مولف درس و تنظیم تست‌های این فصل: حسین حاجیلو

۱. تعریف‌های مهم و محاسبه‌ی احتمال با استفاده از تعریف

پدیده (آزمایش) تصادفی: پدیده‌ای (آزمایشی) که از همه‌ی حالت‌های ممکن در به‌وقوع پیوستن آن مطلع باشیم، اما از این که کدام حالت قطعاً رخ خواهد داد، اطمینان نداشته باشیم.

مانند پرتاب تاس، پرتاب سکه، جنسیت نوزاد قبل از تولد و ... .

فضای نمونه‌ای: مجموعه‌ی شامل همه‌ی حالت‌های ممکن در به‌وقوع پیوستن یک پدیده‌ی تصادفی را فضای نمونه‌ای آن پدیده‌ی تصادفی نامیده و معمولاً آن را با S نشان می‌دهیم.

مثلاً فضای نمونه‌ای در پرتاب یک تاس $S=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$ است و یا فضای نمونه‌ای فرزندان یک خانواده‌ی ۳ فرزندی به‌صورت $S=\{$پپپ، پپد، پدپ، دپپ، ددپ، دپد، پدد، ددد$\}$ است.

پیشامد تصادفی: اگر یک پدیده‌ی تصادفی رخ دهد و S فضای نمونه‌ای آن باشد، آنگاه هر زیرمجموعه‌ی S را یک پیشامد تصادفی در فضای نمونه‌ای S می‌نامیم.

مثلاً اگر پیشامد تصادفی A، به‌صورت بیشتر بودن تعداد فرزندان دختر در یک خانواده‌ی ۳ فرزندی تعریف شود، آنگاه $A=\{$ددپ، دپد، پدد، ددد$\}$.

وقوع پیشامد تصادفی: وقتی می‌گوییم پیشامدی به وقوع پیوسته (رخ داده) است، یعنی عضوی از آن پیشامد به عنوان نتیجه‌ی آزمایش مشاهده شده است.

احتمال پیشامد تصادفی: احتمال رخداد پیشامد A از فضای نمونه‌ای S را با نماد $P(A)$ نشان می‌دهیم که برای محاسبه‌ی آن، تعداد اعضای مجموعه‌ی A (یعنی $n(A)$ که تعداد حالت‌های مطلوب است) را بر تعداد اعضای مجموعه‌ی S (یعنی $n(S)$ که تعداد تمام حالت‌های ممکن است) تقسیم می‌کنیم (یعنی $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن}}$). از آنجا که A زیرمجموعه‌ی S است، پس $۰\le n(A)\le n(S)$، بنابراین $۰\le P(A)\le ۱$؛ بیشتر بودن $P(A)$، بیشتر بودن شانس وقوع پیشامد A را نشان می‌دهد و بالعکس.

مثلاً با توجه به مثال قبل، احتمال آنکه در یک خانواده‌ی ۳ فرزندی، تعداد فرزندان دختر بیشتر از تعداد فرزندان پسر باشد برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}$$

توجه:

$$\begin{cases} P(A)=۰ \Leftrightarrow A=\phi & \text{پیشامد غیر ممکن} \\ P(A)=۱ \Leftrightarrow A=S & \text{پیشامد قطعی} \end{cases}$$

کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور

محاسبه‌ی احتمال با استفاده از تعریف

۱- اگر یک عدد سه رقمی با کنار هم قرار گرفتن ارقام متمایز ۴ , ۳ , ۲ , ۱ , ۰ به‌وجود آید، احتمال آن که این عدد زوج باشد، کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۸۵)

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

۲- در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به طور تصادفی پی‌درپی بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شماره‌ی فرد متوالیاً خارج نمی‌شوند؟ (سراسری تجربی- ۹۲)

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۱۵ ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۲۵

۳- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده، مضرب ۴ است؟ (سراسری تجربی - ۹۲)

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$

۴- ۴ لامپ از ۱۰ لامپ موجود، سوخته است. اگر ۳ لامپ به تصادف از بین آن‌ها اختیار کنیم، احتمال این‌که هر سه لامپ سالم باشند، کدام است؟ (سراسری ریاضی - ۸۱)

۱) $\frac{۱}{۷}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۵- احتمال آن‌که از سه موش انتخاب شده از ۶ موش سفید و ۵ موش سیاه، هر سه موش سفید باشند، کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۸۴)

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۴}{۳۳}$ ۳) $\frac{۵}{۳۲}$ ۴) $\frac{۵}{۳۳}$

۶- در یک کیسه ۵ مهره‌ی سفید و ۷ مهره‌ی سیاه موجود است. ۲ مهره از کیسه خارج می‌کنیم. احتمال این‌که دو مهره، هم‌رنگ نباشند، کدام است؟ (سراسری ریاضی - ۸۴)

۱) $\frac{۶}{۱۱}$ ۲) $\frac{۱۹}{۳۳}$ ۳) $\frac{۳۵}{۶۶}$ ۴) $\frac{۳۷}{۶۶}$

۷- از ۴ نهال سیب قرمز و ۲ نهال سیب زرد، به‌طور تصادفی ۳ نهال کاشته شده است. احتمال آن‌که دو نهال سیب قرمز و یک نهال سیب زرد کاشته شده باشد، کدام است؟ (سراسری تجربی - ۷۵)

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۸- از میان ۹ نفر دانش‌آموزی که ۵ نفر سال سوم و ۴ نفر سال دوم می‌باشند، ۵ نفر انتخاب شده‌اند. احتمال این‌که ۳ نفر از سال سوم و ۲ نفر از سال دوم باشند، چقدر است؟ (سراسری تجربی- ۶۹)

۱) $\frac{۸}{۲۱}$ ۲) $\frac{۹}{۲۱}$ ۳) $\frac{۱۰}{۲۱}$ ۴) $\frac{۱۱}{۲۱}$

۹- از بین ۵ داوطلب گروه ریاضی و ۳ داوطلب گروه تجربی، به تصادف ۳ نفر برای انجام آزمونی معرفی می‌شوند. با کدام احتمال دو نفر از معرفی شدگان، از گروه ریاضی هستند؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۷)

۱) $\frac{۲۵}{۵۶}$ ۲) $\frac{۱۵}{۳۲}$ ۳) $\frac{۱۵}{۲۸}$ ۴) $\frac{۹}{۱۴}$

۱۰- در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگهداری می‌شوند. اگر به طور تصادفی ۴ موش از بین آن‌ها جهت آزمایشی برداشته شوند، با کدام احتمال فقط یکی از موش‌های مورد آزمایش، سفید است؟ (سراسری تجربی - ۸۶)

۱) $\frac{۲}{۷}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

۱۱- از هر چهار گروه آزمایشی به‌ترتیب ۳، ۳، ۲ و ۱ نفر داوطلب شرکت در آزمونی هستند. اگر به تصادف ۴ نفر از بین آنان معرفی شوند، با کدام احتمال از هر گروه یک نفر معرفی شده‌اند؟ (سراسری ریاضی - ۸۸)

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۷}$ ۳) $\frac{۲}{۲۱}$ ۴) $\frac{۳}{۱۴}$

۱۲- دو رأس از یک پنج ضلعی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که این دو رأس مجاور باشند، برابر است با: (سراسری ریاضی - ۶۵)

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

۱۳- در ظرفی ۵ مهره به شماره‌های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ ریخته‌ایم. دو مهره به تصادف و با هم از ظرف بیرون می‌آوریم. احتمال آن‌که مجموع شماره‌ها بزرگ‌تر از ۵ باشد، کدام است؟ (سراسری ریاضی - ۷۵)

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۷

۱۴- در ظرفی پنج مهره با شماره‌های ۵ , ۴ , ۳ , ۲ , ۱ قرار دارند. دو مهره با هم بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال مجموع شماره‌های این دو مهره عددی فرد است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۷)

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۷

۱۵- اعداد ۱ تا ۶ را بر روی ۶ کارت یکسان نوشته‌اند. اگر به تصادف دو کارت از بین آنها بیرون آوریم، با کدام احتمال جمع اعداد این دو کارت زوج است؟ (سراسری ریاضی - ۸۸)

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۹}$

۱۶- در ظرفی شش مهره با شماره‌های ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ ریخته شده‌اند. دو مهره با هم بیرون می‌آوریم، با کدام احتمال، شماره‌های این دو مهره اعداد متوالی‌اند؟ (سراسری ریاضی - ۸۵)

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۷- شش گوی یکسان با شماره‌های ۱ تا ۶ در یک ظرف قرار دارند، به تصادف دو گوی از آن‌ها برمی‌داریم، با کدام احتمال جمع اعداد این دو گوی کم‌تر از ۶ است؟ (سراسری ریاضی - ۸۶)

۱) $\frac{۴}{۱۵}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$

۱۸- اعداد ۶ , ۵ , ۴ , ۳ , ۲ , ۱ بر روی ۶ مهره‌ی یکسان نوشته شده‌اند. اگر دو مهره با هم بیرون بیاوریم، با کدام احتمال مجموع اعداد این دو مهره مضرب ۳ می‌باشد؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۸)

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۹- در یک خانواده‌ی دو فرزندی، می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال این خانواده فرزند دختر دارد؟ **(سراسری تجربی خارج از کشور – ۸۵)**

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۲۰- یک خانواده‌ی سه فرزندی با کدام احتمال، حداقل دو فرزند دختر دارد، در صورتی که می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان دختر است؟ **(سراسری تجربی خارج از کشور – ۸۷)**

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۵}{۸}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۴}{۷}$

۲۱- در یک خانواده سه فرزندی می‌دانیم فرزند اول آن‌ها دختر است، با کدام احتمال لااقل یکی از فرزندان پسر است؟ **(سراسری تجربی – ۸۷)**

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

سایر آزمون‌ها و کتاب درسی

۲۲- یک تاس سالم را به هوا پرتاب می‌کنیم. اگر عدد اول ظاهر شود، یک تاس سالم دیگر و اگر عدد مرکب ظاهر شود، دو سکه‌ی سالم با هم و در غیر این‌صورت یک سکه‌ی سالم پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه‌ای این آزمایش چند عضو دارد؟ **(آزمون کانون تجربی – ۹۲)**

۱) ۲۴ ۲) ۲۸ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

۲۳- در جعبه‌ای ۳ گوی که بر روی آن‌ها اعداد ۱، ۲ و ۳ نوشته شده است، قرار دارند. می‌خواهیم همه‌ی گوی‌ها را یکی یکی از جعبه خارج کنیم، با چــه احتمــالی گوی شماره‌ی ۳ زودتر از گوی شماره‌ی ۲ خارج می‌شود؟ **(آزمون کانون تجربی – ۹۱)**

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۲۴- اگر با ارقام ۶ و ۴ و ۱ و ۲ یک عدد چهار رقمی بسازیم، چقدر احتمال دارد این عدد زوج باشد؟ **(آزاد غیرپزشکی – ۸۷)**

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) ۱

۲۵- یکی از اعداد طبیعی ۳ رقمی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که رقم‌های یکان و صدگان این عدد با هم برابر باشند، کدام است؟ **(آزمون کانون تجربی– ۹۰)**

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰}$ ۳) $\frac{۹}{۱۰۰}$ ۴) $\frac{۵}{۳۶}$

۲۶- اعداد ۱ تا ۳۰ را بر روی ۳۰ کارت یکسان نوشته، به تصادف و به ترتیب دو کارت از بین آنها بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، شماره‌های هر دو کارت، مضرب ۳ هستند؟ **(آزمایشی سنجش تجربی – ۹۰)**

۱) $\frac{۱}{۷}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$ ۳) $\frac{۴}{۲۹}$ ۴) $\frac{۳}{۲۹}$

۲۷- با استفاده از ارقام $\{۰,۱,۲,۳,۴\}$، اعداد ۵ رقمی بدون ارقام تکراری می‌سازیم. احتمال آن‌که عدد ساخته شده بر ۵ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟ **(آزمون کانون تجربی – ۹۰)**

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۲۸- پدر و مادری ۳ فرزند دارند؛ برای گرفتن یک عکس یادگاری اعضای این خانواده کنار هم می‌ایستند، با کدام احتمال، پدر در سمت راست عکــس، مــادر در سمت چپ عکس و فرزندان بین آن‌ها قرار دارند؟ **(آزمون کانون تجربی – ۹۰)**

۱) $\frac{۱}{۲۰}$ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

۲۹- ۵ نفر که ۳ نفر از آن‌ها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیف می‌ایستند. چقدر احتمال دارد که هر ۳ برادر کنار هم قرار بگیرند؟ **(آزمون کانون تجربی – ۹۱)**

۱) $\frac{۱}{۲۰}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰}$ ۳) $\frac{۳}{۱۰}$ ۴) $\frac{۱}{۶۰}$

۳۰- با حروف کلمه‌ی TABLE، کلمات ۵ حرفی، بدون توجه به معنی آن‌ها می‌سازیم، احتمال آن‌که در کلمه‌ی ساخته شده عبــارت "TAB" دیــده شــود، کدام است؟ **(آزمون کانون تجربی – ۹۱)**

۱) $\frac{۱}{۲۰}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰}$ ۳) $\frac{۳}{۱۰}$ ۴) $\frac{۱}{۶۰}$

۳۱- ۳ اتومبیل سیاه و ۳ اتومبیل سفید، در یک ردیف، به تصادف کنار هم پارک شده‌اند. احتمال آنکه اتومبیل‌های سیاه و اتومبیل‌های سفید یک در میان قرار گرفته باشند، کدام است؟ (اتومبیل‌ها با یک‌دیگر متفاوتند.) (آزمون کانون تجربی - ۹۱)

۱) $\frac{۱}{۱۰}$ ۲) $\frac{۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲۰}$ ۴) $\frac{۱}{۲۴}$

۳۲- در پرتاب سه تاس، احتمال آن‌که مجموع سه تاس برابر ۶ باشد، کدام است؟ (آزاد ریاضی - ۷۸)

۱) $\frac{۱}{۳۶}$ ۲) $\frac{۵}{۱۰۸}$ ۳) $\frac{۱}{۱۸}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۳۳- یک تاس را دو بار متوالیاً پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده ۷ است؟ (آزمایشی سنجش تجربی - ۹۰)

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۱۸}$

۳۴- در پرتاب دو تاس، با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده بزرگتر از ۹ است؟ (آزمایشی سنجش تجربی - ۹۲)

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۳۵- در پرتاب دو تاس احتمال آن‌که مجموع دو تاس، عددی مضرب ۳ باشد کدام است؟ (آزاد پزشکی عصر - ۸۸)

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۳۶- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، مجموع دو عدد رو شده را K در نظر می‌گیریم، برای کدام مقدار K، احتمال بیش‌تری وجود دارد؟ (آزمون کانون تجربی - ۹۱)

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۳۷- اعداد ۱ تا ۹ را بر روی ۹ کارت یکسان نوشته و به تصادف ۲ کارت بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، مجموع این دو عدد، عددی فرد است؟ (آزمایشی سنجش تجربی - ۹۰)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

۳۸- از مجموعه‌ی $\{۳,۴,۵,۶,...,۳۰\}$، دو عدد متمایز را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که «دو عدد زوج متوالی» انتخاب شده باشند، کدام است؟ (آزمون کانون تجربی - ۹۱)

۱) $\frac{۱۳}{۱۵\times۲۸}$ ۲) $\frac{۱۳}{۱۴\times۲۷}$ ۳) $\frac{۱۴}{۱۵\times۲۷}$ ۴) $\frac{۱۴}{۱۵\times۲۹}$

۳۹- از جعبه‌ای شامل ۵ مهره‌ی سبز، ۴ مهره‌ی آبی و ۲ مهره‌ی زرد، ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال آنکه فقط ۲ تا از این مهره‌ها آبی باشند، کدام است؟ (ریاضی ۳- صفحه‌ی ۹- مثال ۳- ج)

۱) $\frac{۱۴}{۵۵}$ ۲) $\frac{۲}{۵۵}$ ۳) $\frac{۷}{۱۶۵}$ ۴) $\frac{۱۴}{۱۶۵}$

۴۰- در ظرفی ۳ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی سبز موجود است. اگر ۳ مهره بیرون آورده شود با کدام احتمال این مهره‌ها دو به دو هم‌رنگ نیستند؟ (آزمایشی سنجش تجربی - ۹۰)

۱) $\frac{۱}{۷}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۲}{۷}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۴۱- در کیسه‌ای ۳ مهره‌ی آبی و تعدادی مهره‌ی قرمز داریم. به‌طور همزمان ۲ مهره از این کیسه خارج می‌کنیم. اگر احتمال قرمز بودن هر دو مهره $\frac{۵}{۱۴}$ باشد، چند مهره‌ی قرمز در این کیسه وجود داشته است؟ (آزمون کانون تجربی - ۹۱)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۲- می‌دانیم که خانواده‌ای دارای ۴ فرزند پسر و ۲ فرزند دختر است. احتمال آن‌که در این خانواده فرزند اول پسر و فرزند آخر دختر باشد، کدام است؟ (آزمون کانون تجربی - ۹۱)

۱) $\frac{۱}{۱۶}$ ۲) $\frac{۴}{۱۵}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۱۶}$

۴۳- در پرتاب دو تاس، اگر هر دو عدد ظاهر شده کم‌تر از ۴ باشند، آنگاه احتمال آن‌که قدر مطلق تفاضل این دو عدد برابر با یک نباشد، کدام است؟ (آزمون کانون تجربی - ۹۱)

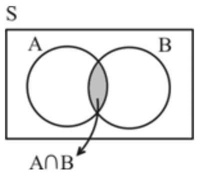
۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۵}{۹}$

۲. ترکیب پیشامدها

۳. پیشامدهای ناسازگار و قانون جمع احتمالات

۴. پیشامد متمم و خواص آن

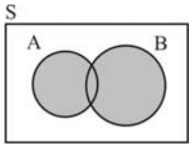
◆ ترکیب پیشامدها ◆



۱- اشتراک دو پیشامد: اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند، آنگاه اشتراک آنها را با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم که تعبیر آن چنین است: «پیشامد $A \cap B$ زمانی رخ می‌دهد که هم پیشامد A و هم پیشامد B رخ دهد.»

توجه: اگر پیشامد A زیرمجموعه‌ی پیشامد B باشد، آنگاه داریم $A \cap B = A$ و بالعکس، یعنی از $A \cap B = A$ می‌توان نتیجه گرفت که $A \subseteq B$.

توجه: در مسائل احتمال، اشتراک $(\cap)$ متناظر با عبارت «و» است.



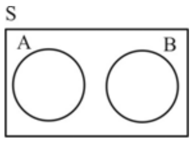
۲- اجتماع دو پیشامد: اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند، آنگاه اجتماع آنها را با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم که تعبیر آن چنین است: «پیشامد $A \cup B$ زمانی رخ می‌دهد که پیشامد A یا پیشامد B یا هر دوی آنها رخ دهد.»

با توجه به اینکه $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$، از تقسیم طرفین این تساوی بر $n(S)$ می‌توان نتیجه گرفت:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

توجه: در مسائل احتمال، اجتماع $(\cup)$ متناظر با عبارت «یا» است.

◆ پیشامدهای ناسازگار و قانون جمع احتمالات ◆



پیشامدهای ناسازگار: اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند، به‌طوری که $A \cap B = \phi$، آنگاه دو پیشامد A و B ناسازگار نامیده می‌شوند، یعنی این دو پیشامد نمی‌توانند بطور همزمان اتفاق بیفتند.

اگر دو پیشامد A و B ناسازگار باشند، آنگاه $A \cap B = \phi$ و در نتیجه $P(A \cap B) = ۰$، پس:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

قانون جمع احتمالات برای پیشامدهای ناسازگار: تعمیم رابطه‌ی بالا به این صورت است: اگر A، B، C و ... پیشامدهایی دو به دو ناسازگار از فضای نمونه‌ای S باشند آنگاه:

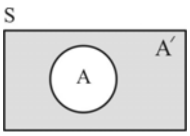
$$P(A \cup B \cup C \cup ...) = P(A) + P(B) + P(C) + ...$$

■ مثال: کیسه‌ای شامل ۳ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه است. ۲ مهره به تصادف و به طور همزمان خارج می‌کنیم. احتمال همرنگ بودن این دو مهره چقدر است؟

◄ حل: اگر A را پیشامد سفید بودن هر دو مهره‌ی خارج شده و B را پیشامد سیاه بودن هر دو مهره‌ی خارج شده در نظر بگیریم، آنگاه A و B ناسازگارند و $P(A \cup B)$ مورد نظر مسأله است، پس:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۳+۴}{۲}} + \frac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۳+۴}{۲}} = \frac{\binom{۳}{۲} + \binom{۴}{۲}}{\binom{۷}{۲}} = \frac{۳+۶}{۲۱} = \frac{۳}{۷}$$

◆ پیشامد متمم و خواص آن ◆



۳- متمم یک پیشامد: اگر A پیشامدی در فضای نمونه‌ای S باشد، آنگاه متمم آن را با A' نشان می‌دهیم که تعبیر آن چنین است: «پیشامد A' زمانی رخ می‌دهد که A رخ ندهد.»

خواص پیشامد متمم:

۱) $A \cap A' = \phi$ (یعنی A و A' ناسازگارند)

۲) $A \cup A' = S$ (یعنی حتماً یکی از دو پیشامد A و A' رُخ می‌دهد)

۳) $P(A) + P(A') = ۱ \Rightarrow P(A) = ۱ - P(A')$ یا $P(A') = ۱ - P(A)$

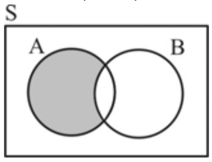
در بعضی مسائل، محاسبه‌ی $P(A')$ ساده‌تر از محاسبه‌ی $P(A)$ است، برای حل این مسائل از خاصیت ۳ در بالا استفاده می‌کنیم.

■ مثال: کیسه‌ای شامل ۳ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه است. ۳ مهره به تصادف و به طور همزمان خارج می‌کنیم. احتمال آنکه حداقل ۱ مهره سفید باشد چقدر است؟

◄ حل: اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم، برای محاسبه‌ی $P(A)$ باید احتمال‌های ۳ حالت (یک مهره‌ی سفید، دو مهره‌ی سیاه)، (دو مهره‌ی سفید، یک مهره‌ی سیاه) و (سه مهره‌ی سفید، صفر مهره‌ی سیاه) را جداگانه حساب کرده و با هم جمع کنیم. اما توجه کنید که پیشامد A' عبارتست از آنکه «هیچ مهره‌ای سفید نباشد»، یعنی (صفر مهره‌ی سفید، سه مهره‌ی سیاه)، پس:

$$P(A')=\frac{\binom{۳}{۰}\binom{۴}{۳}}{\binom{۳+۴}{۳}}=\frac{۱\times۴}{۳۵}=\frac{۴}{۳۵}\Rightarrow P(A)=۱-P(A')=\frac{۳۱}{۳۵}$$

۴- تفاضل دو پیشامد: *اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند، آنگاه تفاضل B از A را با نماد $A-B$ نشان می‌دهیم که تعبیر آن چنین است: «پیشامد $A-B$ زمانی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ دهد ولی پیشامد B رخ ندهد.»*



با توجه به اینکه $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)$، از تقسیم طرفین تساوی اخیر بر $n(S)$، می‌توان نتیجه گرفت:

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$$

◄ تذکر: از مجموعه‌ها می‌دانیم که $A-B=A\cap B'$.

■ مثال: در یک خانواده‌ی سه فرزندی، پیشامدهای A و C به صورت زیر تعریف شده‌اند:

A: تعداد فرزندان دختر بیش از تعداد فرزندان پسر باشد.
C: هم فرزند پسر و هم فرزند دختر در خانواده باشد.

پیشامدهای $A\cap C$، C' و $C-A$ را مشخص کنید و احتمال آن را به‌دست آورید.

◄ حل:

$$\begin{cases}A=\{\text{ددپ، دپد، پدد، ددد}\}\\ C=\{\text{پپد، پدپ، دپپ، پدد، دپد، ددپ}\}\end{cases}$$

$$\Rightarrow A\cap C=\{\text{ددپ، دپد، پدد}\}\Rightarrow P(A\cap C)=\frac{n(A\cap C)}{n(S)}=\frac{۳}{۸}$$

$$C'=\{\text{ددد، پپپ}\}\Rightarrow P(C')=\frac{n(C')}{n(S)}=\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}$$

$$C-A=\{\text{پپد، پدپ، دپپ}\}\Rightarrow P(C-A)=\frac{n(C-A)}{n(S)}=\frac{۳}{۸}$$

کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور

ترکیب پیشامدها (اشتراک و اجتماع دو پیشامد)

۴۴- در پرتاب دو سکه و یک تاس با هم، احتمال اینکه حداقل یک سکه رو و عدد تاس مضرب ۳ باشد، کدام است؟ **(سراسری تجربی خارج از کشور – ۹۱)**

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۴۵- سؤال‌های یک امتحان بر حسب دشواری و آسانی و یا تستی و تشریحی مطابق جدول زیر است. (یعنی ۲ سؤال دشوار و تشریحی داریم و ...) اگر سؤالی به تصادف انتخاب کنیم، احتمال آن‌که آسان یا تستی باشد، کدام است؟ **(سراسری انسانی – ۷۵)**

آسان	دشوار	نوع سؤال
۳	۲	تشریحی
۱۳	۷	تستی

۱) $\frac{۲۳}{۲۵}$ ۲) $\frac{۱۹}{۲۵}$ ۳) $\frac{۱۴}{۲۵}$ ۴) $\frac{۱۶}{۲۵}$

۴۶- احتمال این‌که در پرتاب دو تاس اعداد رو شده برابر، یا مجموع آن‌ها ۱۱ باشد، کدام است؟ **(سراسری انسانی – ۸۴)**

۱) $\frac{۳}{۱۰}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$ ۳) $\frac{۴}{۱۱}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$

۴۷- احتمال آن‌که دانش‌آموزی در درس فیزیک قبول شود، ۵۵٪ و در درس شیمی قبول شود، ۶۰٪ است. اگر احتمال آن‌که حداقل در یکی از دروس قبول شود، ۷۵٪ باشد، با کدام احتمال در هر دو درس قبول می‌شود؟ **(سراسری ریاضی – ۸۱)**

۱) ۳۵٪ ۲) ۴۰٪ ۳) ۴۵٪ ۴) ۵۰٪

پیشامدهای ناسازگار و قانون جمع احتمالات

۴۸- در ظرفی ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه موجود است. به تصادف ۳ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌های خارج شده همرنگ‌اند؟
(سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۲)

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۳}{۱۴}$ ۳) $\frac{۲}{۹}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$

پیشامد متمم و خواص آن

۴۹- تعداد مسافرین در یک هتل ۷۲ نفرند که ۲۳ نفر آنان تاجر و ۱۲ نفر برای اولین بار سفر کرده‌اند. ۸ نفر از این تاجرین برای اولین بار سفر کرده‌اند. اگر فردی به تصادف از بین آنها انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد نه تاجر است و نه برای اولین بار سفر کرده است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۷)

۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۵۰- از ساکنین شهری، ۳۰ درصد روزنامه‌ی الف، ۲۵ درصد روزنامه‌ی ب و ۹ درصد روزنامه‌ی الف و ب را می‌خوانند. اگر فردی از بین آنها به تصادف انتخاب شود، با کدام احتمال، هیچ‌یک از این دو روزنامه را نمی‌خواند؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۵)

۱) ۰/۴۵ ۲) ۰/۴۸ ۳) ۰/۵۴ ۴) ۰/۵۶

۵۱- از بین اعداد طبیعی سه رقمی، به تصادف یک عدد برداشته‌ایم. با کدام احتمال، لااقل یک بار رقم ۲ در این عدد ظاهر شده است؟
(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۶)

۱) ۰/۲۴ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۲۶ ۴) ۰/۲۸

۵۲- برای انجام مسابقه‌ای، ۴ نفر از گروه ریاضی و ۶ نفر از گروه تجربی داوطلب شده‌اند. اگر به طور تصادفی ۴ نفر از بین آنان انتخاب شوند، با کدام احتمال تعداد افراد انتخابی در این دو گروه، متفاوت‌اند؟ (سراسری ریاضی - ۸۵)

۱) $\frac{۵}{۱۴}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۴}{۷}$ ۴) $\frac{۵}{۷}$

۵۳- در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۶ موش سیاه موجود است. به تصادف ۳ موش از بین آنها خارج می‌کنیم. با کدام احتمال لااقل یکی از موش‌ها سفید است؟
(سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۱)

۱) $\frac{۸}{۱۱}$ ۲) $\frac{۹}{۱۱}$ ۳) $\frac{۲۸}{۳۳}$ ۴) $\frac{۲۹}{۳۳}$

سایر آزمون‌ها و کتاب درسی

۵۴- دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که اعداد رو شده زوج بوده و اختلافشان برابر با ۲ باشد، کدام است؟ (آزمون کانون تجربی - ۹۲)

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۵۵- با ارقام ۱،۲،۳،۴،۵ به‌طور تصادفی عددی سه رقمی با ارقام متمایز ساخته‌ایم. احتمال آن‌که در عدد سه رقمی ساخته شده، رقم صدگان از رقم دهگان و رقم دهگان از رقم یکان بزرگ‌تر باشد، چه‌قدر است؟ (آزمون کانون تجربی - ۹۲)

۱) $\frac{۱}{۱۵}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۳}{۲۰}$ ۴) $\frac{۱}{۳۰}$

۵۶- تمام اعداد دو رقمی را که می‌توان با ارقام ۱، ۲، ۴ و ۵ ساخت روی کارت‌های متمایزی نوشته و در یک کیسه قرار می‌دهیم و سپس یکی از کارت‌ها را به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال آنکه عدد خارج شده مضرب ۴ یا کوچکتر از ۴۰ باشد کدام است؟ (ریاضی ۳- صفحه‌ی ۱۲- تمرین ۵)

۱) $\frac{۵}{۸}$ ۲) $\frac{۷}{۸}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

۵۷- در پرتاب دو تاس با هم، احتمال آنکه مجموع دو عدد رو شده ۷ یا ۸ باشد، کدام است؟ (آزمایشی سنجش تجربی - ۹۱)

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۷}{۱۸}$ ۳) $\frac{۵}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱۱}{۳۶}$

۵۸- هر یک از اعداد ۱ تا ۳۰ بر روی کارت‌های یکسان نوشته و به تصادف دو کارت خارج می‌کنیم. با کدام احتمال شماره‌ی این دو کارت عددی اول یا بر ۷ بخش‌پذیر است؟ (آزمایشی سنجش تجربی-۹۱)

۱) $\frac{۱۸}{۱۴۵}$ ۲) $\frac{۲۲}{۱۴۵}$ ۳) $\frac{۲۶}{۱۴۵}$ ۴) $\frac{۱۸۲}{۴۳۵}$

۵۹- ۳ سکه را همزمان پرتاب می‌کنیم؛ اگر دو پیشامد A و B را به‌صورت زیر تعریف کنیم: (آزمون کانون تجربی - ۹۰)

A : حداقل یکی از سکه‌ها به پشت بنشیند.
B : تعداد سکه‌هایی که به رو نشسته‌اند بیش‌تر از سکه‌هایی باشد که به پشت نشسته‌اند.

آنگاه احتمال پیشامد $A \cap B$ ، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۷}{۱۶}$

۶۰- اگر $P(A \cup B) = P(A) + ۲P(B)$ ، کدام درست است؟ (آزاد ریاضی خارج از کشور - ۸۶)

۱) $P(A - B) = ۰$ ۲) $P(A) = ۰$ ۳) $P(A \cup B) = ۰$ ۴) $P(B) = ۰$

۶۱- اگر $P(A) = ۲P(B) = ۳P(A \cap B)$ باشد، حاصل $\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)}$ کدام است؟ (آزاد ریاضی - ۸۲)

۱) ۲ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) $\frac{۷}{۲}$ ۴) $\frac{۹}{۲}$

۶۲- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. پیشامدهای A و B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم: (ریاضی ۳- صفحه‌ی ۱۱- تمرین ۳- هـ)

A : فرزندهای سوم و چهارم دختر باشند.
C : تعداد فرزندان دختر از تعداد فرزندان پسر بیشتر باشد.

احتمال پیشامد $A - C$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۱۶}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۶۳- A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S هستند. پیشامد «فقط A رخ می‌دهد یا فقط B رخ می‌دهد» در کدام گزینه بیان شده است؟ (ریاضی ۳- صفحه‌ی ۱۱- تمرین ۴)

۱) $A \cup B$ ۲) $S - (A \cap B)$ ۳) $A' \cap B'$ ۴) $(A - B) \cup (B - A)$

۶۴- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، به‌طوری که $P(A) = ۲P(B - A) = ۰/۵$ ، آنگاه $P(A \cup B)$ کدام است؟ (آزمون کانون تجربی - ۹۰)

۱) ۰/۵۵ ۲) ۰/۶۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۰/۸۵

۶۵- از سه دانش‌آموز رشته‌ی ریاضی و دو دانش‌آموز رشته‌ی تجربی، دو نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد هر دو هم رشته باشند؟ (آزاد غیر پزشکی - ۸۸)

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۱۰}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

۶۶- از جعبه‌ای شامل ۵ مهره‌ی سبز، ۴ مهره‌ی آبی و ۲ مهره‌ی زرد، ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال آنکه حداقل یکی از این ۳ مهره آبی باشد کدام است؟ (ریاضی ۳- صفحه‌ی ۹- مثال ۳)

۱) $\frac{۷}{۳۳}$ ۲) $\frac{۲۶}{۳۳}$ ۳) $\frac{۱۰}{۳۳}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۶۷- در کیسه‌ای ۳ مهره‌ی آبی، ۴ مهره‌ی قرمز و ۵ مهره‌ی سبز وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره به تصادف با هم انتخاب می‌کنیم، احتمال آن‌که حداقل دو مهره هم‌رنگ باشند، کدام است؟ (آزمون کانون تجربی - ۹۲)

۱) $\frac{۱۳}{۲۲}$ ۲) $\frac{۸}{۱۱}$ ۳) $\frac{۱۵}{۲۲}$ ۴) $\frac{۳}{۱۱}$

۶۸- در پرتاب دو تاس، احتمال آن‌که مجموع دو تاس عددی کوچکتر از ۱۱ باشد، چقدر است؟ (آزاد پزشکی عصر - ۸۹)

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۷}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱۱}{۱۲}$ ۴) $\frac{۵}{۶}$

۶۹- در پرتاب ۳ تاس سالم، احتمال این‌که مجموع اعداد رو شده بزرگ‌تر از ۵ باشد، کدام است؟ (آزمون کانون تجربی - ۹۲)

۱) $\frac{۵۳}{۵۴}$ ۲) $\frac{۲۰۹}{۲۱۶}$ ۳) $\frac{۱۰۳}{۱۰۸}$ ۴) $\frac{۲۳}{۲۴}$

۷۰- دو تاس را با هم می‌اندازیم، احتمال آن‌که اعداد رو شده‌ی دو تاس فرد یا مجموع اعداد رو شده‌ی دو تاس ۸ باشند، کدام است؟ (ریاضی ۳- صفحه‌ی ۱۰- مشابه مثال ۴)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۷۱- از بین اعداد طبیعی تک رقمی، ۳ عدد متمایز را به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال حاصل‌ضرب این ۳ عدد، عددی زوج است؟ (آزمون کانون تجربی - ۹۰)

۱) $\frac{۱۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱۰}{۱۲}$ ۳) $\frac{۳۷}{۴۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲۱}$

پاسخ فصل اول

پاسخ کنکور: فرهاد وفائی
پاسخ آزمون‌های کانون، سنجش و تمرین‌های کتاب درسی: حسین حاجیلو

۱- گزینه‌ی «۴»

پیشامد مورد نظر :

$$\left\{\begin{array}{l} \overset{\text{صفر}}{\boxed{۴}\boxed{۳}\boxed{۱}} \rightarrow ۴\times۳\times۱=۱۲ \\[2ex] \overset{\text{۲ یا ۴}}{\boxed{۳}\boxed{۳}\boxed{۲}} \rightarrow ۳\times۳\times۲=۱۸ \end{array}\right.$$

صفر نمی‌تواند بیاید

$$\Rightarrow n(A)=۱۲+۱۸=۳۰$$

فضای نمونه‌ای : $\boxed{۴}\boxed{۴}\boxed{۳} \rightarrow ۴\times۴\times۳=۴۸ \Rightarrow n(S)=۴۸$

صفر نمی‌تواند بیاید

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳۰}{۴۸}=\frac{۵}{۸}$$

۲- گزینه‌ی «۱»

اگر هیچ شرطی اعمال نشود، برای خارج کردن مهره‌ی اول، پنج حالت، مهره‌ی دوم، چهار حالت، مهره‌ی سوم، سه حالت، مهره‌ی چهارم، دو حالت و برای خارج کردن مهره‌ی پنجم یک حالت وجود دارد، پس با توجه به اصل ضرب، فضای نمونه‌ای در این سؤال $n(S)=۵!$ عضو دارد. برای آنکه دو مهره با شماره‌ی فرد بطور متوالی خارج نشوند، باید مهره‌ها بصورت یک در میان فرد و زوج خارج شوند، توجه کنید که مهره‌ی اول نمی‌تواند زوج باشد، زیرا در اینصورت قطعاً دو مهره‌ی آخر فرد خواهند بود، بنابراین مهره‌ی اول باید فرد باشد و برای آن سه حالت وجود دارد، مهره‌ی دوم باید زوج باشد و برای آن دو حالت وجود دارد، مهره‌ی سوم باید فرد باشد و برای آن دو حالت (یکی از فردها در انتخاب اول خارج شده است) و در نتیجه برای مهره‌های چهارم و پنجم فقط یک حالت مطلوب امکان‌پذیر است؛ پس اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم، طبق اصل ضرب $n(A)=۳\times۲\times۲\times۱\times۱$.

$$\Rightarrow P(A)=\frac{۳\times۲\times۲\times۱\times۱}{۵!}=\frac{۱۲}{۱۲۰}=\frac{۱}{۱۰}=۰/۱$$

۳- گزینه‌ی «۳»

مجموع اعداد رو شده	تعداد حالت‌ها
۲	۱
۳	۲
۴	۳
۵	۴
۶	۵
۷	۶
۸	۵
۹	۴
۱۰	۳
۱۱	۲
۱۲	۱

اگر مجموع دو عدد رو شده چهار، هشت و یا دوازده باشد، مضرب چهار خواهد بود، یعنی $۳+۵+۱=۹$ حالت مطلوب وجود دارد؛ از طرفی می‌دانیم که فضای نمونه‌ای در پرتاب دو تاس $۶\times۶=۳۶$ عضو دارد، پس احتمال مورد نظر برابر است با $\frac{۹}{۳۶}=\frac{۱}{۴}$.

۴- گزینه‌ی «۲»

۴ لامپ سوخته است. پس ۶ لامپ سالم است. بنابراین سه لامپ گفته شده را از بین آن‌ها انتخاب می‌کنیم.

$$P\text{ (هرسه لامپ سالم) }=\frac{\binom{۶}{۳}}{\binom{۱۰}{۳}}=\frac{۲۰}{۱۲۰}=\frac{۱}{۶}$$

۵- گزینه‌ی «۲»

فضای نمونه‌ای انتخاب ۳ موش از کل یعنی $\binom{۱۱}{۳}$ است. فضای پیشامد یعنی هر سه موش سفید باشند، $\binom{۶}{۳}$ است، بنابراین داریم:

$$P(A)=\frac{\binom{۶}{۳}}{\binom{۱۱}{۳}}=\frac{\frac{۶!}{۳!\times۳!}}{\frac{۱۱!}{۸!\times۳!}}=\frac{\frac{۶\times۵\times۴\times۳!}{۳!\times۶}}{\frac{۱۱\times۱۰\times۹\times۸!}{۸!\times۶}}=\frac{۲۰}{۱۶۵}=\frac{۴}{۳۳}$$

۶- گزینه‌ی «۳»

باید یک مهره‌ی سفید از ۵ مهره‌ی سفید و یک مهره‌ی سیاه از ۷ مهره‌ی سیاه انتخاب کنیم.

$$P\text{ (همرنگ نبودن) }=\frac{\binom{۵}{۱}\times\binom{۷}{۱}}{\binom{۱۲}{۲}}=\frac{۳۵}{۶۶}$$

۷- گزینه‌ی «۳»

باید از ۴ نهال سیب قرمز دو نهال و از ۲ نهال سیب زرد یک نهال انتخاب کنیم:

$$P\text{ (دو قرمز و یک زرد) }=\frac{\binom{۴}{۲}\times\binom{۲}{۱}}{\binom{۶}{۳}}=\frac{۱۲}{۲۰}=\frac{۳}{۵}$$

۸- گزینه‌ی «۳»

۳ نفر از بین ۵ دانش‌آموز سال سوم و ۲ نفر از بین ۴ دانش‌آموز سال دوم انتخاب می‌کنیم.

$$P=\frac{\binom{۵}{۳}\times\binom{۴}{۲}}{\binom{۹}{۵}}=\frac{۱۰\times۶}{۱۲۶}=\frac{۶۰}{۱۲۶}=\frac{۱۰}{۲۱}$$

$$\binom{۹}{۵}=\frac{۹!}{۵!\times۴!}=\frac{۹\times۸\times۷\times۶\times۵!}{۵!\times۴\times۳\times۲\times۱}=۹\times۷\times۲=۱۲۶$$

۹– گزینه‌ی «۳»

فضای نمونه‌ای انتخاب ۳ نفر از کل یعنی $\binom{۸}{۳}$ اسـت. دو نفـر از رشـته‌ی ریاضی یعنی $\binom{۵}{۲}$ و یک نفر از رشته‌ی تجربی یعنی $\binom{۳}{۱}$، بنابراین داریم:

$$P=\frac{\binom{۵}{۲}\times\binom{۳}{۱}}{\binom{۸}{۳}}=\frac{۱۰\times ۳}{۵۶}=\frac{۱۵}{۲۸}$$

$$\binom{۸}{۳}=\frac{۸!}{۵!\times ۳!}=\frac{۸\times ۷\times ۶\times ۵!}{۵!\times ۳\times ۲\times ۱}=۵۶$$

۱۰– گزینه‌ی «۳»

باید یک موش از سه موش سفید و سه موش از ۵ موش سیاه انتخاب کنیم.

$$P(\text{فقط یک موش سفید باشد})=\frac{\overset{\text{سفید}}{\binom{۳}{۱}}\times\overset{\text{سیاه}}{\binom{۵}{۳}}}{\binom{۸}{۴}}=\frac{۳\times ۱۰}{۷۰}=\frac{۳}{۷}$$

۱۱– گزینه‌ی «۲»

چون قرار است ۴ نفر معرفی شوند و از هر گروه فقط یک نفر انتخاب شود، لذا:

$$n(A)=\binom{۱}{۱}\binom{۲}{۱}\binom{۳}{۱}\binom{۳}{۱}=۱\times ۲\times ۳\times ۳$$

$$n(S)=\binom{۹}{۴}=\frac{۹!}{۴!\times ۵!}=\frac{۹\times ۸\times ۷\times ۶\times ۵!}{۴\times ۳\times ۲\times ۱\times ۵!}$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱\times ۲\times ۳\times ۳}{۹\times ۲\times ۷}\Rightarrow P(A)=\frac{۱}{۷}$$

۱۲– گزینه‌ی «۲»

پنج ضلعی شامل ۵ رأس است. اگر بخواهیم دو رأس مجاور باشـند، کـافی است یک ضلع از بین ۵ ضلع انتخاب کنیم. هر ضلع دارای دو رأس در ابتدا و انتها است که مجاور محسوب می‌شوند.

$$P=\frac{\binom{۵}{۱}}{\binom{۵}{۲}}=\frac{۵}{۱۰}=\frac{۱}{۲}$$

۱۳– گزینه‌ی «۳»

دو مهره را از بین پنج مهره انتخاب می‌کنیم. حالاتی که مجموع آن‌ها از ۵ بزرگ‌تر باشد، حساب می‌کنیم.

$$A=\{(۱,۵),(۲,۴),(۲,۵),(۳,۴),(۳,۵),(۴,۵)\}$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶}{\binom{۵}{۲}}=\frac{۶}{۱۰}=۰/۶$$

دقت کنید که چون مهره‌ها با هم برداشته می‌شوند، ترتیب در آنها اهمیت ندارد، یعنی به عنوان مثال (۵ , ۴) بـا (۴ , ۵) فرقـی ندارنـد. همچنـین حالتی مانند (۳ , ۳) وجود ندارد، چون یک مهره‌ی ۳ وجود دارد.

۱۴– گزینه‌ی «۳»

فضای نمونه‌ای انتخاب دو مهره از بین ۵ مهره یعنی $\binom{۵}{۲}$ است. برای آن‌که جمع دو عدد فرد باشد باید یکی از حالت‌های زیر انتخاب شود.

$$A=\{(۱,۲),(۱,۴),(۳,۲),(۳,۴),(۵,۲),(۵,۴)\}\Rightarrow n(A)=۶$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{۶}{\binom{۵}{۲}}=\frac{۶}{۱۰}=۰/۶$$

دقت کنید که چون دو مهره با هم انتخاب می‌شـوند حالـت‌های (۱ , ۲) با (۲,۱) هیچ فرقی ندارند و به همین ترتیب برای بقیه. در ضـمن تعـداد اعضای فضای پیشامد را به روش زیر نیز می‌توان محاسبه کرد:

$$n(A)=\overset{\text{یک رقم فرد}}{\binom{۳}{۱}}\times\overset{\text{یک رقم زوج}}{\binom{۲}{۱}}=۳\times ۲=۶$$

۱۵– گزینه‌ی «۱»

جمع دو کارت وقتی زوج است که هر دو زوج یا هر دو فرد باشند.

زوج : {۲,۴,۶}   فرد : {۱,۳,۵}

$$n(A)=\binom{۳}{۲}+\binom{۳}{۲}=۳+۳=۶\quad,\quad n(S)=\binom{۶}{۲}=\frac{۶!}{۲!\times ۴!}=۱۵$$

$$p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶}{۱۵}=\frac{۲}{۵}$$

۱۶– گزینه‌ی «۱»

پیشامد متوالی بودن اعداد مهره‌ها، ۵ عضو دارد:

$$A=\{(۱,۲),(۲,۳),(۳,۴),(۴,۵),(۵,۶)\}$$

$$P(A:\text{متوالی بودن دو عدد})=\frac{۵}{\binom{۶}{۲}}=\frac{۵}{۱۵}=\frac{۱}{۳}$$

۱۷– گزینه‌ی «۱»

پیشامد مطلوب : $A=\{(۱,۲),(۱,۳),(۱,۴),(۲,۳)\}$

احتمال مورد نظر : $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴}{\binom{۶}{۲}}=\frac{۴}{۱۵}$

۱۸– گزینه‌ی «۳»

فضای نمونه‌ای، انتخاب دو مهره از بین ۶ مهره است یعنی فضای نمونـه‌ای $\binom{۶}{۲}$ عضو دارد. فضای پیشامد به‌صورت زیر است:

$$\text{مجموع اعداد مضرب ۳ باشد}\rightarrow A=\{(۱,۲),(۱,۵),(۲,۴),(۳,۶),(۴,۵)\}$$

$$\Rightarrow n(A)=۵\Rightarrow P(A)=\frac{۵}{\binom{۶}{۲}}=\frac{۵}{۱۵}=\frac{۱}{۳}$$

۱۹– گزینه‌ی «۳»

با توجه به این که می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است، فضای نمونـه‌ای بـه صورت مقابل خواهد بود: $S=\{bb,gb,bg\}\Rightarrow n(S)=۳$

فضای پیشامد داشتن دختر یعنی $\{gb,bg\}$ است. بنابراین داریم:

$$n(A)=۲\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲}{۳}$$

۲۰– گزینه‌ی «۴»

با توجه به این که می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان دختر است، فضای نمونه‌ای به‌صورت زیر خواهد بود:

$$S = \{gbb , bgb , bbg , gbg , ggb , bgg , ggg\}$$
$$\Rightarrow n(S) = ۷$$

پیشامد حداقل ۲ دختر یعنی ۲ دختر یا ۳ دختر. بنابراین پیشامد به‌صورت زیر است:

$$A = \{ggb , bgg , gbg , ggg\} \Rightarrow n(A) = ۴$$
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۷}$$

۲۱– گزینه‌ی «۴»

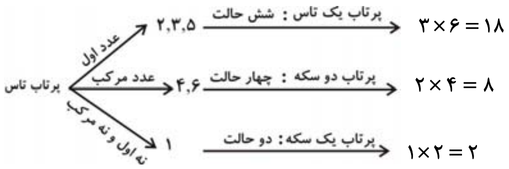
چون جنسیت فرزند اول مشخص است در واقع با فضای نمونه‌ای دو فرزند دیگر روبه‌رو هستیم: $n(S) = ۴$

A = {حداقل یک پسر باشد} = {(د،پ) و (پ،د) و (پ،پ)}

$$\Rightarrow n(A) = ۳ \Rightarrow P(A) = \frac{۳}{۴}$$

۲۲– گزینه‌ی «۲»

با استفاده از نمودار درختی پاسخ را می‌یابیم:



$$n(S) = ۱۸ + ۸ + ۲ = ۲۸$$

۲۳– گزینه‌ی «۴»

گوی شماره‌ی ۳ یا قبل از شماره‌ی ۲ خارج می‌شود و یا بعد از آن، پس دو حالت داریم که احتمال هر کدام از آن‌ها یکسان است، بنابراین احتمال وقوع هر یک برابر با $\frac{۱}{۲}$ است، یعنی:

$$P(\text{۳ زودتر از ۲}) = P(\text{۲ زودتر از ۳}) = \frac{۱}{۲}$$

۲۴– گزینه‌ی «۳»

برای آن‌که عددی زوج باشد، باید رقم یکان آن (رقم سمت راست) زوج باشد. چون در کل ۴ رقم داریم، بنابراین رقم یکان به طور کلی ۴ حالت دارد یعنی فضای نمونه‌ای دارای ۴ عضو است. در بین این ۴ رقم، سه رقم زوج (۲ ، ۴ ، ۶) وجود دارد، بنابراین فضای پیشامد دارای ۳ عضو است. در نتیجه داریم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳}{۴}$$

دقت کنید که این سؤال را می‌توان به کمک آنالیز ترکیبی نیز حل کرد.

۲۵– گزینه‌ی «۲»

ابتدا تعداد کل اعداد طبیعی سه رقمی را که در آن‌ها رقم‌های یکان و صدگان با هم برابرند محاسبه می‌کنیم. اگر این عدد را بصورت $\boxed{\text{یکان}}\ \boxed{\text{دهگان}}\ \boxed{\text{صدگان}}$ در نظر بگیریم، برای رقم صدگان نُه حالت امکان‌پذیر است. با معلوم بودن رقم صدگان، از آن‌جا که باید رقم یکان با رقم صدگان برابر باشد، برای رقم یکان، یک حالت امکان‌پذیر است، اما برای رقم دهگان، ده حالت امکان‌پذیر است، پس با توجه به اصل ضرب، تعداد عددهای طبیعی سه رقمی که در آن‌ها رقم یکان با رقم صدگان برابر باشد، برابر $۹ \times ۱۰ \times ۱$ است؛ از آن‌جا که نهصد عدد طبیعی سه رقمی وجود دارد، پس احتمال مطلوب برابر است با:

$$P = \frac{۹ \times ۱۰ \times ۱}{۹۰۰} = \frac{۱}{۱۰}$$

۲۶– گزینه‌ی «۴»

در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۳۰، مجموعه‌ی اعداد بخش‌پذیر بر ۳ عبارتست از:

$$\{\underset{۳\times۱}{۳} , \underset{۳\times۲}{۶} , \underset{۳\times۳}{۹} , \dots , \underset{۳\times۱۰}{۳۰}\}$$

این مجموعه ۱۰ عضو دارد. پس برای آنکه عدد اول بر ۳ بخش‌پذیر باشد ۱۰ حالت و (از آنجا که به ترتیب خارج می‌شوند) برای آنکه عدد دوم نیز بر ۳ بخش‌پذیر باشد ۹ حالت وجود دارد، بنابراین اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، آنگاه $n(A) = ۱۰ \times ۹$.

همچنین اگر هیچ شرطی اعمال نشود، انتخاب مرتب ۲ عدد از میان ۳۰ عدد متمایز به $n(S) = ۳۰ \times ۲۹$ حالت امکان‌پذیر است (برای انتخاب عدد اول ۳۰ حالت و برای انتخاب عدد دوم ۲۹ حالت وجود دارد)، بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۰ \times ۹}{۳۰ \times ۲۹} = \frac{۳}{۲۹}$$

۲۷– گزینه‌ی «۲»

ابتدا توجه کنید برای آن‌که عددی بر پنج بخش‌پذیر باشد، باید رقم یکان آن صفر یا پنج باشد.

تعداد حالت‌هایی که در عدد ساخته شده، عدد صفر در یکان قرار می‌گیرد:

$$\boxed{۴} \times \boxed{۳} \times \boxed{۲} \times \boxed{۱} \times \underset{\downarrow}{\boxed{۱}}$$

تعداد حالت‌هایی که با ارقام مفروض سؤال، می‌توان عدد پنج رقمی ساخت:

$$\underset{\text{۳،۲،۱ و ۴ یا}}{\underset{\uparrow}{\boxed{۴}}} \times \boxed{۴} \times \boxed{۳} \times \boxed{۲} \times \boxed{۱}$$

بنابراین، احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P = \frac{۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ \times ۱}{۴ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} = \frac{۱}{۴}$$

۲۸– گزینه‌ی «۱»

جای پدر و مادر مشخص شده است، پس نمی‌توان جای آن‌ها را تغییر داد، اما فرزندان در میان پدر و مادر می‌توانند به $۳!$ حالت جابه‌جا شوند، از طرفی اگر هیچ شرطی اعمال نشود، اعضای این خانواده که ۵ نفرند، در کنار هم $۵!$ حالت جایگشت دارند، پس:

$$\text{احتمال مورد نظر} : P = \frac{۳!}{۵!} = \frac{۱}{۴ \times ۵} = \frac{۱}{۲۰}$$

۲۹– گزینه‌ی «۳»

۳ برادر را در کنار هم قرار داده و یک نفر فرض می‌کنیم که با دو نفر دیگر ۳ نفر می‌شوند و به $۳!$ حالت کنار هم قرار می‌گیرند، خود برادرها نیز به $۳!$ حالت کنار هم قرار می‌گیرند، پس اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} \text{تعداد حالت‌های مطلوب} & : n(A) = ۳! \times ۳! \\ \text{تعداد کل حالت‌ها} & : n(S) = ۵! \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{۳! \times ۳!}{۵!} = \frac{۳! \times ۳!}{۳! \times ۴ \times ۵} = \frac{۶}{۴ \times ۵} = \frac{۳}{۱۰}$$

۳۰– گزینه‌ی «۱»

عبارت "TAB" را یک شیء فرض می‌کنیم که در کنار دو حرف L و E، تشکیل ۳ شیء می‌دهند و به !۳ حالت در کنار هم جابه‌جا می‌شوند. از طرفی اگر هیچ شرطی اعمال نشود، ۵ حرف کلمه‌ی TABLE در کنار هم به !۵ حالت جابه‌جا می‌شوند، بنابراین داریم:

یکی از جایگشت‌های مطلوب: $L(TAB)E$

$$\Rightarrow \text{احتمال مورد نظر}: P=\frac{۳!}{۵!}=\frac{۳!}{۳!\times ۴\times ۵}=\frac{۱}{۲۰}$$

۳۱– گزینه‌ی «۱»

با توجه به شکل، برای جایگاه (۱)، شش حالت امکان‌پذیر است (هر کدام از اتومبیل‌ها می‌توانند در این جایگاه قرار بگیرند)، بسته به اینکه اتومبیل پارک شده در جایگاه اول سیاه باشد یا سفید، برای جایگاه (۲)، سه حالت و با همین استدلال، برای جایگاه‌های (۳)، (۴)، (۵) و (۶) به‌ترتیب دو، دو، یک و یک حالت امکان‌پذیر است، داریم:

$$\underset{(۱)}{\boxed{۶}}\times\underset{(۲)}{\boxed{۳}}\times\underset{(۳)}{\boxed{۲}}\times\underset{(۴)}{\boxed{۲}}\times\underset{(۵)}{\boxed{۱}}\times\underset{(۶)}{\boxed{۱}}=۷۲$$

از طرفی اگر هیچ شرطی اعمال نشود، شش شیء (اتومبیل) در کنار هم $۶!=۷۲۰$ حالت جایگشت دارند، پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$\frac{۷۲}{۷۲۰}=\frac{۱}{۱۰}$$

۳۲– گزینه‌ی «۲»

هر تاس ۶ حالت دارد. بنابراین در پرتاب سه تاس با هم، درکل $۶\times۶\times۶=۲۱۶$ حالت وجود دارد.

$$n(S)=۲۱۶$$

$$\text{مجموع ۶}: \{(۱,۱,۴),(۱,۴,۱),(۴,۱,۱),(۱,۲,۳),(۱,۳,۲),(۲,۱,۳),(۲,۳,۱),(۳,۱,۲),(۳,۲,۱),(۲,۲,۲)\}$$

$$\Rightarrow P(\text{مجموع ۶})=\frac{۱۰}{۲۱۶}=\frac{۵}{۱۰۸}$$

۳۳– گزینه‌ی «۲»

می‌دانیم که در دو بار پرتاب یک تاس (یا پرتاب همزمان دو تاس) می‌توانیم جدول زیر را در نظر بگیریم:

مجموع دو عدد روشده	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالت‌ها	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

با توجه به جدول، در ۶ حالت، مجموع دو عدد رو شده ۷ است $(n(A)=۶)$. همچنین می‌دانیم که برای اعداد رو شده در دو بار پرتاب متوالی یک تاس ۶×۶ حالت امکان‌پذیر است $(n(S)=۶\times۶)$، بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶}{۶\times۶}=\frac{۱}{۶}$$

۳۴– گزینه‌ی «۴»

مجموع دو عدد رو شده در پرتاب دو تاس (یا دو بار پرتاب یک تاس) عددی طبیعی در بازه‌ی $[۲,۱۲]$ است، در مورد تعداد هر کدام ازحالت‌ها، جدول زیر را در نظر بگیرید:

مجموع دو عدد روشده	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالت‌ها	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

با توجه به جدول، حالت‌هایی که مجموع دو عدد رو شده ۱۰، ۱۱ و ۱۲ است، مطلوب هستند، پس اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، داریم:

$$n(A)=۳+۲+۱=۶$$

از طرفی می‌دانیم که در پرتاب دو تاس، فضای نمونه‌ای $n(s)=۶^۲$ عضو دارد.

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶}{۶^۲}=\frac{۱}{۶}$$

۳۵– گزینه‌ی «۳»

فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس $n(S)=۶\times۶=۳۶$ عضو دارد، بنابراین اگر A پیشامدی از آن باشد به‌طوری که مجموع دو تاس، عددی مضرب ۳ باشد، آنگاه:

$$A=\{(۱,۲),(۱,۵),(۲,۱),(۲,۴),(۳,۳),(۳,۶),(۴,۲),(۴,۵),(۵,۱),(۵,۴),(۶,۳),(۶,۶)\}$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۲}{۳۶}=\frac{۱}{۳}$$

۳۶– گزینه‌ی «۲»

تک‌تک گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم:

$$n(S)=۶\times۶=۳۶$$
$$K=۹\Rightarrow\{(۶,۳),(۵,۴),(۴,۵),(۳,۶)\}$$
$$K=۸\Rightarrow\{(۶,۲),(۵,۳),(۴,۴),(۳,۵),(۲,۶)\}$$
$$K=۷\Rightarrow\{(۶,۱),(۵,۲),(۴,۳),(۳,۴),(۲,۵),(۱,۶)\}$$
$$K=۶\Rightarrow\{(۱,۵),(۲,۴),(۳,۳),(۴,۲),(۵,۱)\}$$

بنابراین در بین گزینه‌ها، $n(K=۷)$ از همه بیش‌تر است، بنابراین $P(K=۷)=\frac{n(K=۷)}{n(S)}$ نیز از گزینه‌های دیگر بیش‌تر است.

۳۷– گزینه‌ی «۳»

انتخاب ۲ عدد از میان ۹ عدد متمایز به $n(S)=\binom{۹}{۲}=\frac{۹\times۸}{۲}$ حالت امکان‌پذیر است.

برای آنکه مجموع دو عدد طبیعی فرد باشد، باید یکی از آنها زوج و دیگری فرد باشد، بنابراین باید یکی از دو عدد انتخاب شده از بین $\{۱,۳ ۵,۷,۹\}$ انتخاب شود که این کار به $\binom{۵}{۱}$ حالت امکان‌پذیر است و عدد دیگر از بین $\{۲,۴,۶,۸\}$ انتخاب شود که این کار به $\binom{۴}{۱}$ حالت امکان‌پذیر است، پس اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، طبق اصل ضرب

$$n(A)=\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۱}=۴\times۵=۲۰$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲۰}{۳۶}=\frac{۵}{۹}$$

۳۸– گزینه‌ی «۲»

پیشامد مطلوب، عبارتست است:

$$A=\{(۴,۶),(۶,۸),...,(۲۶,۲۸),(۲۸,۳۰)\}$$
$$=\{(۲\times۲,۲\times۳),...,(۲\times۱۴,۲\times۱۵)\}$$
$$\Rightarrow n(A)=(۱۴-۲)+۱=۱۳$$

از طرفی چون مجموعه‌ی $\{۳,۴,۵,۶,...,۳۰\}$، $۲۸=۱+(۳۰-۳)$ عضو دارد، تعداد راه‌های انتخاب ۲ عدد از میان اعضای آن، برابر با $n(S)=\binom{۲۸}{۲}=\frac{۲۸\times۲۷}{۲}=۱۴\times۲۷$ است، پس:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{13}{14\times 27}$$

۳۹– گزینه‌ی «۱»

در این جعبه ۱۱ مهره وجود دارد که ۵ تای آنها سبز، ۴ تای آنها آبی و ۲ تای آنها زرد هستند. اگر بخواهیم فقط دو مهره از ۳ مهره‌ی انتخابی از این جعبه آبی باشند، باید ۲ مهره‌ی آبی از بین ۴ مهره‌ی آبی و یک مهره از بین ۷ مهره‌ی دیگر (سبزها و زردها) انتخاب کنیم که این کار طبق اصل ضرب به $n(A)=\binom{4}{2}\cdot\binom{7}{1}$ حالت امکان‌پذیر است.

از طرفی اگر هیچ شرطی اعمال نشود، انتخاب ۳ مهره از بین ۱۱ مهره به $n(S)=\binom{11}{3}$ حالت امکان‌پذیر است، پس:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{4}{2}\binom{7}{1}}{\binom{11}{3}}=\frac{6\times 7}{165}=\frac{14}{55}$$

۴۰– گزینه‌ی «۳»

برای آنکه ۳ مهره‌ی انتخاب شده دو به دو هم‌رنگ نباشند، باید یک مهره‌ی سفید، یک مهره‌ی سیاه و یک مهره‌ی سبز انتخاب شود که طبق اصل ضرب این کار به $n(A)=\binom{3}{1}\binom{4}{1}\binom{2}{1}$ حالت امکان‌پذیر است.

از طرفی اگر هیچ شرطی اعمال نشود، انتخاب ۳ مهره از این ظرف به $n(S)=\binom{3+4+2}{3}$ حالت امکان‌پذیر است؛ پس:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{3}{1}\binom{4}{1}\binom{2}{1}}{\binom{9}{3}}=\frac{3\times 4\times 2}{12\times 7}=\frac{2}{7}$$

توجه: $\binom{9}{3}=\frac{9!}{3!(9-3)!}=\frac{7\times 8\times 9}{6}=7\times 12$

۴۱– گزینه‌ی «۴»

تعداد مهره‌های قرمز را n فرض می‌کنیم، داریم:

$$P(\text{قرمز بودن هر دو مهره})=\frac{\binom{n}{2}}{\binom{n+3}{2}}=\frac{5}{14}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{(n+3)(n+2)}=\frac{5}{14}$$

در بین گزینه‌ها، فقط $n=5$ در رابطه‌ی فوق صدق می‌کند.

۴۲– گزینه‌ی «۲»

از آن‌جا که می‌دانیم این خانواده چهار فرزند پسر و دو فرزند دختر دارد، پس:

$$n(S)=\binom{6}{2}=\binom{6}{4}=15$$

و از آن‌جا که باید فرزند اول پسر و فرزند آخر دختر باشد، می‌توان نتیجه گرفت که از میان چهار فرزند باقی‌مانده باید یکی دختر و سه تای دیگر پسر باشند، یعنی اگر پیشامد مورد نظر را با A نشان دهیم، آنگاه:

$$n(A)=\binom{4}{1}=\binom{4}{3}=4\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{4}{15}$$

۴۳– گزینه‌ی «۴»

اعداد ظاهر شده در هر تاس باید کم‌تر از ۴ باشند یعنی ۱، ۲ و یا ۳، بنابراین برای هر یک از دو تاس سه حالت وجود دارد، پس:

$$n(S)=3\times 3=9$$

اگر A پیشامد این باشد که قدر مطلق تفاضل اعداد ظاهر شده برابر یک نباشد، آنگاه داریم:

$$A=\{(1,1),(1,3),(2,2),(3,1),(3,3)\}\Rightarrow n(A)=5$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{5}{9}$$

۴۴– گزینه‌ی «۳»

هر کدام از سکه‌ها دو حالت و پرتاب تاس شش حالت دارد، پس فضای نمونه‌ای در این سؤال $n(S)=2\times 2\times 6=24$ عضو دارد؛ اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، داریم:

A = {(ر، پ، ۳)، (ر، پ، ۶)، (پ، ر، ۳)، (پ، ر، ۶)، (ر، ر، ۳)، (ر، ر، ۶)}

$$\Rightarrow n(A)=6$$

بنابراین احتمال وقوع پیشامد A برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$$

۴۵– گزینه‌ی «۱»

$$n(S)=3+13+2+7=25$$

آسان یا تستی:

$$n(A)=3+13+7=23\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{23}{25}$$

می‌بایستی تعداد کل سؤال‌های آسان و تستی را با هم جمع کنیم البته توجه شود که ۱۳ سوال هم آسان و هم تستی می باشند که می‌بایستی فقط یک‌بار جمع شوند.

۴۶– گزینه‌ی «۲»

حالت‌هایی که دو تاس با هم برابر بیایند یا مجموعشان ۱۱ شود را می‌نویسیم.

$$n(S)=6^2=36$$

$$A=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6),(5,6),(6,5)\}$$

$$\Rightarrow n(A)=8\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$$

۴۷– گزینه‌ی «۲»

حداقل در یکی از دروس قبول شود، یعنی $A\cup B$.

A : فیزیک $\qquad$ B : شیمی

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$\Rightarrow 0/75=0/55+0/60-P(A\cap B)$$

$$\Rightarrow P(A\cap B)=0/55+0/60-0/75=0/40$$

۴۰ درصد امکان دارد که در هر دو درس قبول شود.

۴۸– گزینه‌ی «۱»

با توجه به شرایط مسأله، پیشامد همرنگ بودن ۳ مهره‌ی انتخابی (که احتمال آن را P در نظر می‌گیریم)، اجتماع دو پیشامد ناسازگار زیر است:

۱) هر سه مهره‌ی انتخابی سفید باشند: $P_1=\dfrac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}}$

۲) هر سه مهره‌ی انتخابی سیاه باشند: $P_2=\dfrac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}}$

پس داریم:

$$P=P_1+P_2=\frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}}+\frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}}=\frac{\binom{4}{3}+\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}}=\frac{4+10}{84}$$

$$=\frac{14}{84}=\frac{1}{6}$$

۴۹– گزینه‌ی «۳»

اگر تاجر بودن را با A و برای اولین بار سفر کردن را با B نمایش دهیم، سؤال پیشامد $(A\cup B)'$ را خواسته است.

$$P(A\cup B)'=1-P(A\cup B)=1-[P(A)+P(B)-P(A\cap B)]$$

$$=1-\left[\frac{23}{72}+\frac{12}{72}-\frac{8}{72}\right]=1-\frac{27}{72}=\frac{45}{72}=\frac{5}{8}$$

۵۰– گزینه‌ی «۳»

خواندن روزنامه‌ی الف را با A و خواندن روزنامه‌ی ب را با B نمایش می‌دهیم. سؤال پیشامد $(A\cup B)'$ را خواسته است.

$$P(A\cup B)'=1-P(A\cup B)=1-[P(A)+P(B)-P(A\cap B)]$$

$$=1-\left[\frac{30}{100}+\frac{25}{100}-\frac{9}{100}\right]=1-\frac{46}{100}=\frac{54}{100}=0/54$$

۵۱– گزینه‌ی «۴»

لااقل یک بار رقم ۲ ظاهر شود یعنی یا یک بار ظاهر شود یا دو بار یا سه بار. متمم این حالت‌ها این است که رقم ۲ ظاهر نشود. احتمال آن را حساب کرده و از یک کم می‌کنیم:

از ۱۰ رقم ممکن، ۲ نیامده

$A:$ رقم ۲ نیاید $\rightarrow n(A)=\boxed{8}\,\underbrace{\boxed{9}\,\boxed{9}}=8\times9\times9$

صفر نمی‌تواند بیاید

$S:$ کل اعداد سه رقمی $\rightarrow n(S)=\boxed{9}\,\boxed{10}\,\boxed{10}=9\times10\times10$

صفر نمی‌تواند بیاید

$$\Rightarrow P(A)=\frac{8\times9\times9}{9\times10\times10}=\frac{72}{100}$$

$\Rightarrow P$ (رقم ۲ لااقل یک بار ظاهر شود)

$$=P(A')=1-P(A)=1-\frac{72}{100}=\frac{28}{100}=0/28$$

۵۲– گزینه‌ی «۳»

حالتی که تعداد افراد دو گروه برابر باشند را حساب کرده و از روش متمم استفاده می‌کنیم. برابر بودن تعداد افراد دو گروه یعنی دو نفر از ۴ نفر ریاضی و دو نفر از ۶ نفر تجربی. بنابراین داریم:

P(تعداد افراد دو گروه، متفاوت) $=1-P$(تعداد افراد دو گروه، برابر)

$$=1-\frac{\binom{4}{2}\times\binom{6}{2}}{\binom{10}{4}}=1-\frac{6\times15}{210}=1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$$

توجه: $\binom{10}{4}=\dfrac{10!}{6!\times4!}=\dfrac{10\times9\times8\times7\times6!}{6!\times4\times3\times2\times1}=210$

۵۳– گزینه‌ی «۴»

متمم پیشامد «لااقل یکی از موش‌های انتخاب شده سفید باشد»، آن است که «هیچ کدام از موش‌های انتخاب شده سفید نباشند»، یا به عبارت دیگر «همه‌ی موش‌های انتخاب شده سیاه باشند»، بنابراین احتمال مورد نظر، برابر است:

$$1-\frac{\binom{6}{3}}{\binom{11}{3}}=1-\frac{\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}}{\frac{11\times10\times9}{3\times2\times1}}=1-\frac{20}{165}=\frac{145}{165}=\frac{29}{33}$$

۵۴– گزینه‌ی «۱»

$n(S)=6\times6=36$

A پیشامد آن‌که اعداد رو شده در دو تاس، دو عدد زوج بوده و اختلافشان برابر با ۲ باشند.

$A=\{(2,4),(4,2),(4,6),(6,4)\}$ ، $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$

۵۵– گزینه‌ی «۲»

$n(S)=5\times4\times3=60$

$A=\{543,542,541,532,531,521,432,431,421,321\}$

$\Rightarrow n(A)=10\Rightarrow P(A)=\dfrac{10}{60}=\dfrac{1}{6}$

۵۶– گزینه‌ی «۱»

فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی به صورت زیر است:

$S=\{\underline{11},\underline{12},\underline{14},\underline{15},\underline{21},\underline{22},\underline{24},\underline{25},41,42,\underline{44},45,51,\underline{52},$
$54,55\}\Rightarrow n(S)=16$

در حالت‌هایی که زیر آنها خط کشیده شده است، عدد ساخته شده کوچکتر از ۴۰ یا مضرب ۴ است، یعنی $n(A)=10$، بنابراین

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$$

۵۷– گزینه‌ی «۴»

مجموع دو عدد رو شده	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالت‌ها	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم با توجه به جدول بالا، $n(A)=6+5=11$.

همچنین در پرتاب دو تاس، فضای نمونه‌ای $n(S)=6^2=36$ عضو دارد.

پس $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{11}{36}$.

۵۸– گزینه‌ی «۳»

برای آنکه دو عدد انتخاب شده اول یا بر ۷ بخش‌پذیر باشند، باید از مجموعه‌ی زیر انتخاب شوند:

$\{2,3,5,7,11,13,14,17,19,21,23,28,29\}$

ملاحظه می‌شود که این مجموعه ۱۳ عضو دارد، پس اگر پیشامد عددی اول یا بر ۷ بخش‌پذیر بودن دو عدد انتخابی را A بنامیم، آنگاه:

$$n(A)=\binom{۱۳}{۲}=\frac{۱۳\times ۱۲}{۲}$$

از طرفی اگر هیچ شرطی اعمال نشود، انتخاب همزمان ۲ عدد از بین ۳۰ عدد به $n(S)=\binom{۳۰}{۲}=\frac{۳۰\times ۲۹}{۲}$ حالت امکان‌پذیر است، بنابراین:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\frac{۱۳\times ۱۲}{۲}}{\frac{۳۰\times ۲۹}{۲}}=\frac{۱۳\times ۲}{۵\times ۲۹}=\frac{۲۶}{۱۴۵}$$

توجه:

$$\binom{n}{۲}=\frac{n(n-۱)}{۲}$$

۵۹- گزینهٔ «۲»

$$A\cap B=\{\text{پرر، رپر، ررپ}\}\Rightarrow n(A\cap B)=۳$$

از طرفی، در پرتاب سه سکه، فضای نمونه‌ای دارای $n(S)=۲^۳$ عضو است، پس:

$$P(A\cap B)=\frac{n(A\cap B)}{n(S)}=\frac{۳}{۸}$$

۶۰- گزینهٔ «۴»

با توجه به فرمول $P(A\cup B)$ داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+۲P(B)$$
$$\Rightarrow P(A)+P(B)-P(A\cap B)=P(A)+۲P(B)$$
$$\Rightarrow -P(A\cap B)=P(B)\Rightarrow P(B)+P(A\cap B)=۰$$

احتمال‌ها همواره اعدادی نامنفی هستند. چون جمع دو عدد نامنفی، صفر شده است پس هر یک از آنها برابر صفر هستند. یعنی $P(B)=۰$.

۶۱- گزینهٔ «۳»

در حالت کلی برای دو پیشامد داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$P(A)=۳P(A\cap B)\quad \text{و}\quad P(B)=\frac{۳}{۲}P(A\cap B)$$
$$\Rightarrow P(A\cup B)=۳P(A\cap B)+\frac{۳}{۲}P(A\cap B)-P(A\cap B)$$
$$=\frac{۷}{۲}P(A\cap B)\Rightarrow \frac{P(A\cup B)}{P(A\cap B)}=\frac{۷}{۲}$$

۶۲- گزینهٔ «۳»

ابتدا پیشامد A را مشخص می‌کنیم:

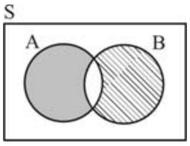
$$A=\{\underline{gggg},\underline{bggg},\underline{gbgg},bbgg\}$$

برای بدست آوردن پیشامد $A-C$ ، باید حالت‌هایی را که در آنها تعداد فرزندان دختر بیش از تعداد فرزندان پسر است، (حالت‌هایی که زیر آنها خط کشیده شده است) را از A حذف کنیم، پس $A-C=\{bbgg\}$ ، یعنی $n(A-C)=۱$.

از طرفی می‌دانیم که فضای نمونه‌ای جنسیت فرزندان در یک خانواده‌ی ۴ فرزندی، $n(S)=۲^۴$ حالت دارد، پس:

$$P(A-C)=\frac{n(A-C)}{n(S)}=\frac{۱}{۱۶}$$

۶۳- گزینهٔ «۴»



می‌دانیم که پیشامد $A\cup B$ یعنی « A رخ دهد یا B رخ دهد یا هر دوی آنها رخ دهند». حال اگر بخواهیم «فقط A رخ دهد یا فقط B رخ دهد»، باید قسمتی که «هم A و هم B رخ می‌دهند» (یعنی $A\cap B$) را از $A\cup B$ حذف کنیم. که در این صورت اجتماع دو قسمت سایه خورده و هاشورخورده در شکل بالا به‌دست می‌آید. قسمت سایه خورده مجموعه‌ی $A-B$ و قسمت هاشورخورده مجموعه‌ی $B-A$ است و اجتماع آنها یعنی $(A-B)\cup(B-A)$ پیشامد مورد نظر سؤال است.

۶۴- گزینهٔ «۳»

نکته: $\begin{cases}P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)\\ P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\end{cases}$

$$\Rightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B-A)$$

پس در این سؤال، داریم:

$$P(A\cup B)=۰/۵+۰/۲۵=۰/۷۵$$

۶۵- گزینهٔ «۱»

احتمال انتخاب دو دانش‌آموز ریاضی $\frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۵}{۲}}$ و احتمال انتخاب دو دانش‌آموز تجربی $\frac{\binom{۲}{۲}}{\binom{۵}{۲}}$ است. چون این دو حالت ناسازگارند، پس احتمال هم‌رشته بودن دو دانش‌آموز انتخاب شده برابر است با:

$$\frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۵}{۲}}+\frac{\binom{۲}{۲}}{\binom{۵}{۲}}=\frac{۳+۱}{۱۰}=\frac{۲}{۵}$$

۶۶- گزینهٔ «۲»

متمم پیشامد آنکه «حداقل یکی از ۳ مهره‌ی انتخابی آبی باشد»، آن است که «هیچ‌کدام از ۳ مهره‌ی خارج شده آبی نباشند» یا به عبارت دیگر «هر ۳ مهره، در بین مهره‌های زرد و سبز انتخاب شوند»، پس:

$$P(\text{حداقل یکی آبی})=۱-P(\text{هیچ آبی})$$
$$=۱-\frac{\binom{۵+۲}{۳}}{\binom{۵+۴+۲}{۳}}=۱-\frac{۳۵}{۱۶۵}=۱-\frac{۷}{۳۳}=\frac{۲۶}{۳۳}$$

۶۷- گزینهٔ «۲»

تعداد کل مهره‌ها $۵+۴+۳=۱۲$

$$n(S)=\binom{۱۲}{۳}=\frac{۱۲\times ۱۱\times ۱۰\times ۹!}{۳\times ۲\times ۱\times ۹!}=۲۲۰$$

A پیشامد آن‌که حداقل ۲ مهره همرنگ باشند و A' متمم این پیشامد است، یعنی هیچ دو مهره‌ای هم‌رنگ نباشند.

$$n(A')=\binom{۵}{۱}\times\binom{۴}{۱}\times\binom{۳}{۱}=۵\times ۴\times ۳=۶۰$$
$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۶۰}{۲۲۰}=\frac{۱۶۰}{۲۲۰}=\frac{۸}{۱۱}$$

۶۸- گزینه‌ی «۳»

احتمال این‌که مجموع دو تاس بزرگ‌تر یا مساوی ۱۱ باشد را حساب کرده و از یک کم می‌کنیم:

$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$

مجموع بزرگ‌تر یا مساوی ۱۱ $A = \{(۵\,,۶)\,,(۶\,,۵)\,,(۶\,,۶)\}$

$\Rightarrow P(A) = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲}$

$= P(A') = ۱ - P(A) = ۱ - \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱۱}{۱۲}$

۶۹- گزینه‌ی «۳»

در این مسأله چون تعداد اعضای پیشامد «مجموع اعداد رو شده بزرگ‌تر از ۵ باشد» زیاد است، ابتدا پیشامد متمم را به‌دست می‌آوریم و احتمال آن را محاسبه می‌کنیم و سپس احتمال پیشامد مورد نظر را به‌دست می‌آوریم:

$A =$ پیشامد این‌که مجموع اعداد رو شده بزرگ‌تر از ۵ باشد

$A' =$ پیشامد این‌که مجموع اعداد رو شده کوچک‌تر یا مساوی ۵ باشد

$A' = \{(۱,۱,۱),(۱,۱,۲),(۱,۲,۱),(۲,۱,۱),(۱,۲,۲),(۲,۱,۲),(۲,۲,۱)$
$,(۱,۱,۳),(۱,۳,۱),(۳,۱,۱)\}$

$n(S) = ۶ \times ۶ \times ۶ = ۶^۳$

$P(A') = \frac{۱۰}{۶^۳} = \frac{۱۰}{۲۱۶}$

$\Rightarrow P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۱۰}{۲۱۶} = \frac{۲۰۶}{۲۱۶} = \frac{۱۰۳}{۱۰۸}$

۷۰- گزینه‌ی «۴»

با توجه به آن‌که دو تاس را همواره دو شیئی متمایز در نظر می‌گیریم، فضای نمونه‌ای این پدیده تصادفی دارای $۶ \times ۶ = ۳۶$ عضو خواهد بود.

اگر A را پیشامد «مجموع اعداد رو شده‌ی دو تاس ۸ باشند» در نظر بگیریم، آنگاه:

$A = \{(۲,۶),(۶,۲),(۵,۳),(۳,۵),(۴,۴)\}$

اگر B را پیشامد «اعداد رو شده‌ی دو تاس فرد باشند» در نظر بگیریم، آنگاه:

$B = \{(۱,۱),(۱,۳),(۱,۵),(۳,۱),(۳,۳),(۳,۵),$
$(۵,۱),(۵,۳),(۵,۵)\}$

بنابراین:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = \frac{۵}{۳۶} + \frac{۹}{۳۶} - \frac{۲}{۳۶} = \frac{۱۲}{۳۶} = \frac{۱}{۳}$

۷۱- گزینه‌ی «۳»

اعداد طبیعی تک رقمی، عبارتند از : $\{۱,۲,۳,...,۹\}$، زمانی حاصل‌ضرب چند عدد طبیعی زوج است که حداقل یکی از آن اعداد، زوج باشد، پس در حالتی که هر ۳ عدد انتخاب شده فرد هستند، حاصل‌ضرب آن‌ها عددی فرد (غیر زوج) است، داریم:

$P\ (\text{هر سه فرد}) = \frac{\binom{۵}{۳}}{\binom{۹}{۳}} = \frac{۱۰}{۸۴} = \frac{۵}{۴۲}$

$\Rightarrow$ احتمال مورد نظر : $P = ۱ - P\ (\text{هر سه فرد}) = ۱ - \frac{۵}{۴۲} = \frac{۳۷}{۴۲}$

۷۲- گزینه‌ی «۴»

اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند، آنگاه:

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

۷۳- گزینه‌ی «۱»

هرگاه $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ، دو پیشامد را مستقل گوییم.

$P(A \cap B) = ۰/۲۴ = ۰/۳ \times ۰/۸ = P(B) \times P(A)$

۷۴- گزینه‌ی «۴»

چون A و B مستقل هستند، داریم:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$

$= ۰/۶ + ۰/۳ - ۰/۶ \times ۰/۳ = ۰/۹ - ۰/۱۸ = ۰/۷۲$

۷۵- گزینه‌ی «۲»

جنسیت فرزندان مستقل از هم‌دیگر است. این‌که دو فرزند اول پسر هستند، تأثیری در فرزندان سوم و چهارم ندارد.

$P\ (\text{فرزند سوم و چهارم دختر}) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$

۷۶- گزینه‌ی «۱»

$P\ (\text{هر دو دستگاه کار کنند}) = ۰/۴ \times ۰/۴ = ۰/۱۶$

۷۷- گزینه‌ی «۱»

اعداد روشده در پرتاب تاس‌ها، مستقل از هم هستند. هر تاس چهار حالت ۱ و ۲ و ۴ و ۵ دارد که مضرب ۳ نمی‌باشند.

$P\ (\text{هیچ‌یک مضرب ۳ نیستند}) = \frac{۴}{۶} \times \frac{۴}{۶} = \frac{۴}{۹}$

۷۸- گزینه‌ی «۴»

$P(A) = \frac{۷}{۷} \times \frac{۶}{۷} = \frac{۶}{۷}$

تعداد انتخاب‌های نفر دوم ۶ روز هفته می‌باشد. زیرا نمی‌بایستی در روزی که نفر اول متولد شده است به دنیا آمده باشد و یک انتخاب کمتر دارد.

۷۹- گزینه‌ی «۳»

روز تولد هر فرد ربطی به روز تولد فرد دیگر ندارد، بنابراین مستقل از هم هستند. نفر اول آزاد است در هریک از روزهای هفته به دنیا بیاید ولی نفرات بعدی در روزهایی که نفرات قبلی به دنیا آمده‌اند، نباید به دنیا بیایند و به همین دلیل از حالت‌های کلی کم می‌شود. بنابراین داریم:

$P\ (\text{روزهای مختلف}) = \underset{\text{نفر اول}}{\frac{۷}{۷}} \times \underset{\text{نفر دوم}}{\frac{۶}{۷}} \times \underset{\text{نفر سوم}}{\frac{۵}{۷}} = \frac{۳۰}{۴۹}$

۸۰- گزینه‌ی «۳»

فضای نمونه‌ای هر یک از این سه نفر ۱۲ است و نفر اول ۱۲ حق انتخاب دارد. اما نفرات دوم و سوم یک حق انتخاب خواهند داشت زیرا باید در ماهی به دنیا آیند که نفر اول به دنیا آمده است.

$P(A) = \frac{۱۲}{۱۲} \times \frac{۱}{۱۲} \times \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۱۴۴}$

۸۱- گزینه‌ی «۳»

پرتاب سکه و تاس مستقل از هم‌دیگر است. بنابراین داریم:

حداقل یک «رو» و تاس ۶ نیاید

$\frac{۳}{۴} \qquad \frac{۵}{۶} \qquad \Rightarrow \frac{۵}{۶} \times \frac{۳}{۴} = \frac{۵}{۸}$

۸۲- گزینه‌ی «۳»

احتمال آنکه در هر تاس عدد ۵ و ۶ ظاهر نشود $\frac{۴}{۶}$ است، پس:

احتمال ظاهر نشدن ۵ و ۶ در هر دو تاس : $P(A') = \frac{۴}{۶} \times \frac{۴}{۶} = \frac{۱۶}{۳۶} = \frac{۴}{۹}$