



آمار و احتمال: صفحه‌های ۲ تا ۷ کتاب درسی

آشنایی با منطق ریاضی: گزاره و گزاره‌نما

منطق ریاضی

منطق ریاضی یا منطق نمادی در حقیقت دستور زبان علم ریاضی است که ساختار جملاتی را که در ریاضی به کار می‌رود مورد مطالعه قرار می‌دهد. در منطق ریاضی استدلال‌های ریاضی بررسی می‌شود و درستی یا نادرستی این استدلال‌ها مشخص می‌شود.

گزاره

به هر جمله خبری که می‌تواند ارزش درست یا ارزش نادرست داشته باشد، یک گزاره گفته می‌شود (حتی اگر درست یا نادرست بودن آن برای ما معلوم نباشد). گزاره‌ها معمولاً با حروف p, q, r, s و ... نمایش می‌دهند. به طور مثال جملات «۵ فرد است» و « $\pi\sqrt{2}$ گنگ است» و «عدد ۷ اول است» همگی گزاره هستند هر چند که $\pi\sqrt{2}$ را نمی‌دانیم که گنگ است یا خیر. اگر ارزش گزاره درست باشد آن را با «د» یا «T» و اگر ارزش گزاره نادرست باشد آن را با «ن» یا «F» نمایش می‌دهیم.

نکته

جملات پرسشی، امری، عاطفی (احساسی) گزاره محسوب نمی‌شوند. به طور مثال «چه هوای خوبی»، «درس بخوان» به عنوان گزاره محسوب نمی‌شوند.

گزاره‌نما

جمله خبری که در آن یک یا چند متغیر وجود دارد و با جای‌گذاری مقادیر به جای متغیرها تبدیل به گزاره می‌شود گزاره‌نما نامیده می‌شود. ■ مثال ۱: « $x^2 + 2x - 5 = 0$ » و « $x^2 - 1 < x + 7$ » و « $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ » همگی گزاره‌نما هستند. لذا معادلات، نامعادلات و اتحادها همگی گزاره‌نما هستند.

دامنه متغیر گزاره‌نما

مجموعه مقادیری که می‌توان به جای متغیر در گزاره‌نما قرار داد تا آن را تبدیل به یک گزاره کند دامنه متغیر گزاره‌نما نامیده می‌شود و آن را با D نمایش می‌دهیم.

■ مثال ۲: دامنه گزاره‌نمای « $x^2 > y^2$ » مجموعه اعداد حقیقی است یعنی به جای x و y می‌توانیم اعداد حقیقی قرار دهیم. به عنوان مثالی دیگر، دامنه گزاره‌نمای « x عددی اول است» مجموعه اعداد طبیعی است.

مجموعه جواب گزاره‌نما

اعضایی از دامنه متغیر را که به ازای آن‌ها گزاره‌نما تبدیل به یک گزاره با ارزش درست می‌شود، مجموعه جواب گزاره‌نما می‌گوییم. مجموعه جواب را با حرف S نمایش می‌دهیم و می‌دانیم همواره $S \subseteq D$ است.

■ مثال ۳: مجموعه جواب گزاره‌نمای « $x^2 + 4x - 5 = 0$ » با دامنه اعداد صحیح $D = \mathbb{Z}$ برابر $S = \{-5, 1\}$ است.

نقیض یک گزاره

اگر p یک گزاره باشد گزاره «چنین نیست که p » که آن را با نماد $\sim p$ نمایش می‌دهند، نقیض گزاره p نامیده می‌شود که ارزش آن خلاف ارزش p است. جدول ارزش گزاره نقیض به صورت زیر است:

p	$\sim p$
د	ن
ن	د

نکته

دو گزاره p و q را هم‌ارز می‌گوییم هرگاه در هر حال هم‌ارزش باشند و آن را با نماد $p \equiv q$ نمایش می‌دهیم.

نکته

نقیض نقیض یک گزاره با خود آن گزاره هم‌ارز است.

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
د	ن	د
ن	د	ن

با توجه به برابری ستون‌های اول و آخر نتیجه می‌شود این دو گزاره هم‌ارز هستند.



گزاره و گزاره‌نما

- ۱- کدام یک از جملات زیر یک گزاره است؟
 (۱) شاید من کنکور قبول شوم.
 (۲) عجله کنید، عجله کنید.
 (۳) برو کار می‌کن نگو چیست کار.
 (۴) دیروز باران آمد.
 (مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲ کتاب درسی)
- ۲- کدام عبارت گزاره است؟
 (۱) آیا $\sqrt{2}$ گنگ است؟
 (۲) لطفاً لبخند بزنید.
 (۳) چه هوای خوبی!
 (۴) عدد $(\sqrt{3})^\pi$ کنگ است.
 (مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲ کتاب درسی)
- ۳- چه تعداد از جملات زیر گزاره هستند؟
 « $\sqrt{-1}$ عددی حقیقی است.»، «بی‌نهایت عدد اول وجود دارد.»، «احتمال پیشامد A در پرتاب تاس برابر $\frac{1}{4}$ است.»، «x عددی زوج است.»
 (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱
 (مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲ کتاب درسی)
- ۴- کدام گزینه درست است؟
 (۱) هر گزاره‌نما فقط یک ارزش دارد.
 (۲) یک گزاره ممکن است برای برخی اعداد درست و برای برخی نادرست باشد.
 (۳) $3x + y = 8$ یک گزاره‌نما است.
 (۴) هر گزاره با جای‌گذاری مقادیری به جای متغیر به گزاره‌نما تبدیل می‌شود.
 (مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲ کتاب درسی)
- ۵- دامنه و مجموعه جواب گزاره‌نمای " $x^2 - 3x + 2 = 0$ " کدام می‌تواند باشد؟
 (۱) $D = \mathbb{Z}, S_x = \{-1, 1\}$
 (۲) $D = \mathbb{R}, S_x = \{1, 2\}$
 (۳) $D = \mathbb{R}, S_x = \{0\}$
 (۴) $D = \mathbb{Z}, S_x = \{0\}$
 (مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲ کتاب درسی)
- ۶- کدامیک از عبارتهای زیر گزاره‌نما است؟
 (۱) اگر $2^n - 1$ اول باشد، آنگاه n اول است.
 (۲) معادله درجه دوم $x^2 - 4x - 5 = 0$ دارای دو ریشه صحیح است.
 (۳) اگر $p \geq 5$ عددی اول باشد، آنگاه $p = 6k \pm 1$ است.
 (۴) $n \in \mathbb{N}$ و $3^n \leq n!$
 (مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲ کتاب درسی)
- ۷- دامنه و مجموعه جواب گزاره‌نمای " $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} < \frac{5n}{12}$ " کدام می‌تواند باشد؟
 (۱) $D = \mathbb{N}, S = \{6, 7, 8, \dots\}$
 (۲) $D = \mathbb{Z}, S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 (۳) $D = \mathbb{N}, S = \{1, 2, 3, 4\}$
 (۴) $D = \mathbb{Z}, S = \emptyset$
 (مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲ کتاب درسی)
- ۸- مجموعه جواب کدام گزاره‌نما با دامنه آن برابر است؟ (p، مجموعه اعداد اول است).
 (۱) $(D = \mathbb{N}) 2^n > n^2$
 (۲) $(D = \mathbb{N}) 3^n \leq n!$
 (۳) $(D = \mathbb{N}) 2^n + 1 \in P$
 (۴) $(D = \mathbb{N}) n^2 \leq 4^n$
 (مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲ کتاب درسی)
- ۹- اگر دامنه گزاره‌نمای " $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2^n - 1} < \frac{n}{2}$ " اعداد طبیعی باشد، کوچک‌ترین عضو مجموعه جواب این گزاره‌نما کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
 (مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲ کتاب درسی)
- ۱۰- کدام گزینه صحیح است؟
 (۱) اگر $D = \mathbb{Z}$ ، مجموعه جواب گزاره‌نمای " $x = 2k$ " برابر $S = \{2, 4, 6, \dots\}$ است.
 (۲) اگر $D = \mathbb{Z}$ ، مجموعه جواب گزاره‌نمای " $x^2 > 0$ " برابر $S = \mathbb{Z}$ است.
 (۳) اگر $D = \mathbb{N}$ ، مجموعه جواب گزاره‌نمای " $x + 1 > 0$ " برابر $S = \mathbb{N}$ است.
 (۴) اگر $D = \mathbb{N}$ ، مجموعه جواب گزاره‌نمای " $x + \frac{1}{x} > 2$ " برابر $S = \mathbb{N}$ است.
 (مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲ کتاب درسی)

آشنایی با منطق ریاضی: ترکیب گزاره‌ها

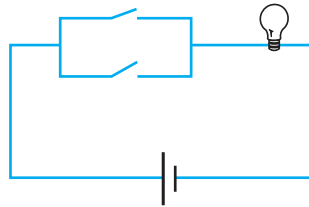
ترکیب گزاره‌ها

۱- ترکیب فصلی:

اگر p و q دو گزاره باشند گزاره مرکب « $p \vee q$ » را ترکیب فصلی دو گزاره می‌گوییم و به صورت « p یا q » می‌خوانیم. ترکیب فصلی دو گزاره وقتی درست است که حداقل یکی از آن‌ها درست باشد.

اگر در این مدار، بسته بودن هر کلید درست و باز بودن آن نادرست باشد لامپ وقتی روشن است که حداقل یک کلید بسته باشد. روشن بودن لامپ درست و خاموش بودن آن نادرست است.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن



۲- ترکیب عطفی:

اگر p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \wedge q$ » را ترکیب عطفی دو گزاره می‌گوییم و به صورت « p و q » می‌خوانیم. ترکیب عطفی دو گزاره وقتی درست است که هر دو گزاره درست باشد.

در این مورد لامپ وقتی روشن می‌شود که هر دو کلید بسته باشد.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن



۳- ترکیب شرطی:

اگر p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \Rightarrow q$ » را ترکیب شرطی دو گزاره می‌گوییم و به صورت‌های «اگر p آنگاه q » یا « p شرط کافی برای q است» یا « q شرط لازم برای p است» می‌خوانیم. در این گزاره مرکب، p را «مقدم» و q را «تالی» می‌نامند. گزاره شرطی وقتی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست است.

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

قانون انتفای مقدم

در گزاره‌های شرطی « $p \Rightarrow q$ »، اگر مقدم ترکیب شرطی نادرست باشد ارزش گزاره بدون توجه به جدول ارزش گزاره‌های شرطی درست می‌باشد.

	p	q	$p \Rightarrow q$
قانون انتفای مقدم	د	د	د
	د	ن	ن
	ن	د	د
	ن	ن	د

قانون انتفای مقدم در بسیاری از اثبات‌ها استفاده می‌شود به طور مثال برای اثبات این‌که \emptyset یک تابع است از این قانون می‌توان استفاده کرد.

نکته

هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم‌ارز است.

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
د	د	د	ن	ن	د
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د	د

تذکره

در بعضی از مسائل به جای اثبات مستقیم از عکس نقیض استفاده می‌کنیم، مثلاً در اثبات یک‌به‌یک بودن توابع عملاً از عکس نقیض تعریف تابع یک به یک استفاده می‌شود.

نکته

در هر گزاره شرطی داریم:

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	q	$\sim p \vee q$
د	د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	د

۴- ترکیب دو شرطی:

اگر p و q دو گزاره باشند؛ گزاره مرکب « $p \Leftrightarrow q$ » را ترکیب دو شرطی می‌خوانیم و به صورت‌های «اگر p آنگاه q و برعکس» یا « p اگر و تنها اگر q » یا « p شرط لازم و کافی برای q است» می‌خوانیم.

گزاره دو شرطی وقتی درست است که p و q هر دو درست یا هر دو نادرست باشند.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

نکته

نقیض و عکس نقیض یک گزاره دو شرطی با خود گزاره هم‌ارز است.

$$p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q \equiv \sim q \Leftrightarrow \sim p$$

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \Leftrightarrow \sim q$	$\sim q \Leftrightarrow \sim p$
د	د	د	ن	ن	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د	د

قوانین ترکیب گزاره‌ها

اگر p ، q و r سه گزاره باشند، قوانین زیر همواره برقرار است:

$$\left. \begin{array}{l} ۱) p \vee q \equiv q \vee p \\ ۲) p \wedge q \equiv q \wedge p \end{array} \right\} \text{خاصیت جابه‌جایی}$$

$$\left. \begin{array}{l} ۳) (p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r) \\ ۴) (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r) \end{array} \right\} \text{خاصیت شرکت‌پذیری}$$

$$\left. \begin{array}{l} ۵) p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ ۶) p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{array} \right\} \text{خاصیت توزیع‌پذیری}$$

$$\left. \begin{array}{l} ۷) p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ ۸) p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{array} \right\} \text{قانون جذب}$$

$$\left. \begin{array}{l} ۹) \sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ ۱۰) \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{array} \right\} \text{قوانین دمورگان}$$

$$۱۱) \sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

هم‌ارزی‌های مهم

روابط زیر بین گزاره‌ها همواره برقرار است:

$$۱) p \vee \sim p \equiv T$$

$$۸) p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

$$۲) p \wedge \sim p \equiv F$$

$$۹) p \Leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

$$۳) T \vee p \equiv T$$

$$۱۰) (p \Rightarrow p \vee q) \equiv T \text{ قانون ادخال فاصل}$$

$$۴) T \wedge p \equiv p$$

$$۱۱) (p \wedge q \Rightarrow p) \equiv T \text{ قانون حذف عاطف}$$

$$۵) F \vee p \equiv p$$

$$۱۲) p \Rightarrow (q \vee r) \equiv (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$$

$$۶) F \wedge p \equiv F$$

$$۱۳) p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$$

$$۷) p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$۱۴) (p \wedge q) \Rightarrow r \equiv p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$$



ترکیب گزاره‌ها

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۲) p درست و q نادرست است.

۴) p نادرست و q نادرست است.

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۲) همواره نادرست است.

۴) اگر p درست باشد، درست است.

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۲) احمد پسر درس خوانی نیست.

۴) اگر احمد قبول نشود آنگاه درس نخوانده است.

۱) ۱۱- هرگاه $q \wedge p$ نادرست باشد، آنگاه:

۱) p نادرست و q درست است.

۳) گزینه‌های «۱» و «۲»

۲) ۱۲- گزاره $(\sim p \vee p) \wedge (\sim p \wedge p)$:

۱) همواره درست است.

۳) گاهی درست و گاهی نادرست

۳) ۱۳- نقیض گزاره «اگر احمد درس بخواند قبول خواهد شد.» کدام است؟

۱) اگر احمد درس نخواند قبول نمی‌شود.

۳) احمد درس می‌خواند ولی قبول نمی‌شود.

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴ - ۱۴- نقیض گزاره $a \leq b$ کدام است؟

- (۱) $a > b$
 (۲) $a < b$
 (۳) $a \geq b$
 (۴) $a = b$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۵ - ۱۵- اگر T گزاره همواره درست باشد، کدام یک از هم ارزی‌های زیر همواره نادرست است؟

- (۱) $T \wedge p \equiv p$
 (۲) $T \vee \sim T \equiv T$
 (۳) $T \wedge \sim T \equiv F$
 (۴) $T \vee p \equiv p$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۶ - ۱۶- هرگاه F و T به ترتیب گزاره نادرست و درست باشند، کدام یک از روابط زیر نادرست است؟

- (۱) $\sim F \wedge F \equiv F$
 (۲) $p \wedge T \equiv p$
 (۳) $p \vee F \equiv p$
 (۴) $T \wedge F \equiv T$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۷ - ۱۷- کدامیک از ترکیب‌های زیر همواره درست است؟

- (۱) $(p \vee \sim p) \Rightarrow (p \wedge \sim p)$
 (۲) $(p \vee \sim p) \Rightarrow p$
 (۳) $(p \wedge \sim p) \Rightarrow p$
 (۴) $p \Rightarrow (p \wedge \sim p)$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۸ - ۱۸- اگر p گزاره درست و q و r گزاره‌های دلخواه باشند، کدامیک از گزاره‌های زیر همیشه درست است؟

- (۱) $p \Rightarrow (q \wedge r)$
 (۲) $(p \vee q) \Rightarrow (r \vee q)$
 (۳) $r \Rightarrow (p \vee q)$
 (۴) $(p \wedge q) \Rightarrow (r \wedge q)$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۹ - ۱۹- اگر $p \Rightarrow q$ و $q \Rightarrow p$ هر دو درست باشند، کدام مورد صحیح است؟

- (۱) p درست و q نادرست است.
 (۲) p نادرست و q درست است.
 (۳) $p \equiv q$
 (۴) هیچکدام

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۰ - ۲۰- اگر p نادرست و $q \Leftrightarrow p$ درست باشد، آنگاه:

- (۱) q درست است.
 (۲) $p \wedge q$ درست است.
 (۳) q نادرست است.
 (۴) $p \vee q$ درست است.

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۱ - ۲۱- $\sim p \Rightarrow q$ هم ارز است با:

- (۱) $\sim p \vee q$
 (۲) $p \vee q$
 (۳) $\sim p \wedge q$
 (۴) $p \wedge q$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۲ - ۲۲- کدامیک از هم ارزی‌های زیر نادرست است؟

- (۱) $\sim(\sim p \vee \sim q) \equiv p \wedge q$
 (۲) $\sim(\sim p \wedge \sim q) \equiv p \vee q$
 (۳) $\sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$
 (۴) $p \Rightarrow q \equiv p \wedge \sim q$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۳ - ۲۳- ارزش گزاره $\sim(p \vee q) \wedge p$:

- (۱) همواره درست است.
 (۲) همواره نادرست است.
 (۳) گاهی درست و گاهی نادرست است.
 (۴) اگر p درست باشد، درست است.

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۴ - ۲۴- ارزش گزاره $p \vee (p \Rightarrow q)$:

- (۱) همواره درست است.
 (۲) همواره نادرست است.
 (۳) گاهی درست و گاهی نادرست
 (۴) بستگی به درستی q دارد.

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۵ - ۲۵- گزاره $(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$ هم ارز است با:

- (۱) $\sim p$
 (۲) p
 (۳) q
 (۴) $\sim q$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۶ - ۲۶- گزاره $(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$ هم ارز است با:

- (۱) q
 (۲) $\sim q$
 (۳) p
 (۴) $\sim p$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۷ - ۲۷- گزاره $\sim p \vee (\sim p \wedge q)$ هم ارز است با:

- (۱) p
 (۲) q
 (۳) $\sim p$
 (۴) $\sim q$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۸- گزاره $(p \Rightarrow q) \vee [(p \Rightarrow q) \wedge r]$ هم ارز است با:

- ۱) $p \Rightarrow q$
 ۲) $p \wedge q$
 ۳) $p \vee q$
 ۴) $p \wedge \sim q$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۹- گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge [(p \Rightarrow q) \vee r]$ هم ارز است با:

- ۱) $p \vee q$
 ۲) $\sim p \vee q$
 ۳) $p \wedge q$
 ۴) $\sim p \wedge q$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۲۰- گزاره $(p \Rightarrow q) \vee p$ هم ارز است با:

- ۱) q
 ۲) p
 ۳) $p \vee q$
 ۴) $p \wedge q$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱- کدام یک از گزاره‌های شرطی زیر، یک استلزام منطقی است؟

- ۱) $\sim q \Rightarrow p$
 ۲) $p \Rightarrow p \vee q$
 ۳) $\sim p \vee p \Rightarrow p$
 ۴) $p \Rightarrow p \wedge q$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۲- کدامیک از گزاره‌های زیر همواره نادرست است؟

- ۱) $p \Rightarrow \sim p \vee q$
 ۲) $p \Leftrightarrow q$
 ۳) $p \vee q \Rightarrow q$
 ۴) $p \wedge \sim (q \Rightarrow p)$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۳- کدام عبارت گزاره «... برای آن که $\tan x = \tan y$ آن است که $x = y$ » را به درستی تکمیل می‌کند؟

- ۱) شرط لازم
 ۲) شرط کافی
 ۳) شرط لازم و کافی
 ۴) هیچکدام

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴- گزاره $p \wedge q$ هم ارز با کدام گزاره ترکیبی است؟

- ۱) $\sim (q \Rightarrow p)$
 ۲) $\sim (\sim p \Rightarrow q)$
 ۳) $\sim (p \Rightarrow \sim q)$
 ۴) $\sim (p \Rightarrow q)$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۵- اگر p یک گزاره درست و q گزاره‌ای دلخواه باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- ۱) $\sim p \Rightarrow q$
 ۲) $p \Rightarrow q$
 ۳) $q \Rightarrow \sim p$
 ۴) $\sim q \Rightarrow \sim p$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۶- ارزش کدام گزاره درست نیست؟

- ۱) $(2+2=4 \vee 2>4)$
 ۲) $(2+2=5 \vee 4>5)$
 ۳) $(1+1=2 \vee 4>2)$
 ۴) $(1+1=3 \vee 4>2)$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۷- اگر گزاره‌های «عدد ۶ مضرب ۲ است» : p و «عدد ۶ مضرب ۳ است» : q مفروض باشند گزاره $\sim p \vee \sim q$ به کدام صورت خوانده می‌شود؟

- ۱) عدد ۶ مضرب ۲ یا ۳ است.
 ۲) عدد ۶ نه مضرب ۳ و نه مضرب ۲ است.
 ۳) عدد ۶ مضرب ۲ است ولی مضرب ۳ نیست.
 ۴) عدد ۶ مضرب ۳ نیست یا مضرب ۲ نیست.

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۸- آخرین ستون جدول ارزش گزاره $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$ به کدام صورت می‌تواند باشد؟

- | | | | |
|---|---|---|---|
| د | د | د | ن |
| د | ن | د | ن |
| ن | د | د | ن |
| ن | د | د | ن |

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۹- ارزش کدام گزاره همواره نادرست است؟

- ۱) $\sim (p \wedge q) \vee (p \vee q)$
 ۲) $(p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)$
 ۳) $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$
 ۴) $(p \vee q) \wedge (p \wedge q)$

۱۰- ۴۰- هم ارز گزاره $\sim p \Rightarrow q$ کدام است؟

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

$$\begin{aligned} (1) \quad q \Rightarrow \sim p \\ (2) \quad \sim q \Rightarrow p \\ (3) \quad p \Rightarrow q \\ (4) \quad p \Rightarrow \sim q \end{aligned}$$

۱۱- ۴۱- برای اثبات «اگر n^2 بر ۳ بخش پذیر باشد، آنگاه n نیز بر ۳ بخش پذیر است» بهتر است کدام گزینه را اثبات کنیم؟

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

- (۱) اگر n بر ۳ بخش پذیر باشد آنگاه n^2 بر ۳ بخش پذیر نیست.
 (۲) اگر n بر ۳ بخش پذیر نباشد آنگاه n^2 بر ۳ بخش پذیر است.
 (۳) اگر n بر ۳ بخش پذیر باشد آنگاه n^2 بر ۳ بخش پذیر است.
 (۴) اگر n بر ۳ بخش پذیر نباشد آنگاه n^2 بر ۳ بخش پذیر نیست.

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۲- ۴۲- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

$$(1) \quad -3 < -2 \Leftrightarrow 2 > 3$$

(۲) اگر عدد ۴ فرد باشد، آن گاه ۴ مربع کامل نیست.

$$(3) \quad 2 \text{ عدد اول نیست اگر و تنها اگر } 2 \text{ مربع کامل است.} \\ (4) \quad \left(\frac{1}{2} \neq \frac{3}{6}\right) \vee (1 \in \{2, 3, 4\})$$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۳- ۴۳- اگر گزاره‌های $p \Rightarrow \sim q$ ، $r \Rightarrow p$ و $q \Rightarrow r$ به ترتیب درست، درست و نادرست باشند، آن گاه:

- (۱) p ، q و r هر سه نادرست هستند.
 (۲) p و q نادرست هستند و r درست است.
 (۳) p ، q و r هر سه درست هستند.
 (۴) p و r نادرست هستند و q درست است.

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۴- ۴۴- نقیض گزاره $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad p \vee q \Rightarrow r \\ (2) \quad p \wedge q \Rightarrow r \\ (3) \quad p \Rightarrow q \wedge r \\ (4) \quad p \Rightarrow q \vee r \end{aligned}$$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۵- ۴۵- اگر p درست و q نادرست باشد ارزش گزاره $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ کدام است؟

- (۱) درست
 (۲) نادرست
 (۳) با ارزش $p \wedge q$ برابر است.
 (۴) با ارزش $p \Rightarrow r$ برابر است.

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۶- ۴۶- در جدول مقابل به جای گزاره p کدام گزینه را می‌توان قرار داد؟

p	q	$p \Rightarrow q$
		د

(۱) عدد ۶۴ را نمی‌توان به صورت جمع سه عدد متوالی نوشت.

$$(2) \quad \text{اگر } 2 \times 2 = 4 \text{ آنگاه } 2 + 2 = 4. \\ (3) \quad \text{عکس نقیض هر گزاره شرطی همواره درست است.} \\ (4) \quad \left(\frac{1}{2} = \frac{4}{8}\right) \vee 2^3 = 8$$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۷- ۴۷- هر گاه $\sim p \wedge \sim q$ درست باشد آنگاه:

- (۱) p نادرست و q درست است.
 (۲) p درست و q نادرست است.
 (۳) p و q هر دو درست‌اند.
 (۴) p نادرست و q نادرست است.

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۸- ۴۸- نقیض گزاره «اگر a زوج باشد، $a+1$ فرد خواهد بود» کدام است؟

- (۱) نه a زوج است و نه $a+1$ فرد است.
 (۲) a زوج است ولی $a+1$ فرد است.
 (۳) a زوج است ولی $a+1$ فرد نیست.
 (۴) a زوج نیست ولی $a+1$ فرد است.

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱۹- ۴۹- اگر گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $\sim p \Rightarrow q$ هر دو درست باشند کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad p \\ (2) \quad \sim p \\ (3) \quad q \\ (4) \quad \sim q \end{aligned}$$

(مرتبط با صفحه‌های ۶ تا ۱۳ کتاب درسی)

۲۰- ۵۰- نقیض گزاره $p \Rightarrow q$ کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad \sim p \wedge q \\ (2) \quad p \wedge \sim q \\ (3) \quad \sim p \Rightarrow q \\ (4) \quad p \Rightarrow \sim q \end{aligned}$$



آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی

آشنایی با منطق ریاضی: سورها و نقیض آنها

سورها و نقیض آنها

سور در لغت به معنای حصار و دیوار است که باعث محدودیت یک منطقه می‌شود. هرگاه در ریاضیات بخواهیم برای متغیرها محدودیت ایجاد کنیم از سورها استفاده می‌کنیم که به سه دسته تقسیم می‌شوند.

۱) **سور عمومی:** اگر بخواهیم خاصیتی را به همه اعضای یک مجموعه نسبت دهیم و یا برای یک گزاره‌نما نشان دهیم که متغیر، همه مقادیر دامنه می‌تواند باشد از سور عمومی استفاده می‌کنیم و آن را با نماد \forall نمایش می‌دهیم و می‌خوانیم «به ازای هر» عضو از دامنه گزاره‌نمای $p(x)$ برقرار است و می‌نویسیم: $(\forall x; p(x))$

■ **مثال ۱:** به ازای هر عدد حقیقی مانند x داریم: $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \geq 0 \equiv x^2 \geq 0$

به ازای هر عدد صحیح مانند x داریم: $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 + 1 \neq 0 \equiv x^2 + 1 \neq 0$

۲) **سور وجودی:** اگر بخواهیم خاصیتی را به بعضی از اعضای یک مجموعه نسبت دهیم و یا برای یک گزاره‌نما نشان دهیم که متغیر بعضی از مقادیر دامنه را می‌تواند بپذیرد از سور وجودی استفاده می‌کنیم و آن را با نماد \exists نمایش می‌دهیم و می‌خوانیم «وجود دارد» و یا «به ازای بعضی از مقادیر» از دامنه، گزاره‌نمای $p(x)$ برقرار است و می‌نویسیم: $(\exists x; p(x))$

■ **مثال ۲:** به ازای بعضی از اعداد حقیقی معادله روبه‌رو برابر صفر است. $x^2 - 2x + 1 = 0$

$\exists x \in \mathbb{R}; x^2 - 2x + 1 = 0$

۳) **سور صفر:** اگر بخواهیم خاصیتی را از همه اعضای مجموعه سلب کنیم و یا برای یک گزاره‌نما نشان دهیم که هیچ متغیری به ازای مقادیر دامنه در گزاره‌نما صدق نمی‌کند از سور صفر استفاده می‌کنیم. آن را با نماد \nexists نمایش می‌دهیم و می‌خوانیم «وجود ندارد» یا «به ازای هیچ مقدار» از دامنه، گزاره‌نمای $p(x)$ برقرار است و می‌نویسیم: $(\nexists x; p(x))$

تکته

عبارتهایی که با سورها بیان می‌شوند همگی گزاره هستند که یا ارزش درست و یا ارزش نادرست دارند.

تکته

گزاره‌هایی که با سور عمومی بیان می‌شوند هیچ مثال نقضی ندارند.

تکته

گزاره‌هایی که با سور وجودی بیان می‌شوند وقتی درست هستند که مجموعه جواب آنها مخالف تهی باشد.

نقیض سورها

۱) $\sim (\forall x; p(x)) \equiv \exists x; \sim p(x)$

۲) $\sim (\exists x; p(x)) \equiv \forall x; \sim p(x) \equiv \nexists x; p(x)$

■ **مثال ۳:** نقیض هر یک از سورهای زیر نوشته شده است:

$\sim (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \geq 0) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; x^2 < 0$

$\sim (\exists x \in \mathbb{R}; x + 1 = 10) \equiv \forall x \in \mathbb{R}; x + 1 \neq 10 \equiv \nexists x \in \mathbb{R}; x + 1 = 10$

$\sim (\forall x \in \mathbb{R}; \exists y \in \mathbb{R}; x + y = 1) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; \forall y \in \mathbb{R}; x + y \neq 1$



سورها و نقیض آنها

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

۱-۵۱ چه سوری قرار دهیم تا گزاره‌نمای $\sin x \times \cot x = \cos x$ همواره درست باشد؟

۱) $\forall x \in \mathbb{R}$

۱) $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$

۴) $\forall x \neq 0$

۳) $\forall x \in \mathbb{R} - \{x \mid x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

۲-۵۲ چه سوری قرار دهیم تا گزاره‌نمای $x^2 - 5x + 6 \leq 0$ همواره گزاره‌درستی باشد؟

۲) $\exists x \in \mathbb{R}$

۱) $\nexists x \in \mathbb{R}$

۴) $\forall x \in \mathbb{R} - \{2, 3\}$

۳) $\forall x \in \mathbb{R}$

۳ -۵۳ کدام گزینه درست است؟ (P، مجموعه اعداد اول است).

$$\begin{aligned} \forall n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \in P & \quad (2) & \exists n \in \mathbb{N}; (2^n - 1) \notin P & \quad (1) \\ \exists n \in \mathbb{N}; 2^n \leq n^2 & \quad (4) & \forall n \in \mathbb{N}; 2^n < n! & \quad (3) \end{aligned}$$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

۴ -۵۴ کدام گزینه نادرست است؟

$$\begin{aligned} \forall n \in \mathbb{N}; n^2 - n = 2k & \quad (2) & \forall x \in \mathbb{R}; x^2 \geq 0 & \quad (1) \\ \forall x \in \mathbb{R}; x + \frac{1}{x} \leq 2 & \quad (4) & \forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 2x + 5 > 0 & \quad (3) \end{aligned}$$

۵ -۵۵ کدام گزینه نشان دهنده سور «برخی از اعداد اول و زوج هستند.» است؟ (P مجموعه اعداد اول O مجموعه اعداد فرد و E مجموعه اعداد زوج است).

$$\begin{aligned} \exists x \in \mathbb{N}; x \in P \wedge x \in O & \quad (2) & \forall x \in \mathbb{N}; x \in P \wedge x \in E & \quad (1) \\ \forall x \in \mathbb{N}; x \in P \vee x \in E & \quad (4) & \exists x \in \mathbb{N}; x \in P \wedge x \in E & \quad (3) \end{aligned}$$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

۶ -۵۶ کدام گزینه نادرست است؟

$$\begin{aligned} \exists x, y \in \mathbb{R}; (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 4 & \quad (2) & \forall x, y \in \mathbb{R}; (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 4 & \quad (1) \\ \forall x, y \in \mathbb{R}; x^2 + y^2 \geq 0 & \quad (4) & \exists x, y \in \mathbb{R}; (x-2)^2 + (y-2)^2 = 0 & \quad (3) \end{aligned}$$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

۷ -۵۷ گزاره « $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 < x$ » به زبان فارسی برابر کدام گزینه است؟

- (۱) وجود دارد عدد حقیقی که اگر به توان ۲ برسد برابر خود است.
 (۲) مربع هر عدد حقیقی از خودش کوچک‌تر است.
 (۳) هر عدد حقیقی از خودش کوچک‌تر است.
 (۴) مربع برخی اعداد حقیقی از خودش کوچک‌تر است.

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

۸ -۵۸ نقیض گزاره « $\forall x \in \mathbb{N}; x^2 \geq x$ » کدام است؟

$$\begin{aligned} \exists x \in \mathbb{N}; x^2 \geq 0 & \quad (2) & \exists x \in \mathbb{N}; x^2 \leq x & \quad (1) \\ \exists x \in \mathbb{N}; x^2 < x & \quad (4) & \nexists x \in \mathbb{N}; x^2 \leq x & \quad (3) \end{aligned}$$

(مرتبط با صفحه ۱۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۵)

۹ -۵۹ نقیض کدام یک از گزاره‌های زیر به درستی بیان نشده است؟

- (۱) گزاره: «هر مربع، یک لوزی است.» - نقیض گزاره: «مربعی وجود دارد که لوزی نیست.»
 (۲) گزاره: «مستطیلی وجود دارد که مربع نیست.» - نقیض گزاره: «هر مستطیل، یک مربع است.»
 (۳) گزاره: «مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب 360° است.» - نقیض گزاره: «چهارضلعی محدبی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن بیش‌تر از 360° است.»
 (۴) گزاره: «مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است.» - نقیض گزاره: «مثلثی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن 180° نیست.»

(مرتبط با صفحه ۱۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۵)

۱۰ -۶۰ نقیض گزاره «هیچ مثلثی بیش از یک زاویه قائمه ندارد.» کدام است؟

- (۱) هر مثلثی بیش از یک زاویه قائمه دارد.
 (۲) هر مثلثی بیش از یک زاویه قائمه ندارد.
 (۳) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه قائمه ندارد.
 (۴) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه قائمه دارد.

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

۱۱ -۶۱ نقیض گزاره « $\nexists x \in \mathbb{R}; |x+y| \leq |x| + |y|$ » کدام است؟

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathbb{R}; |x+y| > |x| + |y| & \quad (2) & \exists x \in \mathbb{R}; |x+y| \leq |x| + |y| & \quad (1) \\ \forall x \in \mathbb{R}; |x+y| \leq |x| + |y| & \quad (4) & \forall x \in \mathbb{R}; |x+y| \geq |x| + |y| & \quad (3) \end{aligned}$$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

۱۲ -۶۲ نقیض گزاره « $\forall x \in \mathbb{R}; x > 0 \Rightarrow x^2 > 0$ » کدام است؟

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathbb{Z}; x \leq 0 \Rightarrow x^2 > 0 & \quad (2) & \forall x \in \mathbb{Z}; x^2 > 0 \Rightarrow x > 0 & \quad (1) \\ \exists x \in \mathbb{R}; (x \leq 0) \wedge (x^2 > 0) & \quad (4) & \exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \wedge (x^2 \leq 0) & \quad (3) \end{aligned}$$

۱۳-۶۳- نقیض گزاره $\forall x \in \mathbb{R}; (x^2 > 0) \vee (x \leq 0)$ کدام است؟

(۱) $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0 \vee x > 0$

(۳) $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 > 0, x > 0$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

(۲) $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0 \wedge x > 0$

(۴) $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0 \wedge x \leq 0$

۱۴-۶۴- ارزش کدام سور درست است؟

(۱) $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \geq x$

(۳) $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

(۲) $\forall x \in \mathbb{R}; \cos x \times \tan x = \sin x$

(۴) $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 2 \neq 0$

۱۵-۶۵- کدام گزینه درست است؟

(۱) $\sim (\exists x; P(x)) \equiv \exists x; \sim P(x)$

(۳) $\sim (\forall x; P(x)) \equiv \exists x; \sim P(x)$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

(۲) $\sim (\forall x; P(x)) \equiv \exists x; P(x)$

(۴) $\sim (\exists x; P(x)) \equiv \forall x; P(x)$

۱۶-۶۶- نقیض گزاره $\exists x \in \mathbb{Z}; \left(\frac{x+1}{x-1} = 0\right) \wedge (x \neq 1)$ به کدام صورت است؟

(۱) $\forall x \in \mathbb{Z}; \left(\frac{x+1}{x-1} = 0\right) \wedge (x = 1)$

(۳) $\exists x \in \mathbb{Z}; \left(\frac{x+1}{x-1} \neq 0\right) \vee (x = 1)$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

(۲) $\forall x \in \mathbb{Z}; \left(\frac{x+1}{x-1} \neq 0\right) \vee (x = 1)$

(۴) $\exists x \in \mathbb{Z}; \left(\frac{x+1}{x-1} \neq 0\right) \wedge (x = \pm 1)$

۱۷-۶۷- نقیض گزاره «هیچ کدام از اعداد گویا، گنگ نیستند.» با نماد ریاضی به کدام صورت است؟

(۱) $\exists x; x \in \mathbb{Q} \Rightarrow x \notin \mathbb{Q}'$

(۳) $\forall x; x \in \mathbb{Q} \Rightarrow x \notin \mathbb{Q}'$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

(۲) $\exists x; x \in \mathbb{Q} \wedge x \in \mathbb{Q}'$

(۴) $\forall x; x \notin \mathbb{Q} \Rightarrow x \in \mathbb{Q}'$

۱۸-۶۸- ارزش گزاره $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \geq x$ می‌باشد و نقیض آن به صورت ... است.

(۱) نادرست، $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq x$

(۳) نادرست، $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 < x$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۷ آذر ۹۶)

(۲) درست، $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 < x$

(۴) درست، $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq x$

۱۹-۶۹- نقیض گزاره $\forall x; p(x) \wedge \exists x; q(x)$ کدام است؟

(۱) $(\exists x; \sim p(x)) \vee (\forall x; \sim q(x))$

(۳) $(\forall x; p(x)) \wedge (\exists x; q(x))$

(مرتبط با مثال صفحه ۱۶ کتاب درسی)

(۲) $(\forall x; \sim p(x)) \wedge (\exists x; \sim q(x))$

(۴) $(\forall x; \sim p(x)) \vee (\exists x; \sim q(x))$

۲۰-۷۰- کدام گزینه، گزاره $\forall x \in P - \{2, 3\}; \exists k \in \mathbb{N}; (x = 6k + 1) \vee (x = 6k - 1)$ را بیان می‌کند؟ (P مجموعه اعداد اول و k عددی طبیعی است.)

(۱) هر عدد اول بزرگتر از ۳ به صورت $6k + 1$ یا $6k - 1$ است.

(۲) اگر عددی به صورت $6k + 1$ یا $6k - 1$ باشد عددی اول غیر از ۲ و ۳ است.

(۳) مقداری مانند k در مجموعه اعداد طبیعی وجود دارد، طوری که $6k + 1$ یا $6k - 1$ ، عدد اول و بزرگتر از ۳ باشد.

(۴) اگر عددی عضو مجموعه اعداد اول غیر از ۲ و ۳ باشد، آن‌گاه قطعاً ۶ برابریش به علاوه یا منهای یک، عدد اول است.

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۱۹ آبان ۹۶)

مجموعه - زیر مجموعه: تعریف مجموعه و تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه

تعریف مجموعه و تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه

تعریف مجموعه: بیان و نمایش دسته‌ای از اشیای مشخص (عضویت این اشیاء در مجموعه کاملاً معین باشد) و متمایز را مجموعه می‌گویند.
به طور مثال:

$$A = \{۲, ۳, ۵, ۷\} \quad B = \{a, b, c, d\} \quad C = \{\alpha, \beta, \chi, \theta\} \quad D = \{1, ۲, ۳, \dots\}$$

توجه

در مجموعه‌ها تکرار و جایجایی وجود ندارد. یعنی:
 $\{a, b\} = \{b, a\}$
 $\{a, a\} = \{a\}$

عضویت در مجموعه: به هر یک از عناصر یک مجموعه عضو آن مجموعه گفته می‌شود و اگر a عضوی از مجموعه A باشد در این صورت به شکل $a \in A$ نمایش داده می‌شود و اگر عضوی به مجموعه A تعلق نداشته باشد، با علامت \notin نمایش می‌دهند.
به طور مثال اگر $A = \{1, \{1\}, ۲\}$ مفروض باشد می‌توان نوشت:

$$1 \in A, \{1\} \in A, \{\{1\}\} \notin A, \{1, ۲\} \notin A, ۲ \in A$$

مجموعه تهی: مجموعه‌ای را که هیچ عضوی نداشته باشد مجموعه تهی گویند و آن را با نماد \emptyset یا $\{\}$ نمایش می‌دهند.

زیر مجموعه

تعریف: مجموعه A را زیرمجموعه B می‌نامند، اگر هر عضو که در مجموعه A انتخاب کنیم در مجموعه B نیز قرار داشته باشد و آن را با نماد $A \subseteq B$ نمایش می‌دهند؛ به عبارت دیگر:

$$(\forall x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow A \subseteq B$$

و اگر عضوی در مجموعه A پیدا شد که در مجموعه B قرار نداشته باشد، A زیر مجموعه B نیست و آن را با نماد $A \not\subseteq B$ نشان می‌دهند.

$$\text{پس } \{a, b\} \subseteq \{a, b, c, d\} \text{ ولی } \{a, e\} \not\subseteq \{a, b, c, d\}$$

تکته

(۱) تهی زیرمجموعه تمام مجموعه‌ها است: $\emptyset \subseteq A$

(۲) هر مجموعه‌ای زیرمجموعه خودش است: $A \subseteq A$

(۳) اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ آنگاه $A \subseteq C$

(۴) دو مجموعه A و B با یکدیگر برابرند اگر و فقط اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$. $(A = B \Leftrightarrow A \subseteq B, B \subseteq A)$

(۵) اگر مجموعه‌ای n عضو داشته باشد تعداد زیر مجموعه‌های آن برابر ۲^n است.

(۶) تعداد زیر مجموعه‌های k عضوی یک مجموعه n عضوی برابر $\binom{n}{k}$ است.

(۷) تعداد زیر مجموعه‌های k عضوی یک مجموعه n عضوی که شامل عضو به خصوصی می‌باشد برابر $\binom{n-1}{k-1}$ است.

(۸) تعداد زیر مجموعه‌های k عضوی یک مجموعه n عضوی که فاقد عضو به خصوصی است برابر $\binom{n-1}{k}$ است.

(۹) تعداد زیر مجموعه‌های k عضوی یک مجموعه n عضوی که شامل عضو x و فاقد عضو y است برابر $\binom{n-1-1}{k-1}$ است.



تعریف مجموعه و تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه

- ۱ - ۷۱- مجموعه $A = \{1, \{1\}, \{\phi, 1\}, \{\phi, 1, \{\}\}, \{\{1\}\}$ چند عضو دارد؟
 ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۲ (مرتبط با صفحه ۱۹ کتاب درسی)
- ۲ - ۷۲- در مجموعه $A = \{\{a\}, \{\{a\}\}$ کدام گزینه نادرست است؟
 ۱) $\{a\} \in A$ ۲) $\{\{a\}\} \in A$
 ۳) $\{a\} \subseteq A$ ۴) $\{\{\{a\}\}\} \notin A$ (مرتبط با صفحه ۱۹ کتاب درسی)
- ۳ - ۷۳- اگر $A = \{a\}$ ، $B = \{a, \{a\}\}$ و $C = \{\{a\}, \{a, \{a\}\}$ باشند، کدام رابطه نادرست است؟
 ۱) $A \in B$ ۲) $B \in C$ ۳) $\{\{a\}\} \notin B$ ۴) $\{\{a, \{a\}\}\} \in C$ (مرتبط با صفحه ۱۹ کتاب درسی)
- ۴ - ۷۴- اگر $A = \{2\}$ ، $B = \{3, 5, \{2\}\}$ و $C = \{\{\{2\}, 3, 5, 2\}\}$ باشند، کدام گزینه نادرست است؟
 ۱) $A \in B$ ۲) $A \in C$ ۳) $B \in C$ ۴) $A \subseteq C$ (مرتبط با صفحه ۱۹ کتاب درسی) (آزمون کانون - ۹۵)
- ۵ - ۷۵- اگر $A = \{\{\{\}, \{\{\}\}, \{\{\{\}\}, \{\{\{\}\}\}\}$ مفروض باشد، کدام گزینه درست است؟
 ۱) $\forall x \in A \Rightarrow x \subseteq A$ ۲) $\forall x \subseteq A \Rightarrow x \in A$
 ۳) $y \in x$ یا $x \in y \forall x, y \in A$ ۴) گزینه‌های ۱ و ۳ (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی) (آزمون سراسری - ۹۱)
- ۶ - ۷۶- چند زیر مجموعه از مجموعه $\{a, b, \{a, b\}, \{b, a\}, \{a, b, \{a, b\}\}$ عضو $\{a, b\}$ را ندارند؟
 ۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۱۲ (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی) (آزمون سراسری - ۹۱)
- ۷ - ۷۷- اگر $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$ و $B = \{a, b\}$ ، مجموعه $A - \{B\}$ چند زیر مجموعه غیر تهی دارد؟
 ۱) ۳ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۱۵ (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی) (آزمون سراسری - ۸۹)
- ۸ - ۷۸- اگر $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}\}$ باشد، مجموعه $A - \{A\}$ چند زیر مجموعه غیر تهی دارد؟
 ۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۱۵ (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی) (سراسری خارج از کشور - ۸۹)
- ۹ - ۷۹- مجموعه A ، ۵ عضو بیشتر از مجموعه A' دارد. خارج قسمت یا تفاضل تعداد زیرمجموعه‌های این دو مجموعه کدام است؟
 ۱) خارج قسمت ۲۵ ۲) خارج قسمت ۳۲
 ۳) تفاضل ۲۵ ۴) تفاضل ۳۲ (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی) (سراسری خارج از کشور - ۸۹)
- ۱۰ - ۸۰- مجموعه $\{a, b, \{a\}, \{b\}\}$ دارای چند زیرمجموعه شامل عضو a می‌باشد؟
 ۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲ (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی) (آزمون سراسری - ۸۲)
- ۱۱ - ۸۱- اگر دو عضو از اعضای مجموعه A را حذف کنیم تعداد زیرمجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد کم می‌شود. A چند عضو دارد؟
 ۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲ (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)
- ۱۲ - ۸۲- مجموعه A دارای n عضو است. اگر دو عضو متمایز به A اضافه کنیم، تعداد ۹۶ زیرمجموعه به تعداد زیرمجموعه‌های A اضافه می‌شود. n کدام است؟
 ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷ (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)
- ۱۳ - ۸۳- تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی از مجموعه $\{a, b, c, d, e, f\}$ که شامل عضو a باشد، کدام است؟
 ۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵ (مرتبط با صفحه ۲۰ کتاب درسی)
- ۱۴ - ۸۴- تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی یک مجموعه n عضوی برابر تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی آن است. این مجموعه چند زیرمجموعه ۵ عضوی دارد؟
 ۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۱ ۴) ۲۸ (مرتبط با صفحه ۲۰ کتاب درسی)
- ۱۵ - ۸۵- اگر A مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی باشد، چند زیرمجموعه ۵ عضوی می‌توان برای آن نوشت به طوری که شامل ۲ و ۱ باشند ولی شامل ۳ و ۴ نباشند؟
 ۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱ (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)