در ترکیب عطفی ۴ گزاره تعداد حالت‌های نادرست آن کدام است؟

(۷)

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

۲۸. اگر  $p$  گزاره « $3 < 4$ » و  $q$  گزاره «کانون فرهنگی آموزش قلمچی وقف عام است.» باشد، در این صورت گزاره  $\sim p \wedge q$  دارای ارزش ... و گزاره  $p \wedge \sim q$  دارای ارزش ... است. (۱)

(۱) درست - نادرست (۲) درست - درست (۳) نادرست - درست (۴) نادرست - نادرست

۲۹. در جای خالی، چه گزاره‌ای قرار دهیم تا ارزش کل گزاره حاصل، درست باشد؟ (۱)

(مرتبط با متن درس صفحه‌های ۴ و ۵ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

$$[(\frac{-1}{3} > \frac{-1}{2}) \wedge \dots] \wedge ((-3) \notin N)$$

(۱) حاصل  $(-5)^{n+1}$  به‌زای هر مقدار طبیعی  $n$  مثبت است.

(۲) حاصل ضرب ریشه‌های معادله  $x^2 - 7x - 11 = 0$  برابر با  $(-7)$  می‌باشد.

(۳) حاصل جمع ریشه‌های معادله  $-2x^2 - 3x + 8 = 0$  برابر با  $(-\frac{3}{2})$  می‌باشد.

(۴) مقدار پارامتر، همیشه از مقدار تمام آماره‌ها بزرگتر است.

۳۰. اگر گزاره درست و ارزش گزاره مرکب  $(p \wedge q \wedge r)$  نادرست باشد، آنگاه برای  $p$  و  $r$  چند حالت امکان‌پذیر است؟ (۱)

(مرتبط با متن درس صفحه‌های ۴ و ۵ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸



## پیمانه ۴

صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی

## ترکیب فصلی گزاره‌ها

(مرتبط با متن درس صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی)

۳۱. کدام جدول زیر ترکیب فصلی دو گزاره را به‌درستی نشان می‌دهد؟ (۱)

q	p	q ∨ p	p	q	p ∨ q	q	p	q ∨ p	p	q	p ∨ q
F	T	T	T	T	T	F	T	T	T	F	F
T	T	T	T	F	T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	T	F	F	F	T	F	T	F
F	F	F	F	F	F	T	F	F	F	F	T

(مرتبط با فعالیت صفحه ۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

۳۲. چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟ (۲)

(الف) عدد ۴ زوج است یا عددی اول است.

(ب)  $3 < 7$  یا  $-2 < -1$

(پ) تهران پایتخت ایران است یا بیروت پایتخت عربستان است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

(مرتبط با فعالیت صفحه ۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

۳۳. ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟ (۳)

(الف) عدد  $\sqrt{2}$  عددی گنگ یا عددی گویا است.

(ب) ۹۱ عددی زوج یا عددی مرکب است.

(پ)  $-5 > -2$  یا  $(-2)^{-5} = 32$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

(مکمل فعالیت صفحه ۶ کتاب درسی)

۳۴. نقیض چه تعداد از گزاره‌های مرکب زیر درست نوشته شده است؟ (۴)

(الف) گزاره:  $3 + 4$  عددی اول است یا  $4 - 3$  عددی اول است. / نقیض گزاره:  $3 + 4$  عددی مرکب است یا  $4 - 3$  عددی اول نیست.

(ب) گزاره:  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  عددی گویا است یا  $-5$  عضو اعداد طبیعی است. / نقیض گزاره:  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  عددی گنگ است و  $-5$  عضو اعداد طبیعی نیست.

(پ) گزاره:  $(a-1)(a+1) = a^2 - 1$  اتحاد مزدوج است یا هر سال ۱۲ ماه دارد. / نقیض گزاره:  $(a-1)(a+1) = a^2 - 1$  اتحاد مزدوج نیست و هر سال ۱۲ ماه ندارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۳۵. اگر ارزش گزاره « $x$  عددی اول است یا  $y$  عددی زوج است.» درست باشد،  $x, y$  کدام نمی‌تواند باشد؟ (۵)

(مکمل فعالیت صفحه ۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

(۱)  $x = 2$  و  $y = 5$  (۲)  $x = 91$  و  $y = 17$  (۳)  $x = 71$  و  $y = 72$  (۴)  $x = 15$  و  $y = 84$



۳۶. اگر  $p$  گزاره «مربع عدد فرد عددی...» و  $q$  گزاره «واریانس داده‌های  $a, a, a, \dots$ » باشند، در این صورت در جاهای خالی چه عبارتی قرار گیرد تا ترکیب فصلی این دو گزاره نادرست باشد؟ (۶)
- (۱) فرد است - مخالف صفر است. (۲) زوج است - صفر است.  
(۳) فرد است - صفر است. (۴) زوج است - مخالف صفر است.
۳۷. در ترکیب فصلی ۵ گزاره، تعداد حالات درست آنها کدام است؟ (۷)
- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۳۱ (۴) ۳۲
۳۸. اگر  $p$  گزاره‌ای درست و  $q$  گزاره‌ای نادرست باشد، در این صورت ارزش گزاره‌های  $p \vee q$  و  $\sim p \vee q$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (۸)
- (مرتب‌بند با متن درس صفحه‌های ۳ تا ۶ کتاب درسی)
- (۱) درست - نادرست (۲) درست - درست (۳) نادرست - درست (۴) نادرست - نادرست
۳۹. ترکیب فصلی گزاره‌ها زمانی دارای ارزش درست است که... یکی از گزاره‌ها... باشد. (۹)
- (۱) حداکثر - درست (۲) حداکثر - نادرست (۳) حداقل - درست (۴) حداقل - نادرست
۴۰. اگر گزاره مرکب  $r \sim (p \vee q) \vee r$  دارای ارزش نادرست باشد، در این صورت گزاره  $q$  کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟ (۱۰)
- (مرتب‌بند با متن درس صفحه‌های ۳ تا ۶ کتاب درسی)
- (۱) ۴۱ عددی زوج است. (۲) افلاطون نویسنده کتاب ارغنون است.  
(۳) قرآن ۳۰ جزء دارد. (۴) همه سوره‌های قرآن با بسم‌الله شروع می‌شود.



### پیمانه‌های ۵ تا ۷

#### مسائل ترکیبی از ترکیب عطفی و فصلی گزاره‌ها

۴۱. ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟ (۱)
- (۱)  $(p \vee q) \wedge r$  (۲)  $(p \vee \sim p)$  (۳)  $(p \wedge \sim p)$  (۴)  $(p \vee \sim q)$
۴۲. کدام گزینه صحیح است؟ (۲)
- (۱) هنگامی که ترکیب فصلی دو گزاره صحیح است، در این صورت همواره ترکیب فصلی نقیض آنها نیز درست است.  
(۲) هنگامی که ترکیب فصلی دو گزاره صحیح است، در این صورت همواره ترکیب عطفی نقیض آنها نیز درست است.  
(۳) هنگامی که ترکیب عطفی دو گزاره نادرست است، در این صورت همواره ترکیب عطفی نقیض آنها نیز نادرست است.  
(۴) هنگامی که ترکیب عطفی دو گزاره صحیح است، در این صورت همواره ترکیب فصلی نقیض آنها نادرست است.
۴۳. اگر  $p, q$  و  $r$  سه گزاره دلخواه باشند، در این صورت در جدول ارزش گزاره‌ها، گزاره  $p \vee (q \wedge r)$  در چند ردیف درست است؟ (۳)
- (مرتب‌بند با جدول‌های صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۹)
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
۴۴. ارزش کدام گزاره مرکب زیر با بقیه گزینه‌ها متفاوت است؟ (۴)
- (۱) ۲۹ عددی اول یا مرکب است و ۷ عددی گنگ یا گویا است.  
(۲) اعداد طبیعی، اعدادی گنگ و صحیح هستند یا حاصل جمع هر دو عدد اول، عددی اول است.  
(۳) ۸ یا ۱۳ اعدادی اول هستند و حاصل ضرب آنها نیز عددی اول است.  
(۴)  $3 - x^2 = 0$  عددی صحیح و جواب معادله  $x^2 + 9 = 0$  است یا حاصل ضرب دو عدد فرد، عددی فرد و اول است.
۴۵. اگر گزاره ترکیبی « $7$  عددی صحیح و گنگ است یا...» نادرست باشد، کدام گزینه در جای خالی نمی‌تواند قرار گیرد؟ (۵)
- (مرتب‌بند با متن درس صفحه‌های ۳ تا ۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۸)
- (۱) ۹۱ عددی گنگ یا اول است. (۲) مربع چهار ضلع مساوی و چهار زاویه قائمه دارد.  
(۳) اصفهان یا شیراز پایتخت اکنون ایران است. (۴)  $\sqrt{2} - 1$  عددی گویا و مثبت است.
۴۶. ترکیب عطفی کدام دو گزاره مرکب زیر دارای ارزش نادرست است؟ (۶)
- (الف) ۲۹ عددی اول یا مرکب است. (ب)  $120$  عددی زوج و بر ۵ بخش پذیر است.  
(پ)  $7$  عددی اول نیست و بر ۳ بخش پذیر نیست. (ت)  $9 = (-3)^2$  یا  $\frac{1}{8} = 3^{-3}$  است.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ت» (۳) «الف» و «ت» (۴) «پ» و «ت»
۴۷. اگر گزاره  $p$  درست، گزاره  $q$  نادرست و گزاره  $r$  نیز نادرست باشند، ارزش کدام گزاره با بقیه متفاوت است؟ (۷)
- (مکمل تمرین ۲ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)
- (۱)  $(\sim q \wedge r) \wedge (q \wedge r)$  (۲)  $(\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim p$   
(۳)  $(p \wedge \sim q) \wedge r$  (۴)  $(\sim q \wedge p) \wedge (p \vee r)$

۴۸. اگر  $p$  گزاره‌ای درست و  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد در این صورت کدام یک از گزاره‌های مرکب زیر دارای ارزش درست است؟ (۸)

(مکمل تمرین ۲ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۲)

$$(p \wedge r) \vee (\sim q \wedge r) \quad (2) \quad (p \vee r) \wedge (q \wedge r) \quad (1) \quad (\sim p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad (3) \quad (p \wedge \sim q) \vee (q \vee r) \quad (4)$$

۴۹. اگر  $p$  گزاره‌ای درست و  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش کدام گزاره با بقیه متفاوت است؟ (۹)

(مکمل تمرین ۲ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۸)

$$(\sim p \wedge q) \wedge r \quad (1) \quad (\sim p \vee \sim q) \wedge r \quad (2) \quad (\sim p \vee r) \wedge q \quad (3) \quad (\sim q \vee r) \wedge p \quad (4)$$

۵۰. ارزش  $((p \wedge \sim q) \vee p) \vee \sim r$  در چند حالت از جدول ارزشی گزاره‌ها، درست است؟ (۱۰)

(مکمل تمرین ۲ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۱)

$$۸ \quad (1) \quad ۶ \quad (2) \quad ۴ \quad (3) \quad ۲ \quad (4)$$

۵۱. با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها در زیر، ارزش الف، ب و پ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (مرتبط با جدول‌های صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۸)

$\sim p \vee q$	$q$	$\sim r$	$q \wedge (p \vee r)$
T	F	T	الف
F	ب	F	F
T	T	T	پ

$$F - F - T \quad (1)$$

$$F - T - F \quad (2)$$

$$-T - T \quad (3) \text{ بستگی به ارزش گزاره } p \text{ دارد.}$$

$$-F - F \quad (4) \text{ بستگی به ارزش گزاره } p \text{ دارد.}$$

۵۲. اگر  $p$  و  $q$  و  $r$  سه گزاره دلخواه باشند، هم‌ارز گزاره  $p \wedge (q \vee r)$  کدام است؟ (مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۱)

$$(p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad (1) \quad (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad (2) \quad q \vee (p \wedge r) \quad (3) \quad q \wedge (p \vee r) \quad (4)$$

۵۳. اگر  $p$ ،  $q$  و  $r$  گزاره‌های دلخواه باشند، در این صورت چه تعداد از هم‌ارزی‌های زیر صحیح است؟ (مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۱)

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p \quad (الف) \quad (3)$$

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p \quad (ب)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad (پ)$$

$$۱ \quad (1) \quad ۲ \quad (2) \quad ۳ \quad (3) \quad ۴ \quad (4) \text{ صفر}$$

۵۴. اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت به ترتیب از راست به چپ هم‌ارز گزاره  $p \vee (\sim p \wedge q)$  و  $p \wedge (\sim p \vee q)$  کدام است؟ (مکمل مثال صفحه ۹ و تذکر صفحه ۱۰ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۲)

$$p \vee q \text{ و } p \wedge q \quad (1) \quad p \vee q \text{ و } p \wedge \sim q \quad (2) \quad p \vee \sim q \text{ و } p \wedge \sim q \quad (3) \quad p \vee \sim q \text{ و } p \wedge q \quad (4)$$

۵۵. با توجه به جدول زیر، ستون مربوط به ارزش گزاره مرکب  $(p \wedge q) \vee (\sim r)$  کدام است؟ (مرتبط با جدول‌های صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۹)

$p \vee \sim q$	$q \wedge \sim r$	$(p \wedge q) \vee (\sim r)$
F	T	?
F	F	?
T	T	?

$$T \quad (5)$$

$$F \quad (2) \quad T \quad (1)$$

$$T \quad (3) \quad F \quad (4)$$

$$F \quad (2) \quad T \quad (1)$$

$$T \quad (4) \quad F \quad (3)$$

$$T \quad (3) \quad F \quad (4)$$

$$T \quad (3) \quad F \quad (4)$$

۵۶. در جدول زیر، گزاره مرکب  $x$  کدام می‌تواند باشد؟ (مکمل جدول‌های صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۹)

$p$	$q$	$r$	$x$
F	T	T	T
F	F	T	F
T	F	T	F
T	T	F	T

$$(p \wedge \sim q) \vee r \quad (1)$$

$$(p \vee r) \wedge \sim q \quad (2)$$

$$(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge r) \quad (3)$$

$$(p \vee r) \wedge (q \vee \sim r) \quad (4)$$

۵۷. اگر ارزش گزاره  $(p \wedge \sim q) \vee \sim p$  نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره کدام گزینه با بقیه متفاوت است؟ (مکمل تمرین ۲ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۸)

$$(\sim p \wedge q) \wedge r \quad (4) \quad (r \wedge q) \vee p \quad (3) \quad (p \wedge q) \vee (\sim p \vee r) \quad (2) \quad (p \vee \sim r) \wedge q \quad (1)$$

۵۸. اگر ترکیب فصلی دو گزاره دلخواه  $p$  و  $q$  دارای ارزش درست باشد، در این صورت ارزش کدام یک از گزینه‌های زیر قطعاً درست است؟ (۸)

(مکمل جدول‌های صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۹)

$$p \wedge (\sim p \vee q) \quad (4) \quad p \wedge (p \vee q) \quad (3) \quad p \vee (\sim p \wedge q) \quad (2) \quad p \vee (p \wedge q) \quad (1)$$

۵۹. اگر  $p$  گزاره‌ای ... و  $q$  گزاره‌ای ... و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت گزاره مرکب  $(\sim p \vee r) \wedge (\sim q \wedge r)$  دارای ارزش ... است. (۹)

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی)

$$(1) \text{ درست - نادرست - نادرست} \quad (2) \text{ درست - درست - درست} \quad (3) \text{ نادرست - درست - نادرست} \quad (4) \text{ نادرست - نادرست - درست}$$



۶۰. اگر گزاره مرکب  $p \wedge (\sim q \vee r)$  درست باشد، در این صورت ارزش گزاره  $(\sim p \vee q) \wedge r$  کدام است؟

(مکمل جدول‌های صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۹)

- ۱) با ارزش گزاره  $q$  یکسان است.
- ۲) با ارزش گزاره  $r$  یکسان است.
- ۳) با ارزش گزاره  $\sim q$  یکسان است.
- ۴) با ارزش گزاره  $r$  یکسان است.

۶۱. اگر ... باشد، ارزش گزاره  $p \vee (q \wedge \sim r)$  همواره نادرست است.

(مکمل متن درس صفحه‌های ۳ تا ۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۱)

- ۱)  $p$  و  $r$  نادرست
- ۲)  $q$  و  $r$  نادرست
- ۳)  $r$  درست و  $p$  نادرست
- ۴)  $q$  درست و  $p$  نادرست

۶۲. اگر گزاره مرکب  $(p \vee q) \wedge (p \wedge \sim q)$  دارای ارزش درست باشد، در این صورت گزاره‌های  $p$  و  $q$  به ترتیب از راست به چپ کدام می‌توانند باشند؟

(مکمل تمرین ۱ صفحه ۱۰ کتاب درسی)

۱) گزاره  $p$ : «۵ عددی اول است» - گزاره  $q$ : «پایتخت عراق بغداد است»

۲) گزاره  $p$ : « $10 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$ » - گزاره  $q$ : « $\frac{1}{4}$  عددی گویاست»

۳) گزاره  $p$ : «در هر مثلث مجموع زوایای داخلی مثلث  $180^\circ$  است» - گزاره  $q$ : «افلاطون نویسنده کتاب ارغنون است»

۴) گزاره  $p$ : « $2 + 2^{1396}$  عددی اول است» - گزاره  $q$ : « $-4 < -7$ »

۶۳. اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت هم‌ارز گزاره  $(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q)$  کدام است؟

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی)

- ۱)  $\sim p$
- ۲)  $\sim q$
- ۳)  $p$
- ۴)  $q$

۶۴. اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت ارزش کدام دو گزاره نقیض یکدیگر است؟

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۱)

- الف)  $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$
- ب)  $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$
- پ)  $(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$
- ت)  $(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$

- ۱) «الف»، «پ»
- ۲) «ب»، «ت»
- ۳) «الف»، «ب»
- ۴) «پ»، «ت»

۶۵. اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند که ترکیب فصلی آن‌ها دارای ارزش درست باشد، در این صورت به ترتیب از راست به چپ ارزش گزاره  $p \vee (\sim p \wedge q)$  و

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۹)

۱) نادرست - درست

۲) نادرست - نادرست

۳) درست - نادرست

۴) درست - درست

۶۶. اگر  $p$  گزاره «۵۷ بر ۳ بخش پذیر است.» و  $q$  گزاره «۲ عددی اول نیست.» باشد و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش کدام گزاره با بقیه متفاوت است؟

(مکمل تمرین ۱ صفحه ۱۰ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۹)

- ۱)  $(p \vee \sim q) \wedge r$
- ۲)  $(p \vee \sim r) \wedge q$
- ۳)  $(p \wedge \sim r) \vee \sim q$
- ۴)  $(q \wedge r) \vee \sim p$

۶۷. کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره  $(p \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)]$  است؟

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (کنکور سراسری ریاضی - دی ۱۴۰۱)

- ۱)  $q$
- ۲)  $r$
- ۳)  $r \vee p$
- ۴)  $p \vee q$

۶۸. اگر ارزش گزاره مرکب  $(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge r)$  درست باشد، در این صورت ارزش کدام گزاره زیر همواره درست است؟

(مکمل متن درس صفحه‌های ۳ تا ۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۹)

- ۱)  $q \wedge \sim r$
- ۲)  $\sim p \wedge q$
- ۳)  $\sim p \wedge r$
- ۴)  $p \vee (\sim q \wedge r)$

۶۹. اگر  $(\sim p \vee r)$  دارای ارزش نادرست باشد، در این صورت ارزش گزاره مرکب  $(p \vee q) \wedge (q \vee \sim r)$  کدام است؟

(مکمل متن درس صفحه‌های ۳ تا ۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۱)

۱) بستگی به ارزش گزاره  $q$  دارد.

۲) بستگی به ارزش گزاره  $r$  دارد.

۳) همواره درست است.

۴) همواره نادرست است.

۷۰. با توجه به جدول زیر، در جای خالی ستون مربوط به ارزش گزاره مرکب  $(p \wedge \sim r) \vee q$  کدام عبارت قرار می‌گیرد؟

(مکمل متن درس صفحه‌های ۳ تا ۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۱)

$p \vee (p \wedge q)$	$q \wedge \sim r$	$(p \wedge \sim r) \vee q$
T	T	؟
T	F	؟
F	T	؟
F	F	؟

F
F یا T
F
F یا T

۲

T
F
T
F یا T

۱

F
F یا T
T یا F
F

۴

T
T یا F
T
T یا F

۳

ترکیب شرطی دو گزاره هرگاه بخواهیم از گزاره  $p$  گزاره  $q$  را نتیجه بگیریم از لفظ «اگر ... آنگاه ...» استفاده می‌کنیم و آن را به صورت « $p \Rightarrow q$ » می‌نویسیم و آن را به یکی از صورت‌های زیر می‌خوانیم:

(اگر  $p$  آنگاه  $q$ )، ( $p$  نتیجه می‌دهد  $q$ )، ( $q$  از  $p$  نتیجه می‌شود)

در گزاره شرطی ( $p \Rightarrow q$ )،  $p$  را مقدم و  $q$  را تالی می‌نامیم.

جدول ارزش گزاره شرطی به صورت زیر می‌باشد:

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، گزاره شرطی فقط زمانی دارای ارزش نادرست است که مقدم یعنی  $p$  درست بوده ولی تالی آن یعنی  $q$  دارای ارزش نادرست باشد و در بقیه موارد ارزش گزاره شرطی درست است.

وقتی که ارزش مقدم گزاره شرطی نادرست باشد در هر حالت خود گزاره شرطی درست خواهد بود که در این حالت می‌گوییم گزاره شرطی به انتفای مقدم دارای ارزش درست است.

در گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  اگر  $p$  و  $q$  به هم وابسته باشند برای تعیین ارزش گزاره شرطی،  $p$  را درست فرض می‌کنیم و سپس ارزش  $q$  را تعیین می‌کنیم اگر  $q$  هم درست بود، در این صورت ارزش کلی گزاره شرطی درست است و اگر  $q$  نادرست بود ارزش گزاره شرطی نادرست می‌باشد.

● مثال: ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کنید؟

(الف) اگر  $7$  عددی اول باشد آنگاه  $16$  فرد و مربع کامل است.

(ب) اگر  $2 < 3 < 2^3 < 3^2$  است.

(پ) اگر  $-3$  عددی طبیعی یا گویا است آنگاه تنها عدد اول زوج عدد  $2$  است.

(ت) اگر  $a$  فرد باشد، در این صورت  $a+1$  زوج است.

(ث) اگر حاصل جمع دو عدد طبیعی زوج باشد، آنگاه آن دو عدد حتماً فرد می‌باشند.

پاسخ به بررسی تک‌تک موارد می‌پردازیم:

(الف) گزاره «اگر  $7$  عددی اول است آنگاه  $16$  فرد و مربع کامل است.» دارای گزاره مقدم درست و گزاره تالی نادرست است زیرا گزاره تالی آن ترکیب عطفی دو گزاره است که گزاره « $16$  عددی فرد و مربع کامل است.» دارای ارزش نادرست است، پس ترکیب شرطی دو گزاره نادرست است.

(ب) گزاره «اگر  $2 < 3 < 2^3 < 3^2$  است.» دارای گزاره مقدم نادرست و تالی آن نیز نادرست است پس ترکیب شرطی آن‌ها درست است. در این حالت می‌توان گفت گزاره شرطی به انتفای مقدم درست است.

(پ) مقدم گزاره یعنی « $-3$  عددی طبیعی یا گویا است.» دارای ارزش درست است زیرا « $-3$  عددی طبیعی نیست ولی گویا است پس ترکیب فصلی آن درست است و تالی آن که «تنها عدد اول زوج عدد  $2$  است.» گزاره‌ای درست است، پس ترکیب شرطی داده شده درست است.

(ت) فرض می‌کنیم مقدم گزاره شرطی یعنی « $a$  عدد فرد باشد.» درست باشد، در این صورت نتیجه گزاره تالی « $a+1$  عددی زوج است.» نیز درست است پس گزاره شرطی دارای ارزش درست است.

(ث) فرض می‌کنیم مقدم گزاره شرطی «حاصل جمع دو عدد طبیعی زوج است.» درست است در این صورت نتیجه گزاره تالی نادرست است زیرا جمع دو عدد زوج نیز می‌تواند زوج می‌باشد پس الزاماً آن دو عدد فرد نمی‌باشند. پس تالی نادرست و گزاره شرطی دارای ارزش نادرست است.

$$p \Rightarrow \sim p \equiv \sim p \quad \text{و} \quad p \Rightarrow p \equiv T$$

(۱) اگر  $p$  یک گزاره دلخواه باشد در این صورت:

$$p \Rightarrow (p \vee q) \equiv T$$

(۲) اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت همواره:



● مثال اگر  $p$  گزاره‌ای درست،  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره مرکب  $(p \vee r) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$  کدام است؟

پاسخ راه حل اول: با توجه به جدول ارزش گزاره داریم:

$p$	$q$	$r$	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$p \vee r$	$(\sim p \wedge q) \Rightarrow (p \vee r)$
د	ن	د	ن	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن	د	د

پس ارزش گزاره مورد نظر بستگی به گزاره  $r$  ندارد و همواره درست است.  
راه حل دوم: چون  $p$  درست و  $q$  نادرست است لذا  $(\sim p \wedge q)$  گزاره‌ای نادرست است و در نتیجه کل گزاره شرطی به انتفای مقدم درست است.



(۱) عکس گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  به صورت  $q \Rightarrow p$  می‌باشد.

(۲) گزاره  $\sim q \Rightarrow \sim p$  عکس نقیض گزاره  $p \Rightarrow q$  می‌باشد که این دو گزاره هم‌ارز بوده و دارای ارزش یکسانی هستند.

(۳) هم‌ارز گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  به صورت  $\sim p \vee q$  است که با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نیز قابل اثبات است.

(۴) نقیض گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  با استفاده از قوانین دمورگان به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

● مثال: عکس، نقیض و عکس نقیض گزاره شرطی زیر را بنویسید.

اگر دو عدد حقیقی با هم برابر باشند، آنگاه مجذور آن دو عدد مساوی هستند.

پاسخ عکس گزاره شرطی: اگر مجذور دو حقیقی مساوی باشند آنگاه آن دو عدد حقیقی با هم برابر می‌باشند.

نقیض گزاره شرطی: دو عدد حقیقی با هم برابر می‌باشند و مجذور آن‌ها با یکدیگر مساوی نیست.

عکس نقیض گزاره شرطی: اگر مجذور دو عدد حقیقی مساوی نباشد آنگاه دو عدد حقیقی با یکدیگر مساوی نیستند.



## پیمانه ۸

### ترکیب شرطی گزاره‌ها

صفحه‌های ۶ و ۷ کتاب درسی

(مرتبط با متن درس صفحه‌های ۶ و ۷ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

(۲) مقدم درست و تالی نادرست باشد.

(۴) مقدم درست و تالی درست باشد.

(مکمل فعالیت صفحه ۷ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۱)

۷۱. گزاره شرطی  $(p \Rightarrow q)$  فقط زمانی دارای ارزش نادرست است که ...

(۱) مقدم نادرست و تالی درست باشد.

(۳) مقدم نادرست و تالی نادرست باشد.

۷۲. ارزش کدام یک از گزاره‌های مرکب زیر با بقیه تفاوت دارد؟

(۱) اگر ۵ جزء اعداد طبیعی است آنگاه  $\frac{1}{5}$  عددی گویاست.

(۲) اگر ۹۱ عدد مرکب است آنگاه  $(\sqrt{2})^3$  عددی گویاست.

(۳) اگر ۱۰۰ مربع کامل نیست آنگاه ۱۰۰ کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی است.

(۴) اگر ۳ تنها عدد فرد اول است آنگاه تنها عدد زوج اول است.

۷۳. کدام یک از گزاره‌های زیر به انتفای مقدم همواره درست است؟

(۱)  $(r \vee \sim r) \Rightarrow \sim r$

(۲)  $(r \wedge \sim r) \Rightarrow r$

(۳)  $(p \Leftrightarrow p) \Rightarrow \sim p$

(۴)  $(p \Rightarrow \sim p) \Rightarrow p$

۷۴. گر  $p$  گزاره‌ای درست و  $q$  گزاره‌ای نادرست باشد، در مورد ارزش گزاره  $(q \wedge s) \Rightarrow (p \wedge r)$  کدام گزینه صحیح است؟

(مکمل کار در کلاس صفحه ۷ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۸)

(۱) همواره درست (۲) همواره نادرست (۳) به ارزش  $S$  بستگی دارد. (۴) به ارزش  $r$  بستگی دارد.

۷۵. اگر ارزش گزاره  $p$  درست باشد و  $q$  گزاره‌ای دلخواه باشد آنگاه ارزش کدام گزاره شرطی مخالف ارزش گزاره  $q$  است؟

(مکمل کار در کلاس صفحه ۷ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

(۱)  $(\sim p) \Rightarrow q$  (۲)  $q \Rightarrow p$  (۳)  $q \Rightarrow (\sim p)$  (۴)  $(\sim p) \Rightarrow (\sim q)$

(مکمل کار در کلاس صفحه ۷ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۱)

۷۶. اگر  $q$  نادرست باشد، ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$  چگونه است؟

(۱) همواره درست (۲) همواره نادرست

(۳) هم ارزش با  $p \wedge r$  (۴) هم ارزش با  $p \Rightarrow r$

۷۷. اگر  $p$  گزاره نادرست و  $q$  گزاره‌ای درست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش کدام یک از گزینه‌های زیر با بقیه متفاوت است؟

(مکمل کار در کلاس صفحه ۷ کتاب درسی)

(۱)  $r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$  (۲)  $(p \Rightarrow r) \wedge q$  (۳)  $(q \Rightarrow r) \Rightarrow \sim p$  (۴)  $(\sim r \Rightarrow q) \Rightarrow p$

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی)

$$p \vee \sim q \quad (۴)$$

$$p \wedge \sim q \quad (۳)$$

$$\sim p \vee q \quad (۲)$$

$$\sim p \wedge q \quad (۱)$$

۷۸. گزاره شرطی  $(p \Rightarrow q)$  هم‌ارز کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

(مکمل مثال صفحه ۹ کتاب درسی)

۷۹. نقیض گزاره «اگر ۱۱۹ عدد مرکب است، آنگاه  $\frac{1}{4} < -3$  است.» کدام است؟

(۱) اگر  $3 \leq \frac{1}{4}$  آنگاه ۱۱۹ عددی اول است. (۲) ۱۱۹ عددی اول است یا  $3 < -\frac{1}{4}$  است.

(۳) ۱۱۹ عددی مرکب است و  $\frac{1}{4} < -3$  است. (۴) ۱۱۹ عددی اول است یا  $3 < -\frac{1}{4}$  نیست.

۸۰. اگر ارزش گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$  نادرست باشد، در این صورت ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$  کدام است؟

(مکمل کار در کلاس صفحه ۷ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۹)

(۴) هم‌ارزش با  $\sim p$

(۳) هم‌ارزش با  $q$

(۲) نادرست

(۱) درست



## پیمانه‌های ۹ و ۱۰

صفحه‌های ۴ تا ۷ و تمرین‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی

## مسائل ترکیبی از ترکیب شرطی، عطفی و فصلی گزاره‌ها

(مکمل تمرین ۱ صفحه ۱۰ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

۸۱. کدام‌یک از گزاره‌های شرطی زیر دارای ارزش درست است؟

$$۴ \times ۲ = ۲^۳ \Rightarrow ۸^۲ > ۴^۳ \quad (۱)$$

(۲) اگر عدد ۳ اول و عدد ۷ زوج باشد، آنگاه ۱۸ مربع کامل است.

(۳) اگر ۲ عددی زوج یا منفی باشد آنگاه عدد ۱۵ اول است.

(۴) اگر  $۳ > ۱۲$  باشد آنگاه  $-۱۲ > -۳$

۸۲. گزاره  $p$  درست، گزاره  $q$  نادرست و  $r$  گزاره دلخواهی است، کدام ترکیب شرطی همواره درست است؟

(مکمل کار در کلاس صفحه ۷ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۶)

$$(q \vee r) \Rightarrow \sim p \quad (۴)$$

$$(\sim p \vee r) \Rightarrow q \quad (۳)$$

$$(p \wedge r) \Rightarrow q \quad (۲)$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow \sim r \quad (۱)$$

۸۳. عکس نقیض گزاره «اگر  $a$  عددی گنگ یا گویا باشد، آنگاه مربع هر عدد فرد عددی فرد است» کدام است؟ ( $a \in \mathbb{R}$ )

(مکمل فعالیت صفحه ۷ کتاب درسی)

(۱) اگر مربع هر عدد فرد، عددی زوج باشد، در این صورت  $a$  عددی گنگ و گویا است.

(۲) اگر مربع هر عدد فرد، عددی فرد باشد، در این صورت  $a$  عددی گنگ یا گویا است.

(۳) اگر مربع هر عدد فرد، عددی فرد باشد، در این صورت  $a$  عددی گنگ و گویا است.

(۴) اگر  $a$  عددی گنگ یا گویا باشد، در این صورت مربع هر عدد فرد، عددی زوج است.

۸۴. اگر گزاره‌های  $p \Rightarrow q$  و  $\sim p \Rightarrow q$  هر دو درست باشند، آنگاه کدام گزاره زیر همواره درست است؟

(مکمل فعالیت صفحه ۷ کتاب درسی) (کنکور سراسری انسانی - ۱۴۰۰)

$$q \vee p \Rightarrow p \wedge q \quad (۴)$$

$$p \wedge \sim q \quad (۳)$$

$$q \vee p \Rightarrow p \quad (۲)$$

$$q \vee p \Rightarrow q \quad (۱)$$

(مکمل فعالیت صفحه ۷ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۴۰۱)

۸۵. ارزش گزاره  $(p \Rightarrow \sim p) \wedge (\sim q \Rightarrow q)$  همواره هم‌ارز کدام گزاره است؟

$$p \vee \sim q \quad (۴)$$

$$p \vee q \quad (۳)$$

$$\sim p \wedge q \quad (۲)$$

$$p \wedge q \quad (۱)$$

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۸)

۸۶. ارزش کدام گزاره زیر همواره صحیح است؟

$$(p \Rightarrow q) \wedge p \quad (۴)$$

$$(p \Rightarrow q) \vee q \quad (۳)$$

$$(p \vee q) \Rightarrow q \quad (۲)$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow q \quad (۱)$$

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (کنکور سراسری انسانی - دی ۱۴۰۱)

۸۷. کدام مورد در خصوص ارزش گزاره  $(p \wedge \sim q) \Rightarrow q$ ، درست است؟

(۲) همواره نادرست است.

(۱) هم‌ارز  $p \Rightarrow q$  است.

(۴) هم‌ارز  $p \Rightarrow \sim q$  است.

(۳) همواره درست است.

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (کنکور خارج از کشور ریاضی - ۱۴۰۱)

۸۸. ارزش گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$  در کدام حالت زیر درست است؟

(۲)  $p$  نادرست،  $q$  نادرست،  $r$  نادرست

(۱)  $p$  درست،  $q$  نادرست،  $r$  درست

(۴)  $p$  نادرست،  $q$  درست،  $r$  نادرست

(۳)  $p$  درست،  $q$  درست،  $r$  نادرست

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (کنکور سراسری ریاضی - ۱۴۰۰)

۸۹. ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \vee r)$ ، درست است. احتمال اینکه ارزش گزاره  $r$  نادرست باشد، کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{7} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{7} \quad (۱)$$

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۸)

۹۰. اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

$$p \Rightarrow (p \wedge \sim q) \quad (۴)$$

$$p \Rightarrow \sim (p \vee q) \quad (۳)$$

$$p \Rightarrow (p \vee q) \quad (۲)$$

$$p \Rightarrow (\sim p \wedge q) \quad (۱)$$





۹۱. اگر ارزش گزاره مرکب  $(p \wedge q) \vee (\sim p \Rightarrow q)$  نادرست باشد، در این صورت ارزش گزاره‌های  $p$  و  $q$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(مکمل تمرین ۲ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۸)

۱) درست - نادرست      ۲) نادرست - نادرست      ۳) نادرست - درست      ۴) درست - درست

۹۲. کدام یک از هم‌ارزی‌های زیر، نادرست است؟

(مرتبط با تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (کنکور خارج از کشور انسانی - ۹۸)

۱)  $p \wedge (p \vee q) \equiv p$       ۲)  $p \vee (p \wedge q) \equiv p$       ۳)  $(\sim p \vee q) \equiv (p \Rightarrow q)$       ۴)  $(\sim p \vee q) \equiv (q \Rightarrow p)$

۹۳. هم‌ارز گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$ ، کدام است؟

(مرتبط با تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (کنکور خارج از کشور انسانی - ۹۹)

۱)  $\sim p$       ۲)  $p$       ۳)  $q$       ۴)  $\sim q$

۹۴. گزاره  $((\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)) \Rightarrow p$  در کدام حالت نادرست است؟

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (کنکور سراسری انسانی - ۱۴۰۱)

۱)  $p$  و  $q$  درست      ۲)  $\sim p$  و  $\sim q$  نادرست      ۳)  $p$  و  $\sim q$  درست      ۴)  $p$  و  $\sim q$  نادرست

۹۵. اگر  $p$ ،  $q$  و  $r$  گزاره‌های دلخواه باشند در این صورت هم‌ارز گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  کدام است؟

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی)

۱)  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$       ۲)  $q \wedge (p \Rightarrow r)$       ۳)  $p \Rightarrow (q \wedge r)$       ۴)  $p \Rightarrow (q \vee r)$

۹۶. گزاره  $(\sim q \vee r) \Rightarrow p$  با کدام گزاره هم‌ارز است؟

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (کنکور سراسری انسانی - تیر ۱۴۰۲)

۱)  $(\sim q \vee r) \Rightarrow p$       ۲)  $(\sim q \wedge r) \Rightarrow \sim p$       ۳)  $(q \vee \sim r) \Rightarrow p$       ۴)  $(q \wedge \sim r) \Rightarrow \sim p$

۹۷. کدام گزاره، هم‌ارز منطقی گزاره  $\sim [((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r)) \Rightarrow p]$  است؟

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (کنکور سراسری انسانی - تیر ۱۴۰۲)

۱)  $p \wedge ((q \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim r))$       ۲)  $\sim p \vee ((q \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim r))$       ۳)  $(\sim p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$       ۴)  $(p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$

۹۸. جدول ارزشی کدام گزاره با جدول ارزشی گزاره  $(r \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ ، یکسان نیست؟

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی)

۱)  $p \vee q \vee r$       ۲)  $(p \wedge \sim q) \vee r$       ۳)  $(p \Rightarrow q) \vee r$       ۴)  $(p \vee r) \wedge (q \Rightarrow r)$

۹۹. جدول ارزشی کدام یک از گزاره‌های زیر با جدول ارزشی گزاره  $(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$ ، یکسان نیست؟

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی)

۱)  $p \Rightarrow (q \vee r)$       ۲)  $(p \wedge q) \vee r$       ۳)  $\sim p \vee q \vee r$       ۴)  $(p \Rightarrow q) \vee r$

۱۰۰. مطابق با جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره  $X$  باشد؟

(مکمل تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (کنکور سراسری ریاضی - تیر ۱۴۰۲)

۱)  $(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (\sim q \wedge r))$       ۲)  $(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (q \wedge \sim r))$       ۳)  $[p \Rightarrow ((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r))] \Rightarrow (\sim (p \vee r) \wedge q)$       ۴)  $(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q]$

p	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	ن
د	ن	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

**ترکیب دوشروطی گزاره‌ها** (صفحه‌های ۸ تا ۱۱ کتاب درسی)

ترکیب دوشروطی دو گزاره هرگاه بخواهیم از گزاره  $p$ ، گزاره  $q$  را نتیجه بگیریم و از گزاره  $q$ ، گزاره  $p$  را نتیجه بگیریم آن را به صورت « $p \Leftrightarrow q$ » نشان می‌دهیم و به یکی از صورت‌های زیر خوانده می‌شود:

« $p$  نتیجه می‌دهد  $q$  را و  $q$  نتیجه می‌دهد  $p$  را»، «اگر  $p$  آنگاه  $q$  و اگر  $q$  آنگاه  $p$ »، «اگر  $p$  آنگاه  $q$  و برعکس»، « $p$  شرط لازم و کافی است برای  $q$ » و « $p$  اگر و تنها اگر  $q$  می‌خوانیم.

به عبارت دیگر ترکیب دو شرطی گزاره‌های  $p$  و  $q$  به صورت ترکیب عطفی دو گزاره شرطی « $p \Rightarrow q$ » و « $q \Rightarrow p$ » است و هم‌ارزی زیر برقرار است:

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \Leftrightarrow q$$

بنابراین طبق جدول ارزش گزاره‌های شرطی و عطفی برای ارزش گزاره‌های دوشروطی داریم:

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

همان‌طور که از جدول بالا ملاحظه می‌شود اگر دو گزاره  $p$  و  $q$  هم‌ارز باشند یعنی  $p \equiv q$  (هر دو درست یا هر دو نادرست) در این صورت ارزش گزاره دو شرطی « $p \Leftrightarrow q$ » همواره درست است.

پاسخ نامہ  
تشریح



## پاسخ تشریحی آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

### ۱. گزینه ۲

در منطق ریاضی به هر جمله خبری که بتوانیم دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را به آن نسبت بدهیم یک گزاره گفته می‌شود.

### ۲. گزینه ۴

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: این جمله، یک جمله پرسشی است، پس به عنوان یک گزاره تلقی نمی‌شود چرا که نمی‌توان بر روی آن ارزش درستی یا نادرستی قرار داد.  
گزینه «۲»: این جمله یک جمله عاطفی است، پس به عنوان یک گزاره تلقی نمی‌شود.

گزینه «۳»: این جمله خبری نمی‌تواند یک گزاره تلقی شود چرا که درستی یا نادرستی آن دقیقاً معین نمی‌باشد زیرا برحسب سلیقه تغییر می‌کند.  
گزینه «۴»: این جمله خبری یک گزاره است زیرا درستی یا نادرستی آن دقیقاً مشخص است.

### ۳. گزینه ۴

گزاره، جمله یا عبارتی خبری است که ارزش آن، فقط درست یا فقط نادرست باشد. ضمناً جملات امری، عاطفی، پرسشی و به طور کل هر جمله‌ای که سلیقه افراد در آن دخیل باشد، گزاره محسوب نمی‌شود. از نظر علمی نمی‌توان گفت «ریاضی، دشوارترین درس رشته انسانی است» پس این جمله، گزاره محسوب نمی‌شود.

### ۴. گزینه ۱

هر جمله خبری که بتوانیم دقیقاً یکی از دو ارزش درستی یا نادرستی را به آن نسبت دهیم، یک گزاره است. مورد (ج) یک گزاره است.

(آ) یک جمله پرسشی است، لذا گزاره نیست.

(ب) یک جمله خبری است که ارزش آن قابل تعیین نیست و می‌تواند درست یا نادرست باشد.

مورد (پ) یک جمله توصیفی است که به سلیقه افراد بستگی دارد.

(ت) کوچک بودن جرم یک دانه برنج مقیاس مشخصی ندارد و ارزش آن قابل تعیین نیست.

(ث) این جمله امری است لذا نمی‌تواند گزاره باشد.

### ۵. گزینه ۱

به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم:

(الف) این عبارت یک گزاره نمی‌باشد. چرا که درستی یا نادرستی آن دقیقاً مشخص نیست و ممکن است از دیدگاه‌های مختلف درست یا نادرست باشد.

(ب) این عبارت یک گزاره است زیرا یک جمله خبری است و درستی و نادرستی آن کاملاً مشخص است.

(پ) این عبارت یک گزاره است چرا که درستی و نادرستی آن دقیقاً قابل تعیین است.  
(ت) این عبارت یک گزاره نیست زیرا یک جمله عاطفی است و همچنین ارزش آن دقیقاً مشخص نیست و بسته به سلیقه افراد می‌تواند درست یا نادرست باشد.  
(ث) این عبارت یک گزاره نیست زیرا یک جمله امری است و نمی‌توان دقیقاً ارزش آن را مشخص کرد.

(ج) این عبارت نیز یک گزاره نیست زیرا بنا به سلیقه افراد می‌تواند درست یا نادرست باشد.

پس تنها دو مورد از عبارتهای بالا گزاره محسوب می‌شوند.

### ۶. گزینه ۲

مورد (ب) گزاره نیست چون در ریاضیات، معیاری برای بزرگی یا کوچکی اعداد وجود ندارد.

مورد (ت) هم گزاره نیست چون جمله‌ای امری است نه خبری.

### ۷. گزینه ۲

گزینه «۱»: اگر  $n = 1, 2, 3, \dots$  باشد، حاصل  $(-5)^n$  همواره منفی نیست مثلاً

$$(-5)^2 = 25$$

گزینه «۲»: عدد ۱۰۰ مربع کامل است (جذر کامل دارد) و کوچکترین عدد طبیعی ۳ رقمی هم هست.

گزینه «۳»: مقدار  $a$  دقیقاً معلوم نیست، پس ارزش این گزاره نامعلوم است.

گزینه «۴»:  $1+2+9=13=3^0+3^1+3^2$  ولی گفته شده که  $13 \neq 13$  پس این گزاره، نادرست است.

### ۸. گزینه ۱

گزاره «الف» نادرست است؛ چون کوچک‌ترین عدد اول طبیعی یک رقمی، عدد ۲ است.

$$\text{گزاره «ب» درست است؛ زیرا: } (3 - \sqrt{5}) + (7 + \sqrt{5}) = 10$$

گزاره «پ» درست است؛ هر عدد طبیعی فرد را در هر عدد طبیعی زوج ضرب کنیم، جواب، عددی زوج می‌شود.

$$\text{گزاره «ت» هم درست است؛ چون } 1 = (-1)^2 \text{ نامنفی است.}$$

قسمت «ث» اصلاً گزاره نیست؛ چون موضوعی سلیقه‌ای است و قابل ارزش‌گذاری نیست.

گزاره «ج» درست است، چون وزن، متغیر کمی نسبتی است.

### ۹. گزینه ۴

منظور از نقیض یک جمله حالت نفی (منفی) جمله خبری را می‌رساند. که در اینجا نقیض گزاره به صورت «متغیر  $x$  یک نام معتبر در زبان  $Y$  نیست» است.

### ۱۰. گزینه ۲

چون هر گزاره به صورت یک جمله خبری است و حتماً دارای فعل می‌باشد، برای بیان نقیض یک گزاره کافی است فعل جمله را نفی کنیم حال به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»:  $\sqrt{2}$  عددی گویا است. نقیض  $\sqrt{2}$  عددی گویا نیست یا  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است.

گزینه «۲»:

$$10^2 + 10^1 + 10^0 = 10^3 \text{ نقیض } 10^2 + 10^1 + 10^0 \neq 10^3$$

گزینه «۳»: تهران پایتخت عراق است. نقیض تهران پایتخت عراق نیست.

گزینه «۴»:  $(1 - \sqrt{2})$  عددی منفی است. نقیض  $(1 - \sqrt{2})$  عددی منفی نیست.

### ۱۱. گزینه ۲

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$\text{گزینه «۱»}: -5 < -2 \text{ نقیض } -2 \geq -5$$

$$\text{گزینه «۲»}: 10^5 = 10^2 + 10^3 \text{ نقیض } 10^5 \neq 10^2 + 10^3$$

گزینه «۳»:  $a$  مثبت است. نقیض  $a$  مثبت نیست.

گزینه «۴»:  $a$  عددی گویا است. نقیض  $a$  عددی گنگ است.

### ۱۲. گزینه ۲

دو گزاره نقیض هم باید از نظر ارزش، دقیقاً مخالف هم باشند. در گزینه «۱» نقیض گزاره « $x$  منفی است.» گزاره « $x$  عددی نامنفی است.» می‌باشد. ولی دو گزاره «عدد طبیعی  $x$  زوج است» و «عدد طبیعی  $x$  فرد است» نقیض‌اند چون اگر عدد طبیعی  $x$  عددی زوج نباشد حتماً فرد است. ضمناً اصلاح شده گزینه‌های «۳» و «۴» عبارتند از:

$$\left(\frac{1}{2} \geq \frac{1}{5}\right) \text{ نقیض } \left(\frac{1}{2} < \frac{1}{5}\right)$$

$$3 \in Z \text{ نقیض } 3 \notin Z, \sim (3 \in Z)$$

### ۱۳. گزینه ۳

نقیض موارد «الف» و «ب» درست است. نقیض موارد «ج» و «د» به صورت زیر صحیح است:

$$(4 \in Z) \text{ نقیض } 4 \notin Z$$

$$\left(\frac{1}{3} \geq \frac{1}{6}\right) \text{ نقیض } \left(\frac{1}{3} < \frac{1}{6}\right)$$

۱۴. گزینه ۴

گزاره: حاصل جمع هر دو عدد گویا عددی گویاست. نقیض گزاره: دو عدد گویا وجود دارد که حاصل جمع آن‌ها گویا نیست.

۱۵. گزینه ۲

ارزش گزاره «بعضی از مستطیل‌ها مربع‌اند» درست است. چون مستطیل‌هایی که طول و عرض برابر دارند مربع‌اند. پس ارزش گزاره «مخالف آن نادرست است. در مورد «الف» گزاره «همه مستطیل‌ها مربع‌اند» نادرست است. در مورد «ت» گزاره «هیچ مستطیلی مربع نیست» نادرست است.

۱۶. گزینه ۲

در موارد (الف) و (ب) نقیض گزاره درست بیان شده است. در مورد (پ) نقیض گزاره به صورت «عدد  $a$  از عدد  $b$  بزرگ‌تر نیست.» درست است. در مورد (ت) نقیض گزاره به صورت « $a$  عددی اول نیست.» درست است. چون اعداد طبیعی یا اول یا مرکب و یا نه اول و نه مرکب هستند (عدد یک نه اول و نه مرکب است).

۱۷. گزینه ۳

گزاره « $10$  عددی اول است» نادرست است، زیرا  $10$  عددی اول نیست. حال می‌بایست گزاره‌ای را انتخاب کنیم که ارزش آن نادرست باشد. به بررسی گزینه «۱»:  $5$  عددی فرد است این گزاره دارای ارزش درست است. گزینه «۲»:  $16 = 4^2$  و  $16 = 4^2$  پس این گزاره نیز درست است. گزینه «۳»: هر ساعت معادل  $3600$  ثانیه است، پس این گزاره نادرست است. گزینه «۴»: این گزاره نیز همواره درست است. زیرا:

$$\begin{aligned} n^2 + (n+1)^2 &< (2n+1)^2 \\ \Rightarrow n^2 + n^2 + 2n + 1 &< 4n^2 + 4n + 1 \\ \Rightarrow 2n^2 + 2n + 1 &< 4n^2 + 4n + 1 \Rightarrow 2n^2 + 2n > 0 \end{aligned}$$

به ازای هر مقدار  $n$  که متعلق به اعداد طبیعی است برقرار است.

۱۸. گزینه ۴

دو گزاره وقتی هم‌ارزند که برای همه حالات منطقی هر دو درست یا نادرست باشند. گزینه «۱»: قرآن دارای  $30$  جزء است، گزاره‌ای درست است در حالی که  $\pi$  عددی گویا است، گزاره‌ای نادرست است. پس این دو گزاره هم‌ارز نیستند. گزینه «۲»:  $13 = 4 + 9 = 2^2 + 3^2$  ،  $16 = 4^2$  و  $4^2 + 3^2 > 2^2 + 3^2$  گزاره‌ای صحیح نیست. در حالی که مرکز استان خوزستان اهواز است و گزاره‌ای صحیح است. پس این دو گزاره هم‌ارز نیستند. گزینه «۳»: رنگ میوه خرمالو نارنجی است گزاره‌ای درست است در حالی که پایه‌گذار حکومت صفویه شاه اسماعیل صفوی است و این گزاره صحیح نیست و در نتیجه این دو گزاره هم‌ارز نیستند.

گزینه «۴»: جواب معادله  $2x + 1 = 0$  برابر  $x = -\frac{1}{2}$  است، پس این گزاره صحیح نیست. ژاپن نیز جزء کشورهای خاورمیانه محسوب نمی‌شود، پس این گزاره صحیح نیست. پس این دو گزاره دارای ارزش یکسان هستند، پس هم‌ارزاند.

۱۹. گزینه ۲

تعداد حالت‌های ارزشی  $n$  گزاره که در کنار یکدیگر می‌آیند از رابطه  $2^n$  به دست می‌آید، داریم:

$$2^4 = 16 = \text{تعداد حالت‌های ارزشی } 4 \text{ گزاره}$$

۲۰. گزینه ۲

تعداد حالت‌های ارزشی  $n$  گزاره برابر  $2^n$  است، حال اگر تعداد  $3$  گزاره اضافه کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} 2^{n+3} - 2^n &= 224 \\ \Rightarrow 2^n \times 2^3 - 2^n &= 224 \Rightarrow 8 \times 2^n - 2^n = 224 \\ \Rightarrow 7 \times 2^n &= 224 \Rightarrow 2^n = 32 \\ \Rightarrow 2^n &= 2^5 \Rightarrow n = 5 \end{aligned}$$

پس تعداد گزاره‌های اولیه  $5$  تا است.

۲۱. گزینه ۲

ترکیب عطفی دو گزاره فقط وقتی دارای ارزش درست است که هر دو گزاره ارزش درست داشته باشد و اگر حداقل یکی از دو گزاره نادرست باشند، « $p \wedge q$ » نادرست است.

با توجه به این توضیحات جدول گزینه «۲» صحیح است.

۲۲. گزینه ۱

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:  
گزینه «۱»: این گزاره مرکب، ترکیب عطفی دو گزاره ساده است که درست است، زیرا هر دو گزاره موجود در ترکیب درست است.  
گزینه «۲»: این گزاره مرکب که ترکیب عطفی دو گزاره ساده است نادرست است، زیرا گزاره دوم موجود در ترکیب نادرست است زیرا قرآن  $30$  جزء دارد.  
گزینه «۳»: این گزاره ترکیب عطفی دو گزاره است که نادرست است، زیرا گزاره دوم موجود در ترکیب نادرست است زیرا در سال کبیسه اسفند  $30$  روز دارد.  
گزینه «۴»: این گزاره نیز ترکیب عطفی دو گزاره است که هر دو گزاره نادرست هستند و در نتیجه ترکیب عطفی آنها نیز نادرست است. زیرا  $\pi \notin \mathbb{Z}$  و اگر  $a = 0$  در این صورت  $-a^2 = 0$  است که نادرست است.

۲۳. گزینه ۲

ترکیبی عطفی  $p \wedge q$  زمانی درست است که  $p$  درست و  $q$  نیز درست باشند. موارد (الف) و (پ) درست هستند. در مورد (ب)  $13$  شمارنده اول عدد  $13$  است. در مورد (ت)  $24$  دارای دو شمارنده اول  $2$  و  $3$  است.

۲۴. گزینه ۴

با استفاده از قوانین دمورگان نقیض ترکیب عطفی گزاره‌ها به صورت ترکیب فصلی نقیض هر یک از گزاره‌ها می‌باشد. حال نقیض هر یک از گزینه‌ها را می‌نویسیم:  
(۱) عبارت  $a^2 + 2ab + b^2$  مربع کامل نیست یا  $93$  عددی غیر اول است.  
(۲)  $2^4 \leq 4^2$  یا در مثلث متساوی‌الاضلاع زاویه‌ای وجود دارد که  $60^\circ$  نیست.  
(۳)  $2^6 + 1$  بر  $5$  بخش پذیر نیست یا معادله  $2x + 1 = 0$  یک ریشه ندارد.  
(۴) مجموع دو عدد فرد همواره زوج است، یا وجود دارد عدد زوجی که بر  $3$  بخش پذیر است.

۲۵. گزینه ۱

برای آنکه  $q \wedge p$  درست باشد، باید  $p$  و  $q$  هر دو درست باشند. بنابراین در جاهای خالی باید به ترتیب عبارتهای کوچک‌تر و بزرگ‌تر قرار داده شوند.

۲۶. گزینه ۳

اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، در صورتی ترکیب عطفی دو گزاره نادرست است که حداقل یکی از آنها نادرست باشد.

حال به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱) عددی مربع کامل است، گزاره‌ای درست و  $(\sqrt{2})^2 = 2$  عددی زوج است، گزاره‌ای درست، پس ترکیب عطفی آنها درست است.

(۲) عددی فرد است، گزاره‌ای درست و  $(\sqrt{2})^2 = 2$  عددی اول است نیز گزاره‌ای درست، پس ترکیب عطفی آنها درست است.

(۳) عددی مربع کامل است، گزاره‌ای درست و  $2$  عددی گنگ است، گزاره‌ای نادرست، پس ترکیب عطفی آنها نادرست است.

(۴) عددی فرد است، گزاره‌ای درست و  $(\sqrt{2})^2 = 2$  عددی طبیعی است، گزاره‌ای درست، پس ترکیب عطفی آنها درست است.

۲۷. گزینه ۳

در ترکیب عطفی  $n$  گزاره، اگر حداقل یکی از گزاره‌ها نادرست باشد، ترکیب عطفی آنها نادرست است. و تنها در صورتی ترکیب عطفی آنها درست است که همه گزاره‌ها صحیح باشند.

پس در ترکیب عطفی  $n$  گزاره تعداد حالات نادرست آن  $2^n - 1$  است، داریم:

$$2^4 - 1 = 16 - 1 = 15 = \text{تعداد حالت‌های نادرست ترکیب عطفی } 4 \text{ گزاره}$$



### ۲۸. گزینه ۱

گزاره « $4 < 3$ » دارای ارزش نادرست و گزاره «کانون فرهنگی آموزش قلمچی وقف عام است» گزاره درست است.

پس با توجه به جدول زیر داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \wedge q$
د	د	د	ن	ن	د

پس گزاره  $\sim p \wedge q$  دارای ارزش درست و گزاره  $p \wedge \sim q$  دارای ارزش نادرست است.

### ۲۹. گزینه ۳

باید در جای خالی، گزاره‌ای با ارزش درست قرار داد. فقط گزاره مربوط به گزینه «۳» درست است چون می‌دانیم در معادله درجه دوم

$$ax^2 + bx + c = 0$$

مجموع ریشه‌ها برابر  $-\frac{b}{a}$  و حاصل ضرب ریشه‌ها برابر  $\frac{c}{a}$  است. ضمناً توجه کنید که پارامتر لزوماً از آماره‌ها بزرگتر نیست و حاصل

$$(-5)^{n+1}$$

به‌ازای n های طبیعی، گاهی مثبت و گاهی منفی است.

### ۳۰. گزینه ۱

چون ارزش گزاره مرکب  $(p \wedge q \wedge r)$  نادرست است، پس حداقل یکی از سه گزاره، ارزش نادرست دارد. از طرفی q گزاره‌ای درست است، پس برای نادرست بودن گزاره مرکب  $(p \wedge q \wedge r)$  برای دو گزاره p و r سه حالت زیر ممکن است.

	p	r
	د	ن
	ن	د
	ن	ن

### ۳۱. گزینه ۴

ترکیب فصلی گزاره‌ها زمانی نادرست است که تمام گزاره‌ها نادرست باشند اگر حداقل یکی از آن‌ها درست باشد، ترکیب فصلی آن‌ها درست است، پس با توجه به گزینه‌ها، گزینه «۴» صحیح است.

### ۳۲. گزینه ۳

به بررسی تک‌تک موارد می‌پردازیم:  
الف) ترکیب فصلی دو گزاره را نشان می‌دهد که گزاره‌ای درست است زیرا قسمت اول گزاره که ۴ عددی زوج است درست است و قسمت دوم آن که ۴ عددی اول است نادرست است در نتیجه ترکیب فصلی آن درست است.  
ب) این عبارت نیز یک گزاره صحیح است زیرا ترکیب فصلی دو گزاره است که گزاره اول آن صحیح است.  
پ) این عبارت نیز یک گزاره صحیح است زیرا ترکیب فصلی دو گزاره است که گزاره اول آن صحیح است.

### ۳۳. گزینه ۲

در ترکیب فصلی دو گزاره اگر حداقل یکی از دو گزاره، ارزش درست داشته باشد، در این صورت ارزش ترکیب فصلی آن‌ها درست است.

حال به بررسی تک‌تک موارد می‌پردازیم:

الف) عدد  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است لذا ترکیب فصلی گزاره «الف» درست است.

ب) ۹۱ عددی مرکب است و عدد زوج نیست پس ترکیب فصلی این دو گزاره نیز دارای ارزشی درست است.

پ)  $-2 > -5$  گزاره‌ای نادرست و از طرفی  $-\frac{1}{32} = -\frac{1}{(-2)^5} = \frac{1}{(-2)^5}$  پس

$32 = (-2)^{-5}$  نیز گزاره‌ای نادرست است پس ترکیب فصلی این دو گزاره نادرست است.

پس تنها ارزش موارد «الف» و «ب» صحیح است.

### ۳۴. گزینه ۲

با توجه به قوانین دموگان نقیض ترکیب فصلی گزاره‌ها با ترکیب عطفی نقیض هر یک از گزاره‌ها هم‌ارز است.

نقیض تک‌تک موارد را می‌نویسیم:

الف)  $3 + 4$  عددی غیر اول است و  $3 - 4$  عددی اول نیست.

ب)  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  عددی گنگ است و  $-5$  عضو اعداد طبیعی نیست.

پ)  $a^2 - 1 = (a-1)(a+1)$  اتحاد مزدوج نیست و سالی وجود دارد که ۱۲ ماه ندارد. در نتیجه تنها نقیض دو گزاره صحیح نوشته شده است.

### ۳۵. گزینه ۲

اگر حداقل یکی از گزاره‌های p یا q صحیح باشد، آنگاه  $p \vee q$  درست است. در گزینه «۲» با قرار دادن  $x = 91$  و  $y = 17$ ، هر دو عبارت نادرست می‌شود، بنابراین گزاره «۹۱ عددی اول است یا ۱۷ عددی زوج است»، نادرست می‌شود.

### ۳۶. گزینه ۴

ترکیب فصلی دو گزاره زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند. به همین منظور پاسخ صحیح گزینه «۴» خواهد بود. زیرا مربع عدد فرد عددی زوج است گزاره‌ای نادرست و همچنین وارپانس داده‌های  $a, a, a$  مخالف صفر است نیز نادرست است، پس ترکیب فصلی آن‌ها نیز نادرست است.

### ۳۷. گزینه ۳

در ترکیب فصلی n گزاره اگر حداقل یکی از گزاره‌ها درست باشد، در این صورت ترکیب فصلی آن‌ها درست است و تنها در صورتی ترکیب فصلی آن‌ها نادرست است که همه گزاره‌ها نادرست باشند، پس در ترکیب فصلی n گزاره تعداد حالات درست آن برابر  $2^n - 1$  است، داریم:

$$2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$$

### ۳۸. گزینه ۳

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$p \vee \sim q$
T	F	F	T	F	T

### ۳۹. گزینه ۳

ترکیب فصلی گزاره‌ها زمانی دارای ارزش درست است که حداقل یکی از گزاره‌ها درست باشد.

### ۴۰. گزینه ۳

ترکیب فصلی گزاره‌ها زمانی دارای ارزش نادرست است که همه گزاره‌ها نادرست باشند، لذا گزاره  $\sim q$  دارای ارزش نادرست است پس q گزاره‌ای درست است. که از بین گزینه‌ها تنها گزاره «قرآن ۳۰ جزء دارد» درست است.

### ۴۱. گزینه ۲

گزاره  $(p \vee \sim p)$  همواره درست است. گزاره  $(p \wedge \sim p)$  همواره نادرست است.

### ۴۲. گزینه ۴

به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: ترکیب فصلی دو گزاره زمانی درست است که یکی از آنها یا هر دوی آنها درست باشد اگر هر دوی آنها درست باشد، در این صورت ترکیب فصلی نقیض آن‌ها نادرست می‌شود پس گزینه «۱» نادرست است.

گزینه «۲»: با توجه به استدلال بالا درمی‌یابیم که ترکیب عطفی نقیض دو گزاره حتماً نادرست خواهد شد، پس این گزینه نادرست است.

گزینه «۳»: ترکیب عطفی دو گزاره زمانی نادرست است که یکی از آنها یا هر دوی آنها نادرست باشند، در این صورت اگر هر دوی آنها نادرست باشد در این صورت ترکیب عطفی نقیض آن‌ها درست خواهد شد پس این گزینه نیز نادرست است.

گزینه «۴»: ترکیب عطفی دو گزاره زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند در این صورت ترکیب فصلی نقیض آن‌ها همواره نادرست خواهد شد.

### ۴۳. گزینه ۲

ترکیب فصلی دو گزاره زمانی درست است که حداقل یکی از گزاره‌ها درست باشد، اگر در گزاره مرکب  $p \vee (q \wedge r)$ ، گزاره p را درست فرض کنیم در این صورت در چهار حالت ترکیب‌های q و r، گزاره  $p \vee (q \wedge r)$  درست خواهد شد و در یک حالت درستی  $q \wedge r$  و نادرستی p ترکیب فصلی درست خواهد بود، پس در مجموع در ۵ ردیف جدول، این گزاره مرکب درست است و نیازی به رسم جدول نیست که حل سؤال وقت‌گیر باشد.

۴۴. گزینه ۱

به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم:

(۱)  $\underbrace{29 \text{ عددی اول}}_T \text{ یا } \underbrace{\text{مربک}}_F \text{ و } \underbrace{7 \text{ عددی گنگ}}_F \text{ یا } \underbrace{\text{گویا}}_T \text{ است.}$

T

(۲) اعداد طبیعی، اعدادی گنگ و صحیح هستند.

T

F

یا

F

حاصل جمع هر دو عدد اول، عددی اول است.

F

(۳)  $\frac{1}{3}$  یا  $\frac{1}{4}$  اعدادی اول هستند و حاصل ضرب آنها نیز عددی اول است.

F

T

(۴)  $3 - x^2 = 0$  جواب معادله  $x^2 + 9 = 0$  است

F

T

یا

F

حاصل ضرب دو عدد فرد، عددی فرد و گویا است.

F

T

پس ارزش گزاره گزینه «۱» با دیگر گزینه‌ها متفاوت است.

۴۵. گزینه ۲

گزاره «۷ عددی صحیح و گنگ است» ترکیب عطفی دو گزاره ساده می‌باشد که ۷ عددی صحیح است، دارای ارزش درست است و ۷ عددی گنگ است، گزاره‌ای نادرست است، پس ترکیب عطفی دارای ارزش نادرست است. حال ترکیب فصلی این گزاره مرکب با گزاره‌ای دارای ارزش نادرست است که گزاره مرکب دیگر نیز دارای ارزش نادرست باشد.

حال به بررسی ارزش گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱)  $91 \text{ عددی اول است یا اول است.}$

F

F

(۲) مربع چهارضلعی مساوی و چهارزاویه قائم دارد. ارزش این گزاره درست است.

T

T

(۳) اصفهان یا شیراز پایتخت اکنون ایران است. ارزش این گزاره نادرست است.

F

F

(۴)  $\sqrt{2} - 1$  عددی گویا و مثبت است، ارزش این گزاره نادرست است پس گزاره گزینه «۲» نمی‌تواند در عبارت قرار گیرد.

۴۶. گزینه ۴

ترکیب عطفی دو گزاره زمانی نادرست است که حداقل یکی از آن‌ها نادرست باشد. به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم:

(الف) ۲۹ عددی اول است پس گزاره‌ای درست است در نتیجه ترکیب فصلی گزاره «الف» به دلیل درستی گزاره اول درست است.

(ب) ۱۲۰ عددی زوج است و گزاره‌ای درست است و ۱۲۰ بر ۵ بخش پذیر است نیز گزاره‌ای درست است، پس ترکیب عطفی آن‌ها نیز دارای ارزش درست است.

(پ) ۷ عددی اول نیست گزاره‌ای نادرست است و ۷ نیز بر ۳ بخش پذیر نیست گزاره‌ای درست است در نتیجه ترکیب عطفی دو گزاره درست و نادرست همواره نادرست است، پس ارزش این گزاره نادرست است.

(ت)  $9 = (-3)^2$  گزاره‌ای درست و  $\frac{1}{8} = 2^{-3}$  نیز گزاره‌ای درست است پس در نتیجه ترکیب فصلی آن‌ها نیز درست است.

پس با توجه به گزینه‌ها ترکیب عطفی گزاره‌های (پ) و (ت) نادرست است.

۴۷. گزینه ۴

گزاره درست را با T و گزاره نادرست را با F نشان می‌دهیم. حال به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱)  $(\sim q \wedge r) \wedge (q \wedge r) \equiv (\sim F \wedge F) \wedge (F \wedge F)$

$\equiv (T \wedge F) \wedge (F) \equiv F \wedge F \equiv F$

۲)  $(\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim p \equiv (\sim F \wedge \sim F) \wedge \sim T \equiv (T \wedge T) \wedge F$

$\equiv T \wedge F \equiv F$

۳)  $(p \wedge \sim q) \wedge r \equiv (T \wedge \sim F) \wedge F \equiv (T \wedge T) \wedge F \equiv T \wedge F \equiv F$

۴)  $(\sim q \wedge p) \wedge (p \vee r) \equiv (\sim F \wedge T) \wedge (T \vee F) \equiv (T \wedge T) \wedge T$

$\equiv T \wedge T \equiv T$

پس ارزش گزاره گزینه «۴» با بقیه متفاوت است.

۴۸. گزینه ۴

اگر گزاره دلخواه باشد، در این صورت با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم: گزینه «۱»:

p	q	$p \vee r$	$q \wedge r$	$(p \vee r) \wedge (q \wedge r)$
د	ن	د	ن	ن

گزینه «۲»:

p	q	$\sim q$	$p \wedge r$
د	ن	د	r

$\sim q \wedge r$	$(p \wedge r) \vee (\sim q \wedge r)$
r	r

هم‌ارزش با r

گزینه «۳»:

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
د	ن	ن	ن

$p \vee r$	$(\sim p \vee q) \wedge (p \vee r)$
د	ن

گزینه «۴»:

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
د	ن	د	د

$q \vee r$	$(p \wedge \sim q) \vee (q \vee r)$
r	د

هم‌ارزش با r

۴۹. گزینه ۴

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم، گزاره p که درست است را با T و گزاره q که نادرست است را با F نشان می‌دهیم، داریم:

۱)  $(\sim p \wedge q) \wedge r \equiv (\sim T \wedge F) \wedge r \equiv (F \wedge F) \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$

۲)  $\sim (p \vee \sim q) \wedge r \equiv \sim (T \vee \sim F) \wedge r \equiv \sim (T \vee T) \wedge r$

$\equiv \sim T \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$

۳)  $(\sim p \vee r) \wedge q \equiv (\sim T \vee r) \wedge F \equiv (F \vee r) \wedge F \equiv F$

۴)  $(\sim q \vee r) \wedge p \equiv (\sim F \vee r) \wedge T \equiv (T \vee r) \wedge T \equiv T \wedge T \equiv T$

پس ارزش گزاره گزینه «۴» با بقیه متفاوت است.

۵۰. گزینه ۲

گزاره مرکب از سه گزاره p، q و r تشکیل شده است که در کل  $2^3 = 8$  حالت درستی برای آن ممکن است. اگر گزاره r نادرست باشد، لذا  $\sim r$  درست و ترکیب فصلی آن با گزاره مرکب  $(p \wedge \sim q) \vee p$  دارای چهار حالت ارزشی خواهد بود که در هر چهار حالت در نهایت صحیح خواهد بود. حال اگر گزاره r درست باشد در این حالت چون گزاره p به صورت ترکیب فصلی در گزاره مرکب آمده است با فرض درست بودن p در دو حالت گزاره مرکب  $(p \wedge \sim q)$ ، گزاره  $(p \wedge \sim q) \vee r$  نیز دارای ارزش درست است لذا در کل گزاره مرکب  $(p \wedge \sim q) \vee r$  دارای ۶ حالت ارزش درست می‌باشد.

۵۱. گزینه ۴

با توجه به جدول هر یک از ردیف‌های جدول را جداگانه تحلیل می‌کنیم:

$\sim p \vee q$	q	$\sim r$	$q \wedge (p \vee r)$
T	F	T	F
F	F	F	F
T	T	T	نامعلوم

در ردیف اول: q نادرست و  $\sim p \vee q$  دارای ارزش درست است پس  $\sim p$  درست و p نادرست می‌باشد و r نیز دارای ارزش نادرست است، پس  $p \vee r$  دارای ارزش نادرست و ترکیب عطفی آن با q دارای ارزش نادرست است. در ردیف دوم: چون  $\sim p \vee q$  دارای ارزش نادرست است لذا الزاماً q نادرست است.



در ردیف سوم: چون  $q$  درست است، لذا  $p \vee q \sim$  درست است و معلوم نیست ارزش گزاره  $p$  چه می‌باشد زیرا می‌تواند هم درست و هم نادرست باشد لذا با توجه به ارزش نادرست  $r$  نمی‌توان ارزش گزاره  $p \vee r$  را تعیین کرد و در نتیجه ارزش گزاره  $q \wedge (p \vee r)$  به ارزش  $p$  بستگی دارد.

**گزینه ۲**

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها، ارزش تک تک گزینه‌ها را می‌یابیم. داریم:

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$p \vee q$
د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	د
د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	د
ن	د	د	د	ن	د
ن	د	ن	د	ن	د
ن	ن	د	د	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن

$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$	$p \wedge q$	$p \wedge r$
د	د	د	د
د	د	د	ن
د	د	ن	د
د	د	ن	ن
د	د	ن	ن
ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن

$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$q \wedge (p \vee r)$
د	د	د	د
د	ن	د	د
د	ن	د	ن
ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن

همان‌طور که از جدول مشخص است هم‌ارز گزاره  $p \wedge (q \vee r)$  گزاره  $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$  است.

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

**گزینه ۳**

به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم، اگر  $T$  گزاره‌های درست و  $F$  گزاره‌های نادرست باشد، داریم:

الف)  $p \vee (p \wedge q) \equiv (p \wedge T) \vee (p \wedge q)$   
 $\equiv p \wedge (T \vee q) \equiv p \wedge T \equiv p$   
 ب)  $p \wedge (p \vee q) \equiv (p \vee F) \wedge (p \vee q)$   
 $\equiv p \vee (F \wedge q) \equiv p \vee F \equiv p$   
 پ)  $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

البته دقت کنید تمام هم‌ارزی‌های فوق را می‌توانستیم با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نیز ثابت کنیم.

**گزینه ۲**

با توجه به توزیع «و» روی «یا» و توزیع «یا» روی «و» و اینکه  $T$  گزاره‌های درست و  $F$  گزاره‌های نادرست است، داریم:

$p \wedge (\sim q \wedge r) \equiv (p \vee \sim p) \wedge (p \vee q)$   
 $\equiv T \wedge (p \vee q) \equiv p \vee q$   
 $p \wedge (\sim p \vee q) \equiv (p \wedge \sim p) \vee (p \wedge q)$   
 $\equiv F \vee (p \wedge q) \equiv p \wedge q$

دقت کنید با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نیز می‌توان هم‌ارزی‌های فوق را به‌دست آورد.

**گزینه ۲**

ابتدا ارزش هر گزاره مرکب را در هر سطر تحلیل می‌کنیم:

نادرست:  $p$   $\Rightarrow$  نادرست:  $p \vee \sim q$  (سطر اول)  
 درست:  $q$   $\Rightarrow$  نادرست:  $\sim q$  درست:

نادرست:  $r$   $\Rightarrow$  درست:  $r$   $\Rightarrow$  درست:  $q \wedge \sim r$

نادرست:  $p$   $\Rightarrow$  نادرست:  $p \vee \sim q$  (سطر دوم)  
 درست:  $q$   $\Rightarrow$  نادرست:  $\sim q$  درست:

نادرست:  $r$   $\Rightarrow$  نادرست:  $\sim r$   $\Rightarrow$  درست:  $q \wedge \sim r$  نادرست:

نادرست:  $q$   $\Rightarrow$  درست:  $q$   $\Rightarrow$  درست:  $q \wedge \sim r$  (سطر سوم)  
 نادرست:  $r$   $\Rightarrow$  درست:  $\sim r$  نادرست:

درست:  $p$   $\Rightarrow$  درست:  $p \vee \sim q$  نادرست:

$p \vee \sim q$	$q \wedge \sim r$	p	q	r
F	T	F	T	F
F	F	F	T	T
T	T	T	T	F

$\sim r$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee (\sim r)$
T	F	T
F	F	F
T	T	T

پس گزینه «۲» پاسخ صحیح است.

**گزینه ۴**

ارزش گزاره‌های هر یک از گزینه‌ها را جداگانه می‌یابیم و با ستون  $x$  صورت سؤال مقایسه می‌کنیم، داریم:

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$
F	T	T	T	F	F
F	F	T	T	T	F
T	F	T	F	T	F
T	T	F	F	F	T

$p \wedge \sim q$	$(p \wedge \sim q) \vee r$	$p \vee r$	$(p \vee r) \wedge \sim q$	$p \wedge q$
F	T	T	F	F
F	T	T	T	F
T	T	T	T	F
F	F	T	F	T

گزینه «۱» گزینه «۲»

$p \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge r)$	$q \vee \sim r$	$(p \vee r) \wedge (q \vee \sim r)$
T	T	T	T
T	T	F	F
F	F	F	F
F	T	T	T

گزینه «۳» گزینه «۴»

همان‌طور که مشاهده می‌کنید ارزش ستون مربوط به گزاره مرکب گزینه «۴» با ارزش ستون  $x$  صورت سؤال یکسان است.

**گزینه ۴**

ترکیب فصلی دو گزاره زمانی دارای ارزش نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند، لذا داریم:

درست:  $p \rightarrow$  نادرست:  $\sim p$   $\Rightarrow$  درست:  $(p \wedge \sim q) \vee \sim p$   
 درست:  $q$   $\Rightarrow$  نادرست:  $\sim q$   $\Rightarrow$  درست:  $p \wedge \sim q$  نادرست:

پس ارزش هر دو گزاره  $p$  و  $q$  درست است، حال به بررسی ارزش گزاره‌های گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱)  $(p \vee \sim r) \wedge q$

۶۱. گزینه ۳

برای اینکه ارزش گزاره  $p \vee (q \wedge \sim r)$  نادرست باشد، باید  $p$  نادرست و  $q \wedge \sim r$  هم نادرست باشد.  
اگر  $q \wedge \sim r$  نادرست باشد یعنی:  $q$  نادرست یا  $r$  درست.  
پس شرط لازم برای نادرستی گزاره گفته شده این است که ( $p$  و  $q$  نادرست) یا ( $r$  درست و  $p$  نادرست).

۶۲. گزینه ۳

با توجه به جدول زیر داریم:

p	q	$\sim q$	$p \vee q$
د	د	ن	د
د	ن	د	د
ن	د	ن	د
ن	ن	د	ن

$p \wedge \sim q$	$(p \vee q) \wedge (p \wedge \sim q)$
ن	ن
د	د
ن	ن
ن	ن

با توجه به جدول بالا گزاره  $p$  دارای ارزش درست و گزاره  $q$  دارای ارزش نادرست است که با توجه به گزینه‌ها، گزینه «۳» پاسخ صحیح مسأله است.

زیرا گزاره «در هر مثلث مجموع زوایای داخلی مثلث  $180^\circ$  است» گزاره‌ای درست و گزاره «افلاطون نویسنده کتاب ارغنون است» گزاره‌ای نادرست است.

۶۳. گزینه ۳

راه حل اول: با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$
د	د	ن	ن	د
د	ن	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

$p \vee q$	$(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q)$
د	د
د	د
د	ن
ن	ن

همان‌طور که از جدول بالا مشاهده می‌شود  $p$  هم‌ارز گزاره  $(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q)$  می‌باشد.

$$(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv p$$

راه حل دوم: با استفاده از هم‌ارزی گزاره‌های  $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$  داریم:

$$(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv p \vee (\sim q \wedge q)$$

ارزش گزاره  $(\sim q \wedge q)$  همواره نادرست است پس ارزش گزاره  $p \vee (\sim q \wedge q)$  به ارزش گزاره  $p$  بستگی دارد پس داریم:

$$p \vee (\sim q \wedge q) \equiv p$$

۶۴. گزینه ۳

با استفاده از جدول زیر، ارزش گزاره هر یک از موارد را می‌یابیم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \wedge q$	$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$	$p \vee \sim q$
T	T	F	F	F	F	F	T
T	F	F	T	T	F	T	T
F	T	T	F	F	T	T	F
F	F	T	T	F	F	F	T

(الف)

$\sim p \vee q$	$(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$	$p \vee q$	$p \vee \sim q$	$(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$
T	T	T	T	T
F	F	T	T	T
T	F	T	F	F
T	T	F	T	F

(ب) (پ)

ترکیب فصلی گزاره  $p$  با هر گزاره دلخواه دیگر دارای ارزش درست است. لذا  $(p \vee \sim r)$  دارای ارزش درست است از طرفی ترکیب عطفی آن با گزاره  $q$  که آن نیز درست است دارای ارزش درست است.

$$۲) (p \wedge q) \vee (\sim p \vee r)$$

$p$  و  $q$  هر دو درست می‌باشند، لذا ترکیب عطفی آنها  $p \wedge q$  نیز دارای ارزش درست است و ترکیب فصلی آن با هر گزاره دلخواه مرکب دیگر نیز دارای ارزش درست است. پس ارزش گزاره مرکب این گزینه نیز درست است.

$$۳) (r \wedge q) \vee p$$

گزاره  $p$  درست است لذا ترکیب فصلی آن با هر گزاره دلخواه دیگر نیز دارای ارزش درست است.

$$۴) \sim (p \wedge q) \wedge r$$

$p$  و  $q$  هر دو دارای ارزش درست هستند، لذا ترکیب عطفی آن‌ها نیز دارای ارزش درست است و نقیض آنها  $\sim (p \wedge q)$  دارای ارزش نادرست است. لذا ترکیب عطفی آن با هر گزاره دلخواه دیگر نیز دارای ارزش نادرست است.

۵۸. گزینه ۲

اگر ترکیب فصلی دو گزاره درست باشد در این صورت دو حالت می‌تواند رخ دهد: هر دو گزاره درست باشند و یا یکی از آن‌ها درست و دیگری نادرست باشد، حال با توجه به جدول زیر ارزش گزاره مورد نظر سؤال را می‌یابیم:

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$	$\sim p \wedge q$	$p \vee (\sim p \wedge q)$
T	T	F	T	T	F	T
T	F	F	F	T	F	T
F	T	T	F	F	T	T

$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$	$\sim p \vee q$	$p \wedge (\sim p \vee q)$
T	T	T	T
T	T	F	F
T	F	T	F

پس ارزش گزاره  $p \vee (\sim p \wedge q)$  همواره درست است و گزینه «۲» صحیح است.

۵۹. گزینه ۳

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee r$
د	د	ن	ن	هم‌ارزش با $r$
د	ن	ن	د	هم‌ارزش با $r$
T	د	د	ن	د
F	ن	د	د	د

$\sim q \wedge r$	$(\sim p \vee r) \wedge (\sim q \wedge r)$
ن	ن
هم‌ارزش با $r$	هم‌ارزش با $r$
ن	ن
هم‌ارزش با $r$	هم‌ارزش با $r$

که با توجه به جدول بالا اگر  $p$  گزاره‌ای نادرست و  $q$  گزاره‌ای درست باشد آنگاه گزاره مرکب مورد نظر دارای ارزش نادرست است.

۶۰. گزینه ۱

ترکیب عطفی دو گزاره زمانی دارای ارزش درست است که هر دو گزاره درست باشند:

$$p \rightarrow \begin{cases} \text{درست: } r, \text{ درست: } q \\ \text{دارای ارزش درست} \\ \text{نادرست: } r, \text{ نادرست: } q \\ \text{نادرست: } r, \text{ درست: } q \end{cases} \rightarrow \sim q \vee r$$

پس طبق جدول زیر برای گزاره‌های  $p$ ،  $q$  و  $r$  داریم:

p	q	r	$\sim p$	$(\sim p \vee q)$	$(\sim p \vee q) \wedge r$
T	F	T	F	F	F
T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	F	F

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید ارزش گزاره  $(\sim p \vee q) \wedge r$  با ارزش گزاره  $q$  یکسان است.





$p \wedge q$	$p \wedge \sim q$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$
T	F	<div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; display: inline-block;">           T T F F F         </div> (ت)
F	T	
F	F	
F	F	

همان‌طور که مشاهده می‌شود ارزش گزاره‌های (الف) و (ب) نقیض یکدیگرند.

### گزینه ۲

چون ترکیب فصلی دو گزاره دارای ارزش درست است، پس حداقل یکی از آن‌ها دارای ارزش درست است و یا هر دو درست هستند، لذا طبق جدول زیر داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge q$
د	د	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	د

$p \vee (\sim p \wedge q)$	$\sim p \vee q$	$\sim q \wedge (\sim p \vee q)$
د	د	ن
د	ن	ن
د	د	ن

طبق جدول بالا مشاهده می‌کنیم که ارزش گزاره  $p \vee (\sim p \wedge q)$  دارای ارزش درست است ولی ارزش گزاره  $\sim q \wedge (\sim p \vee q)$  نادرست است.

### گزینه ۳

ابتدا ارزش هر یک از گزاره‌های p و q را تعیین می‌کنیم. ۵۷ بر ۳ بخش‌پذیر است پس p گزاره‌ای درست است و ۲ عددی اول است پس q گزاره‌ای نادرست است، حال به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

p	q	r	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim (p \vee \sim q)$	$\sim (p \vee \sim q) \wedge r$
د	ن	د	د	د	ن	ن
د	ن	ن	د	د	ن	ن

گزینه «۲»:

p	q	r	$\sim r$	$p \vee \sim r$	$(p \vee \sim r) \wedge q$
د	ن	د	ن	د	ن
د	ن	ن	د	د	ن

گزینه «۳»:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$p \wedge \sim r$	$(p \wedge \sim r) \vee \sim q$
د	ن	د	د	ن	ن	د
د	ن	ن	د	د	د	د

گزینه «۴»:

p	q	r	$\sim p$	$q \wedge r$	$(q \wedge r) \vee \sim p$
د	ن	د	ن	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن	ن

پس با توجه به گزینه‌ها درمی‌یابیم که ارزش گزاره گزینه «۲» با دیگر گزینه‌ها متفاوت است.

### گزینه ۲

با استفاده از هم‌ارزی‌ها داریم:

$$\begin{aligned}
 & [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)] \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r) \\
 & \equiv [(\sim p \wedge \sim q) \wedge r] \vee [(q \wedge r) \vee (p \wedge r)] \xrightarrow{\sim p \wedge \sim q \equiv (\sim p \vee \sim q)} \\
 & \equiv [(\sim p \wedge \sim q) \wedge r] \vee [(q \wedge r) \vee (p \wedge r)] \xrightarrow{(q \wedge r) \vee (p \wedge r) \equiv (q \vee p) \wedge r} \\
 & \equiv [\sim (p \vee q) \wedge r] \vee [(p \vee q) \wedge r] \xrightarrow{[\sim X \wedge r] \vee [X \wedge r] \equiv [\sim X \vee X] \wedge r} \\
 & \hspace{10em} p \vee q \equiv X} \\
 & \equiv [\sim (p \vee q) \vee (p \vee q)] \wedge r \xrightarrow{(\sim X \vee X) \equiv T} \\
 & \equiv T \wedge r \equiv r
 \end{aligned}$$

دقت کنید که برای سادگی حل مسئله  $p \vee q$  را X فرض کرده‌ایم.

### گزینه ۴

با استفاده از هم‌ارزی  $(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \vee r)$  داریم:

ترکیب عطفی دو گزاره دارای ارزش درست است، لذا هر یک از گزاره‌ها دارای ارزش درست هستند، پس گزاره p دارای ارزش درست است پس  $\sim p$  دارای ارزش نادرست است، لذا ترکیب عطفی  $\sim p$  با هر گزاره دیگر دارای ارزش نادرست است لذا گزاره‌های گزینه «۲» و «۳» دارای ارزش نادرست می‌باشند و چون p گزاره‌ای درست است لذا ترکیب فصلی آن با هر گزاره دلخواه دیگر دارای ارزش درست است لذا گزاره گزینه «۴» همواره دارای ارزش درست است.

### گزینه ۳

ترکیب فصلی دو گزاره زمانی دارای ارزش نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند:

حال برای تعیین ارزش گزاره مرکب از هم‌ارزی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 & (p \vee q) \wedge (q \vee \sim r) \equiv (q \vee p) \wedge (q \vee \sim r) \equiv q \vee (p \wedge \sim r) \\
 & \equiv q \vee \underbrace{(T \wedge \sim F)}_T \equiv q \vee T \equiv T
 \end{aligned}$$

پس ارزش گزاره مرکب همواره درست است.

### گزینه ۳

با توجه به هم‌ارزی  $p \vee (p \wedge q) \equiv p$  ارزش گزاره p در هر ردیف معلوم است، از طرفی ترکیب عطفی دو گزاره زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند و زمانی نادرست است که حداقل یکی از آن‌ها نادرست باشد.

$$\begin{aligned}
 q \wedge \sim r \equiv T & \Rightarrow \begin{cases} q: \text{درست} \\ \sim r: \text{درست} \end{cases} \\
 q \wedge \sim r \equiv F & \Rightarrow \begin{cases} \sim r: \text{درست و } q: \text{نادرست} \\ q: \text{درست و } \sim r: \text{نادرست} \\ \sim r: \text{نادرست و } q: \text{نادرست} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$p \vee (p \wedge q)$	$q \wedge \sim r$	p	q	$\sim r$	$p \wedge \sim r$	$(p \wedge \sim r) \vee q$
T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	T یا F	T یا F	T یا F	T یا F
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T یا F	T یا F	F	T یا F

### گزینه ۲

$(p \Rightarrow q)$  فقط زمانی نادرست است که مقدم یعنی p درست و تالی یعنی q نادرست باشد.

### گزینه ۲

هر چهار گزینه گزاره شرطی می‌باشند، حال ارزش درستی هر یک را می‌یابیم:

گزینه «۱»: اگر ۵ جزء اعداد طبیعی است آنگاه  $\frac{1}{5}$  عددی گویاست در این گزاره مقدم و تالی هر دو درست هستند، پس گزاره شرطی دارای ارزش درست است.

گزینه «۲»: اگر ۹۱ عدد مرکب است آنگاه  $(\sqrt{2})^3$  عددی گویاست در این گزاره مقدم درست ولی تالی نادرست است، پس گزاره شرطی دارای ارزش نادرست است.

گزینه «۳»: اگر ۱۰۰ مربع کامل نیست آنگاه ۱۰۰ کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی است در این گزاره مقدم نادرست ولی تالی درست است پس گزاره شرطی دارای ارزش درست است.

گزینه «۴»: اگر ۳ تنها عدد فرد اول است آنگاه ۲ تنها عدد زوج اول است در این گزاره مقدم نادرست ولی تالی درست است پس گزاره شرطی دارای ارزش درست است.

### گزینه ۲

همواره  $r \wedge \sim r \equiv F$ ، پس گزاره  $r \wedge \sim r \Rightarrow r$  به انتفای مقدم درست است. ولی ارزش گزینه «۴» به ارزش p بستگی دارد و ممکن است درست یا نادرست باشد. در گزینه‌های «۱» و «۳» مقدم همواره درست است.

۷۴. گزینه ۱

از آنجا که  $q$  گزاره‌ای نادرست است  $q \wedge s$  نیز نادرست خواهد شد. در نتیجه گزاره  $(q \wedge s) \Rightarrow (p \wedge r)$  به انتقای مقدم ارزش درستی دارد.

۷۵. گزینه ۳

طبق جدول ارزش گزاره‌ها ارزش هر یک از گزینه‌ها را می‌یابیم:

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \Rightarrow q$
د	د	ن	ن	د
د	ن	ن	د	د
$q \Rightarrow p$	$q \Rightarrow (\sim p)$	$\sim p \Rightarrow \sim q$		
د	ن	د		
د	د	د		

همان‌طور که از جدول مشاهده می‌کنید، ارزش گزاره گزینه «۳» با ارزش گزاره  $q$  مخالف است.

۷۶. گزینه ۱

چون  $q$  نادرست است، پس ارزش گزاره  $q \Rightarrow r$  به انتقای مقدم درست است و در نتیجه ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$  به دلیل درستی تالی، همواره درست است.

۷۷. گزینه ۴

به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»:

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
ن	د	د	د

گزینه «۲»:

$p$	$q$	$p \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow r) \wedge q$
ن	د	د	د

دقت کنید  $p \Rightarrow r$  به انتقای مقدم درست است.

گزینه «۳»:

$p$	$q$	$\sim p$	$q \Rightarrow r$	$(q \Rightarrow r) \Rightarrow \sim p$
ن	د	د	نامعلوم	د

گزینه «۴»:

$p$	$q$	$\sim r \Rightarrow q$	$(\sim r \Rightarrow q) \Rightarrow p$
ن	د	د	ن

پس ارزش گزاره گزینه «۴» با دیگر گزینه‌ها متفاوت است.

۷۸. گزینه ۲

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$
د	د	ن	ن	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	د	د
$\sim p \wedge q$	$\sim p \vee q$	$p \wedge \sim q$	$p \vee \sim q$	
ن	د	ن	د	
ن	ن	د	د	
د	د	ن	ن	
ن	د	ن	د	

همان‌طور که از جدول بالا مشاهده می‌کنید.  $(p \Rightarrow q) \equiv \sim p \vee q$

۷۹. گزینه ۳

راه حل اول: ابتدا ارزش گزاره صورت سؤال را تعیین می‌کنیم:

اگر عددی مرکب است آنگاه  $-3 < \frac{1}{p}$  است.

گزاره اول دارای ارزش درست و گزاره دوم دارای ارزش نادرست است. پس ترکیب شرطی آن‌ها دارای ارزش نادرست است در نتیجه نقیض آن دارای ارزش درست است.

حال به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: گزاره اول دارای ارزش درست و گزاره دوم دارای ارزش نادرست پس ترکیب شرطی آن‌ها دارای ارزش نادرست است.

گزینه «۲»: گزاره اول نادرست و گزاره دوم نیز نادرست است، پس ترکیب فصلی آن‌ها نادرست است.

گزینه «۳»: گزاره اول درست و گزاره دوم نیز درست است پس ترکیب عطفی آن‌ها درست است.

گزینه «۴»: گزاره اول نادرست و گزاره دوم نیز نادرست پس ترکیب عطفی آن‌ها نیز نادرست است.

پس با توجه به گزینه‌ها نقیض گزاره موجود در صورت سؤال گزاره گزینه «۳» است. راه حل دوم: هم‌ارز گزاره شرطی  $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$  می‌باشد پس نقیض گزاره شرطی با استفاده از قوانین دموگن برابر است با:

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

پس نقیض گزاره صورت سؤال به این صورت است «۱۱۹ عدد مرکب و

$$-3 \geq \frac{1}{p} \text{ می‌باشد}»$$

۸۰. گزینه ۴

با توجه به نادرستی گزاره شرطی  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$  درمی‌یابیم که  $r$  نادرست و گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  دارای ارزش درست است که این گزاره شرطی خود نیز در ۳ حالت می‌تواند درست باشد ( $p$  و  $q$  هر دو درست یا  $p$  نادرست و  $q$  درست و یا  $p$  نادرست و  $q$  نادرست باشد) حال طبق جدول زیر ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$  را می‌یابیم:

$p$	$q$	$r$	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$	$\sim p$
T	T	F	F	F	F
F	T	F	F	T	T
F	F	F	T	T	T

همان‌طور که مشاهده می‌کنید گزاره  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$  با گزاره  $\sim p$  هم‌ارز است.

۸۱. گزینه ۲

به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»:  $4 \times 2 = 2^3$  گزاره‌ای درست است و  $8^2 > 4^3$  گزاره‌ای نادرست (زیرا  $8^2 = 4^3$ ) پس ترکیب شرطی آن‌ها به صورت «نادرست  $\Rightarrow$  درست» است که در نتیجه نادرست است.

گزینه «۲»: گزاره مقدم ترکیب عطفی «عدد ۳ اول و عدد ۷ زوج» نادرست است و تالی آن «۱۸ مربع کامل» نیز نادرست است پس ترکیب شرطی آنها «نادرست  $\Rightarrow$  نادرست» دارای ارزش درست است.

گزینه «۳»: مقدم گزاره شرطی «۲ عددی زوج یا منفی است» دارای ارزش درست و تالی آن «۱۵ عدد اول است» نادرست است پس گزاره شرطی به صورت «نادرست  $\Rightarrow$  درست» می‌باشد که دارای ارزش نادرست است.

گزینه «۴»: مقدم گزاره شرطی « $12 > 3$ » دارای ارزش درست و تالی آن « $-12 > -3$ » دارای ارزش نادرست است، پس ترکیب شرطی آن‌ها نادرست است.

۸۲. گزینه ۱

در ترکیب شرطی گزاره‌ها به صورت  $a \Rightarrow b$  اگر گزاره  $a$  نادرست باشد، ترکیب شرطی به انتقای مقدم همواره درست است. ترکیب عطفی  $p \wedge q$  نادرست است چون  $q$  نادرست است. پس  $(p \wedge q) \Rightarrow \sim r$  به انتقای مقدم همواره درست است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۲»: اگر گزاره‌ای درست باشد به ترکیب شرطی  $(n \Rightarrow d)$  می‌رسیم که نادرست است.

گزینه «۳»: اگر گزاره‌ای درست باشد به ترکیب شرطی  $(n \Rightarrow d)$  می‌رسیم که نادرست است.

گزینه «۴»: اگر گزاره‌ای درست باشد به ترکیب شرطی  $(n \Rightarrow d)$  می‌رسیم که نادرست است.

۸۳. گزینه ۱

عکس نقیض گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  به صورت  $\sim q \Rightarrow \sim p$  می‌باشد پس برای بیان عکس نقیض گزاره شرطی صورت سؤال داریم:

اگر مربع هر عدد فرد، عددی زوج باشد، در این صورت  $a$  عددی گنگ و گویا است. دقت کنید که گزینه «۲» عکس گزاره شرطی می‌باشد.



گزینه ۱ ۸۶

با توجه به درستی گزاره‌های  $p \Rightarrow q$  و  $\sim p \Rightarrow q$  نتیجه می‌گیریم که الزاماً می‌بایست  $p$  و  $q \equiv T$  می‌تواند درست یا نادرست باشد، حال ارزش گزاره‌های گزینه‌ها را با توجه به جدول زیر می‌یابیم:

p	q	$q \vee p$	$(q \vee p) \Rightarrow q$	$(q \vee p) \Rightarrow p$
T	T	T	T	T
F	T	T	T	F

(۱) (۲)

$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \wedge q$	$(q \vee p) \Rightarrow (p \wedge q)$
F	F	T	T
F	F	F	F

(۳) (۴)

همان‌طور که از جدول بالا مشاهده می‌کنید فقط ارزش گزاره گزینه «۱» همواره درست است. توجه: بدون بررسی جدول ارزش گزاره‌ها می‌توان گفت، از آنجا که  $q \equiv T$  پس تالی گزاره  $q \vee p \Rightarrow q$  همواره درست است، لذا گزاره گزینه «۱» نیز همواره درست است.

گزینه ۲ ۸۵

اگر  $p$  درست باشد  $\sim p$  نادرست است و  $(p \Rightarrow \sim p)$  هم نادرست می‌شود ولی اگر  $p$  نادرست باشد  $\sim p$  درست بوده و  $(p \Rightarrow \sim p)$  هم درست خواهد بود؛ پس گزاره  $(p \Rightarrow \sim p)$  همواره هم‌ارز با  $\sim p$  است. در مورد  $(\sim q \Rightarrow q)$  برعکس است؛ یعنی اگر  $q$  درست باشد کل گزاره درست و اگر  $q$  نادرست باشد کل گزاره نادرست است؛ پس گزاره  $(\sim q \Rightarrow q)$  هم‌ارز با  $q$  است، لذا ارزش کل گزاره متن سؤال هم‌ارز با  $\sim p \wedge q$  خواهد بود.

گزینه ۱ ۸۶

در حالت کلی با رسم جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \Rightarrow q$	$(p \vee q) \Rightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	T	F
F	T	F	T	T	T
F	F	F	F	T	T

$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \vee q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$
T	T	T
F	F	F
T	T	F
T	T	F

تنها ارزش گزاره گزینه «۱» به‌ازای تمامی حالات همواره درست است و به ارزش  $p$  و  $q$  بستگی ندارد.

گزینه ۱ ۸۷

با استفاده از هم‌ارزی‌ها داریم:

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow q \equiv X \Rightarrow Y \equiv \sim X \vee Y$$

$$\equiv \sim (p \wedge \sim q) \vee q \equiv \sim(p \wedge \sim q) \equiv \sim p \vee q$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \vee q \equiv \sim p \vee (q \vee q) \equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

گزینه ۲ ۸۸

ارزش گزاره‌های  $p$ ،  $q$  و  $r$  هر یک از گزینه‌ها را در گزاره مرکب  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$  جایگذاری می‌کنیم و ارزش گزاره مرکب را می‌یابیم:

- $p \equiv T, q \equiv F, r \equiv T$   
 $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv (T \Rightarrow F) \wedge (F \Rightarrow T) \equiv F \wedge T \equiv F$
- $p \equiv F, q \equiv F, r \equiv F$   
 $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv (F \Rightarrow F) \wedge (F \Rightarrow F) \equiv T \wedge T \equiv T$
- $p \equiv T, q \equiv T, r \equiv F$   
 $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv (T \Rightarrow T) \wedge (T \Rightarrow F) \equiv T \wedge F \equiv F$
- $p \equiv F, q \equiv T, r \equiv F$   
 $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv (F \Rightarrow T) \wedge (T \Rightarrow F) \equiv T \wedge F \equiv F$

گزینه ۱ ۸۹

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	r	$q \vee r$	$p \Rightarrow (q \vee r)$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن	د

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، در ۷ ردیف ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \vee r)$  درست است که در ردیف‌های ۲، ۶ و ۸ یعنی ۳ ردیف آن، ارزش گزاره  $r$  نادرست است. بنابراین احتمال پیشامد موردنظر برابر  $\frac{3}{8}$  است.

گزینه ۲ ۹۰

اگر  $p$  نادرست باشد، تمام گزینه‌ها به انتفای مقدم درست هستند. اگر  $p$  درست باشد آنگاه  $p \vee q$  درست است پس  $p \Rightarrow (p \vee q)$  نیز درست است. تشریح سایر گزینه‌ها:  
گزینه «۱»: اگر  $p$  درست باشد، ارزش گزاره شرطی نادرست است.  
گزینه «۳»: اگر  $p$  درست باشد، ارزش گزاره شرطی نادرست است.  
گزینه «۴»: اگر  $p$  درست باشد، ارزش گزاره شرطی به  $q$  بستگی دارد.

گزینه ۲ ۹۱

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$\sim p \Rightarrow q$	$(p \wedge q) \vee (\sim p \Rightarrow q)$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	T
F	T	T	F	T	T
F	F	T	F	F	F

پس هنگامی که ارزش دو گزاره نادرست باشد در این صورت ارزش گزاره داده شده نادرست است.

گزینه ۳ ۹۲

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	T	F	F	F
F	F	T	F	F	F	F

$\sim p \vee q$	$q \Rightarrow p$	$p \Rightarrow q$
T	T	T
F	T	F
T	F	T
T	T	T

همان‌طور که در جدول بالا مشاهده می‌کنید هم‌ارزی  $(\sim p \vee q) \equiv (q \Rightarrow p)$  نادرست است. هم‌ارزی‌های گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» هم‌ارزی‌های کلی هستند که همیشه درست می‌باشند و در درسنامه به آن‌ها اشاره شده است.

گزینه ۱ ۹۳

راه اول: با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها در حالت کلی داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow \sim q$	$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$
T	T	F	F	T	F	F
T	F	F	T	F	T	F
F	T	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T

همان‌طور که مشاهده می‌کنید هم‌ارزی  $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q) \equiv \sim p$  برقرار است.

$\sim (p \wedge q) \vee r \equiv p \vee \sim q \vee r \equiv p \vee (\sim q \vee r)$   
 حال از عکس نکته گفته شده در اول راه حل استفاده می‌کنیم.

$\sim q \vee r \equiv q \Rightarrow r$

$\sim p \vee (\sim q \vee r) \equiv \sim p \vee (q \Rightarrow r) \equiv p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

**۹۶. گزینه ۴**

گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  با عکس نقیض گزاره یعنی  $\sim q \Rightarrow \sim p$  هم‌ارز است. پس هم‌ارز گزاره داده شده به صورت زیر است:

$\equiv \sim (\sim q \vee r) \Rightarrow \sim p$

که طبق خاصیت قانون دموگان می‌توان به صورت زیر نوشت:

$\equiv (q \wedge \sim r) \Rightarrow \sim p$

**۹۷. گزینه ۳**

با استفاده از هم‌ارزی  $X \Rightarrow Y \equiv \sim X \vee Y$  داریم:

$\sim [(q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r)] \Rightarrow p$

$\equiv \sim [ \sim ((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r)) \vee p ] \xrightarrow{\sim(X \vee Y) \equiv \sim X \wedge \sim Y}$

$\equiv ((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r)) \wedge \sim p \xrightarrow{X \Rightarrow Y \equiv \sim X \vee Y}$

$\equiv (\sim (q \vee r) \vee (q \wedge r)) \wedge \sim p \xrightarrow{\text{توزیع «و» روی «یا»}}$

$\equiv (\sim (q \vee r) \wedge \sim p) \vee ((q \wedge r) \wedge \sim p)$

$\equiv ((\sim q \wedge \sim r) \wedge \sim p) \vee (q \wedge r \wedge \sim p)$

$\equiv (\sim q \wedge \sim r \wedge \sim p) \vee (q \wedge r \wedge \sim p)$

**۹۸. گزینه ۱**

با استفاده از هم‌ارزی‌ها و قواعد دموگان گزاره‌صورت سؤال را به گزاره‌های هم‌ارز معادله تبدیل می‌کنیم:

$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \wedge (p \Rightarrow q)) \xrightarrow{x \Rightarrow y \equiv \sim x \vee y}$

$\sim (p \Rightarrow q) \vee (r \wedge (p \Rightarrow q)) \xrightarrow{x \vee (y \wedge z) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z)}$

$(\sim (p \Rightarrow q) \vee r) \wedge (\sim (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow q)) \xrightarrow{\sim X \vee X \equiv T}$

$(\sim (p \Rightarrow q) \vee r) \wedge T \equiv \sim (p \Rightarrow q) \vee r \xrightarrow{p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q}$

$\sim (\sim p \vee q) \vee r \xrightarrow{\text{گزینه (۳)}} \sim (\sim p \vee q) \vee r$

$\sim (\sim p \vee q) \vee r \xrightarrow{\sim(x \vee y) \equiv \sim x \wedge \sim y} \sim (\sim p \vee q) \vee r$

$\equiv (p \wedge \sim q) \vee r \xrightarrow{x \vee (y \wedge z) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z)}$

$\equiv (p \wedge \sim q) \vee r \xrightarrow{\text{گزینه (۲)}}$

$(p \vee r) \wedge (\sim q \vee r) \xrightarrow{\sim q \vee r \equiv q \Rightarrow r} \equiv (p \vee r) \wedge (q \Rightarrow r)$

$\equiv (p \vee r) \wedge (q \Rightarrow r) \xrightarrow{\text{گزینه (۴)}}$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید طی مراحل ساده کردن، هم‌ارزی‌های گزینه‌های «۱»، «۲»، «۳» و «۴» را در طی مراحل اثبات به‌دست آوردیم پس گزاره گزینه «۱» هم‌ارز گزاره‌صورت سؤال نیست.

**۹۹. گزینه ۲**

چون گزاره  $q$  در هر دو گزاره  $p \vee q$  و  $q \vee r$  مشترک است، لذا دو حالت برای آن در نظر می‌گیریم:

(۱) اگر  $q \equiv T$  باشد، در این صورت داریم:

$(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r) \xrightarrow{q \equiv T} (p \vee T) \Rightarrow (T \vee r) \equiv T \Rightarrow T \equiv T$

حال به بررسی ارزش تک‌تک گزینه‌ها با شرط  $q \equiv T$  می‌پردازیم:

۱)  $p \Rightarrow (q \vee r) \xrightarrow{q \equiv T} p \Rightarrow (T \vee r) \equiv p \Rightarrow T \equiv T$

۲)  $(p \wedge q) \vee r \xrightarrow{q \equiv T} (p \wedge T) \vee r \equiv p \vee r$

اگر  $p$  و  $r$  هر دو نادرست باشند ارزش گزاره نادرست خواهد بود که هم‌ارزش با گزاره صورت سؤال نیست.

۳)  $\sim p \vee q \vee r \xrightarrow{q \equiv T} \sim p \vee T \vee r \equiv T \equiv T$

۴)  $(p \Rightarrow q) \vee r \xrightarrow{q \equiv T} (q \Rightarrow T) \vee r \equiv T \vee r \equiv T$

پس به‌ازای  $q \equiv T$  ارزش گزاره گزینه «۲» همواره صحیح نیست و با ارزش گزاره صورت سؤال یکسان نیست.

راه دوم: با توجه به هم‌ارزی گزاره شرطی  $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$  داریم:

$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q) \equiv \sim p \vee (q \wedge \sim q)$

$\equiv \sim p \vee F \equiv \sim p$

**۹۴. گزینه ۴**

ارزش گزاره‌های  $p$  و  $q$  هر یک از گزاره‌ها را در گزاره مرکب زیر جایگزین می‌کنیم و ارزش گزاره مرکب را می‌یابیم:

$((\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)) \Rightarrow p$

۱)  $p \equiv T, q \equiv T$

$((\sim T \Rightarrow T) \wedge (T \Rightarrow \sim T)) \Rightarrow T \equiv (F \Rightarrow T) \wedge (T \Rightarrow F) \Rightarrow T$

$\equiv (T \wedge F) \Rightarrow T \equiv F \Rightarrow T \equiv T$

۲)  $\sim p \equiv F, \sim q \equiv F \Rightarrow p \equiv T, q \equiv T$

ارزش  $p$  و  $q$  در گزینه «۲» مانند گزینه «۱» است پس ارزش گزاره مرکب نهایی همان  $T$  خواهد بود.

۳)  $p \equiv T, \sim q \equiv T \Rightarrow q \equiv F$

$((\sim T \Rightarrow F) \wedge (T \Rightarrow \sim F)) \Rightarrow T \equiv (F \Rightarrow F) \wedge (T \Rightarrow T) \Rightarrow T$

$\equiv (T \wedge T) \Rightarrow T \equiv T \Rightarrow T \equiv T$

۴)  $p \equiv F, \sim q \equiv F \Rightarrow q \equiv T$

$((\sim F \Rightarrow T) \wedge (F \Rightarrow \sim T)) \Rightarrow F \equiv (T \Rightarrow T) \wedge (F \Rightarrow F) \Rightarrow F$

$\equiv (T \wedge T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F$

**۹۵. گزینه ۱**

روش اول: با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \Rightarrow r$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	ن	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د
ن	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	د

$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$	$p \Rightarrow r$	$q \wedge (p \Rightarrow r)$
د	د	د	د
ن	ن	ن	ن
د	د	د	ن
د	د	ن	ن
د	د	د	د
ن	د	د	د
د	د	د	ن
د	د	ن	ن

$q \wedge r$	$p \Rightarrow (q \wedge r)$	$q \vee r$	$p \Rightarrow (q \vee r)$
د	د	د	د
ن	ن	د	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن
د	د	د	د
ن	د	د	د
ن	د	د	د
ن	د	ن	د

با توجه به جدول، هم‌ارز گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  به صورت  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$  است. روش دوم: با استفاده از نکته ذکر شده در درس‌نامه هم‌ارز گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  به صورت  $(\sim p \vee q)$  است، داریم:

$(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv \sim (p \wedge q) \vee r$

حال با استفاده از قانون دموگان داریم: