

فصل اول

مجموعه، الگو و دنباله

(۲۵ پیمانه)



مجموعه‌های اعداد و بازه‌ها	۱	مجموعه‌های متناهی و نامتناهی	۳ پیمانه	۳۰ تست	۱
مجموعه‌های متناهی و نامتناهی	۲				
مجموعه‌ی مرجع و متمم یک مجموعه	۱	متمم یک مجموعه	۶ پیمانه	۶۰ تست	۲
تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه	۲				
الگو و انواع آن (خطی و غیر خطی)	۱	الگو و دنباله	۵ پیمانه	۵۰ تست	۳
دنباله‌ها	۲				
		دنباله‌ی حسابی	۴ پیمانه	۴۰ تست	۴
		دنباله‌ی هندسی	۴ پیمانه	۴۰ تست	۵
		سؤال‌های ویژه‌ی برترها	۱ پیمانه	۱۰ تست	
		آزمون جمع‌بندی پایان فصل	۲ پیمانه	۲۰ تست	

با درخت دانش، گام به گام پیشرفت خود را ارزیابی کنید.

گام اول: میزان تسلط خود را با رنگ مشخص کنید.
آبی: مسلطم.
سبز: نسبتاً مسلطم.
زرد: مسلط نیستم.
گام‌های بعدی: اگر در گام اول دانش خود را در حد رنگ زرد ارزیابی کردید اما در نوبت‌های بعدی پیشرفت کردید، می‌توانید خانه‌های سبز یا آبی را رنگ کنید. هرگاه به رنگ‌ها نگاه کنید متوجه می‌شوید در کدام قسمت‌ها نیاز به تمرین بیشتر دارید.

مجموعه، الگو و دنباله

۲۵۰ سؤال شناسنامه‌دار

۹۹ سؤال از آزمون‌های کانون

۸۲ سؤال تألیفی و طراحی شده از کتاب درسی

۶۹ سؤال از کنکورهای سراسری

در درسنامه می‌بینید

۵۸ سؤال

۳۳ تست طراحی شده با نگاه به رویکرد کنکورهای جدید

۲۵ مثال برای ادراک و تثبیت

مجموعه‌های منتهای و نامتناهی

مجموعه‌های اعداد و بازه‌ها

فصل اول	ریاضی ۱
صفحه‌های: ۲ تا ۷	دهم

مجموعه‌های اعداد ◀ به مجموعه‌های زیر توجه کنید:

مثال: $\frac{1}{2}, \frac{-3}{2}, 3/14, 0/3$

مثال: $\sqrt{3}, \sqrt[3]{2}, \pi, \frac{5}{\pi}, 0/101001000100010001...$

$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$: مجموعه‌ی اعداد طبیعی
 $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$: مجموعه‌ی اعداد حسابی
 $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$: مجموعه‌ی اعداد صحیح
 $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$: مجموعه‌ی اعداد گویا
 Q' : مجموعه‌ی اعداد حقیقی که گویا نیستند، این اعداد را نمی‌توان به صورت نسبت دو عدد صحیح نمایش داد.



$R = Q \cup Q'$: مجموعه‌ی اعداد حقیقی

مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد را با $O = \{2k-1 \mid k \in N\}$ و مجموعه‌ی اعداد طبیعی زوج را با $E = \{2k \mid k \in N\}$ نمایش می‌دهیم؛ همچنین مجموعه‌ی اعداد حسابی را به صورت $W = \{k-1 \mid k \in N\}$ می‌توانیم نمایش دهیم.

تذکر ▶ با توجه به تعاریف اجتماع، اشتراک و تفاضل دو مجموعه، روابط زیر در مجموعه‌ی اعداد برقرار است:

- در حضور زیرمجموعه: $Q' \subseteq R$ و $N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$
- در حضور اشتراک: $Q \cap R = Q$ و $N \cap W = N$ و $N \cap Z = N$
- در حضور اجتماع: $Q \cup Q' = R$ و $N \cup W = W$ و $N \cup Z = Z$
- در حضور تفاضل: $R - Q = Q'$ و $N - W = \emptyset$ و $W - N = \{0\}$

به مفهوم تفاضل در مجموعه‌های اعداد توجه کنید، به‌عنوان مثال $Z - W$ ، یعنی اعداد صحیح غیرحسابی یا $Q - N$ به معنی اعداد گویای غیرطبیعی هستند.

بازه و اعمال بر روی آن ◀ برای نشان‌دادن کلیه‌ی اعداد حقیقی بین دو عدد یا کلیه‌ی اعداد حقیقی بیشتر یا کمتر از یک عدد، از بازه یا فاصله استفاده می‌کنیم. این بازه‌ها را در جدول زیر خلاصه کرده‌ایم. اگر a و b دو عدد حقیقی دلخواه و $a < b$ ، آنگاه:

بازه‌های محدود				بازه‌های نامحدود			
نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی	نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
باز	(a, b)	$\{x \in R \mid a < x < b\}$		باز	$(a, +\infty)$	$\{x \in R \mid x > a\}$	
بسته	$[a, b]$	$\{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$		نیم‌باز	$[a, +\infty)$	$\{x \in R \mid x \geq a\}$	
نیم‌باز	$[a, b)$	$\{x \in R \mid a \leq x < b\}$		باز	$(-\infty, a)$	$\{x \in R \mid x < a\}$	
نیم‌باز	$(a, b]$	$\{x \in R \mid a < x \leq b\}$		نیم‌باز	$(-\infty, a]$	$\{x \in R \mid x \leq a\}$	

تذکر ▶ توجه کنید، وقتی پراکنش می‌گذاریم، یعنی خود آن عدد جزء بازه نیست و در نمایش هندسی نقطه توخالی است، به همین ترتیب وقتی گروه می‌گذاریم، یعنی خود عدد را قبول می‌کنیم و در نمایش هندسی، نقطه توپر است. همچنین اگر $+\infty$ و $-\infty$ در هر طرف بازه باشند، بازه در آن طرف باز است. با توجه به تعریف خواهیم داشت:

۱ برای بازه‌ی (a, b) ، طول بازه برابر $b - a$ و نقطه‌ی میانی آن $\frac{a+b}{2}$ است و همواره در آن $a < b$ است.

۲ در بررسی بازه بودن یک مجموعه، شرط لازم (اولیه) آن است که مجموعه به شکل $\{x \in R \mid \dots\}$ باشد، در غیر این صورت مجموعه‌ی داده شده یک بازه نخواهد بود.

اعمال بر روی بازه‌ها: در محاسبات اجتماع، اشتراک و تفاضل دو یا چند بازه، به طور معمول از نمایش هندسی استفاده کرده و به روش زیر عمل می‌کنیم:

گام اول: ابتدا نمایش هندسی هریک از بازه‌ها را رسم می‌کنیم.

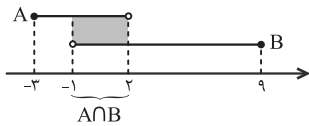
گام دوم: با توجه به تعریف اشتراک دو مجموعه قسمتی را بگیرد که **روی هم می‌افتند** و برای اجتماع قسمتی را بگیرد که **حداقل یک خط داشته باشد**. برای

تفاضل قسمتی را که **نمی‌خواهید حذف کنید**. به شکل‌های زیر توجه کنید:

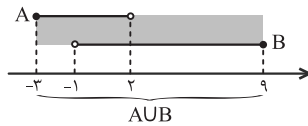


مثال: اگر $A = [-3, 2)$ و $B = (-1, 9]$ ، آنگاه مجموعه‌های $A \cap B$ ، $A \cup B$ و $A - B$ را به دست آورید.

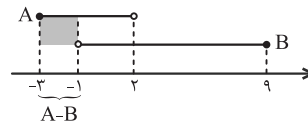
حل:



$A \cap B = (-1, 2)$



$A \cup B = [-3, 9]$

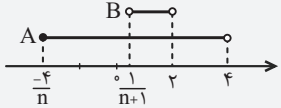


$A - B = [-3, -1]$

نست) اگر n عددی طبیعی باشد، اشتراک دو مجموعه‌ی $A = [-\frac{4}{n}, 4)$ و $B = (\frac{1}{n+1}, 2)$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح چند عضو دارد؟

- یک (۱)
- پنج (۲)
- هیچ (۳)
- بی‌شمار (۴)

پاسخ) گزینه‌ی «۱» اگر n عددی طبیعی باشد، $-\frac{4}{n}$ عددی منفی و $\frac{1}{n+1}$ عددی مثبت خواهد بود، بنابراین نمایش هندسی دو بازه به صورت زیر است:



بنابراین اشتراک دو بازه برابر $A \cap B = (\frac{1}{n+1}, 2)$ است. از طرفی $\frac{1}{n+1}$ همواره مثبت و کوچکتر یا مساوی $\frac{1}{2}$ است، زیرا:

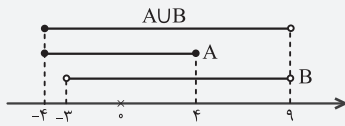
$$n \in \mathbb{N} \Rightarrow n \geq 1 \Rightarrow n+1 \geq 2 \Rightarrow 0 < \frac{1}{n+1} \leq \frac{1}{2}$$

بنابراین در بازه‌ی $(\frac{1}{n+1}, 2)$ فقط عدد صحیح یک وجود دارد.

نست) اگر مجموعه‌های A و B به ترتیب برابر $[m, 4]$ و $(-3, n)$ و اجتماع آنها بازه‌ی $[-4, 9]$ باشد، آنگاه طول بازه‌ی اشتراک آنها کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۷ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

پاسخ) گزینه‌ی «۲» به شکل روبه‌رو توجه کنید. با توجه به اینکه اجتماع دو مجموعه بازه‌ی $[-4, 9]$ است، پس m ابتدای بازه و n انتهای بازه است و داریم:



$n = 9, m = -4$

$(-3, n) \cup [m, 4] = [-4, 9]$
 انتهای بازه
 ابتدای بازه

بنابراین $A = [-4, 4]$ و $B = (-3, 9)$ ، بنابراین اشتراک آنها $A \cap B = (-3, 4]$ و طول بازه $4 - (-3) = 7$ است.

تذکره) وقتی بازه‌ها با هم اشتراکی ندارند، آنها را می‌توانیم به صورت اجتماع دو یا چند بازه بنویسیم؛ به برابری‌های زیر توجه کنید:

نمایش مجموعه‌ای	نمایش بازه‌ای	نمایش هندسی
$\{x \mid x \neq a\}$	$(-\infty, a) \cup (a, +\infty) = \mathbb{R} - \{a\}$	
$\{x \mid x \leq a \text{ یا } x > b\}$	$(-\infty, a] \cup (b, +\infty) = \mathbb{R} - (a, b]$	
$\{x \mid x \leq a \text{ یا } x \geq b\}$	$(-\infty, a] \cup [b, +\infty) = \mathbb{R} - (a, b)$	
$\{x \mid x < a \text{ یا } x > b\}$	$(-\infty, a) \cup (b, +\infty) = \mathbb{R} - [a, b]$	
$\{x \mid x < a \text{ یا } x \geq b\}$	$(-\infty, a) \cup [b, +\infty) = \mathbb{R} - [a, b)$	

نست) اگر $A = \{x \in \mathbb{R} : x > 5\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 7\}$ ، آنگاه اجتماع دو مجموعه‌ی $B - C$ و $C - B$ برابر مجموعه‌ی $\mathbb{R} - A$ گردیده است. کدام است A ؟

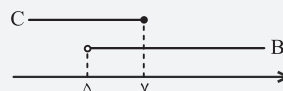
- $[5, 7]$ (۱)
- $[5, 7)$ (۲)
- $(5, 7)$ (۳)
- $(5, 7]$ (۴)

$B = (5, +\infty)$ و $C = (-\infty, 7]$

پاسخ) گزینه‌ی «۴»

با توجه به شکل $B - C = (7, +\infty)$ و $C - B = (-\infty, 5]$

$\Rightarrow (B - C) \cup (C - B) = (-\infty, 5] \cup (7, +\infty) = \mathbb{R} - (5, 7] \Rightarrow A = (5, 7]$



۲ مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

مجموعه‌های متناهی و نامتناهی ◀ از سال نهم به یاد دارید که تعداد اعضای یک مجموعه مانند A را با $n(A)$ نمایش می‌دهیم. در مجموعه‌ی $n(A) = 4$ ، $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ، در مجموعه‌ی $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x < 6\}$ ، که برابر مجموعه‌ی تهی است، $n(B) = 0$ است. هر دوی این مجموعه‌ها تعداد اعضایشان قابل شمارش‌اند. به این نوع مجموعه‌ها که تعداد اعضایشان را می‌شود شمرد، مجموعه‌ی متناهی گوئیم؛ اما مجموعه‌ی اعداد طبیعی، تعداد اعضایش قابل شمارش نیست و آن را مجموعه‌ای نامتناهی می‌نامیم.

مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آنها یک عدد حسابی باشد را مجموعه‌های متناهی می‌نامیم. اگر تعداد اعضای یک مجموعه را نتوان با یک عدد بیان کرد، مجموعه را نامتناهی می‌نامیم. در مجموعه‌های نامتناهی تعداد اعضای مجموعه از هر عددی که در نظر بگیریم بزرگتر است.

به مثال‌هایی از مجموعه‌های متناهی و نامتناهی در زیر توجه کنید.

مجموعه‌های زیر نامتناهی‌اند	مجموعه‌های زیر نامتناهی‌اند
(۱) $\{a, b\}$	(۱) مجموعه‌ی اعداد طبیعی
(۲) مجموعه‌ی اعداد طبیعی دو رقمی	(۲) مجموعه‌ی اعداد گویای بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{5}$
(۳) مجموعه‌ی حروف الفبای انگلیسی	(۳) بازه‌ی $(-1, 1)$
(۴) مجموعه‌ی اتم‌های موجود در جو زمین	(۴) مجموعه‌ی اعداد صحیح کوچکتر از -5
(۵) مجموعه‌ی اعداد اول بین 10^5 تا 10^6	(۵) مجموعه‌ی خطوطی که از نقطه‌ی $(0, 1)$ می‌گذرند
(۶) مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد 36	

توجه! در بحث متناهی بودن یک مجموعه، بزرگی آن مجموعه اهمیت ندارد، بلکه نکته‌ی اصلی آن است که اگر وقت به‌اندازه‌ی کافی داشته باشیم، بتوانیم اعضای آن مجموعه را بشماریم. به‌عنوان مثال، مجموعه‌ی موش‌های کره‌ی زمین، یک مجموعه‌ی متناهی است، با اینکه تعداد آنها را نمی‌دانیم، پس ندانستن تعداد اعضای یک مجموعه، دلیلی بر نامتناهی بودن آن مجموعه نیست.

تذکر ◀ به چند قاعده‌ی کلی در متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌ها توجه کنید.

- مجموعه‌های $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{W}, \mathbb{Q}, \mathbb{Q}', \mathbb{R}$ همگی نامتناهی‌اند.
- مجموعه‌ی اعداد اول و مضارب صحیح یک عدد، مجموعه‌های نامتناهی‌اند.
- مجموعه‌ی تهی، مجموعه‌ی متناهی است.
- تمامی بازه‌ها، مجموعه‌ای نامتناهی در نظر گرفته می‌شوند.

مثال: متناهی یا نامتناهی بودن هریک از مجموعه‌های زیر را بررسی کنید.

(۱) $(\mathbb{R} - \mathbb{Q}') \cap \mathbb{N}$ (۲) $\mathbb{W} \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{N})$ (۳) $\mathbb{N} \cap (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$

حل: (۱) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}$ و اشتراک اعداد گویا با اعداد طبیعی، برابر \mathbb{N} است، پس $(\mathbb{R} - \mathbb{Q}') \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$ که مجموعه‌ای نامتناهی است.

(۲) $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$ ، یعنی از اعداد صحیح، اعداد طبیعی را برداریم، بنابراین $\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\}$ یا اعداد صحیح کوچکتر یا مساوی صفر. اشتراک این مجموعه با اعداد حسابی، مجموعه‌ی $\{0\}$ خواهد بود که مجموعه‌ای متناهی است.

(۳) $\mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ ، یعنی از اعداد گویا، اعداد صحیح را برداریم، مجموعه‌ی حاصل با مجموعه‌ی اعداد طبیعی اشتراکی ندارد، پس $\mathbb{N} \cap (\mathbb{Q} - \mathbb{Z}) = \emptyset$ و مجموعه‌ی تهی متناهی است.

مثال: متناهی یا نامتناهی بودن هریک از مجموعه‌های زیر را بررسی کنید.

(۱) $A = \{\sqrt{x} \mid x \in \mathbb{W}\}$ (۲) $B = \{2n^2 - 3 \mid n \in \mathbb{N}, -1 < \sqrt[3]{n} < 2\}$

حل: (۱) برای تشکیل مجموعه‌ی A ، به جای x در \sqrt{x} اعداد حسابی قرار می‌دهیم و داریم:

$A = \{\sqrt{0}, \sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots\} \Rightarrow A$ نامتناهی است.

(۲) از نامساوی $2 < \sqrt[3]{n} < -1$ ، نتیجه می‌شود $-1 < n < 8$ ، در اعداد طبیعی این نامساوی 7 مقدار می‌پذیرد، بنابراین مجموعه‌ی B متناهی خواهد بود.

۱ زیرمجموعه‌های متناهی یا نامتناهی: در مورد زیر مجموعه‌های یک مجموعه‌ی متناهی (نامتناهی) به دو موضوع زیر توجه کنید:

الف- اگر A یک مجموعه‌ی متناهی باشد، تمامی زیرمجموعه‌های آن متناهی است.

ب- اگر A یک زیرمجموعه‌ی نامتناهی داشته باشد، آنگاه A ، مجموعه‌ای نامتناهی است. به عبارت دیگر:

$A \subseteq B$ متناهی است. $\Rightarrow B$ متناهی است. $B \subseteq A$ نامتناهی است. $\Rightarrow B$ نامتناهی است.

مثال: اگر $B \subseteq \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$ باشد، آنگاه B ، مجموعه‌ای نامتناهی است، زیرا زیرمجموعه‌ی آن مجموعه‌ای نامتناهی است.

مثال: اگر $A \subseteq \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 < x < 10\}$ باشد، آنگاه A ، مجموعه‌ای متناهی است، زیرا مجموعه‌ی A ، زیرمجموعه‌ی یک مجموعه‌ی متناهی است.

۲) **عملیات روی مجموعه‌های متناهی و نامتناهی:** برای تعیین متناهی یا نامتناهی بودن دو مجموعه، وقتی اعمال اشتراک، اجتماع یا تقاضل وارد می‌شوند، جدول زیر کارساز است:

وضعیت	$A \cap B$	$A \cup B$	$A - B$	$B - A$
A متناهی و B متناهی	متناهی	متناهی	متناهی	متناهی
A نامتناهی و B متناهی	متناهی	نامتناهی	نامتناهی	متناهی
A نامتناهی و B نامتناهی	می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد.	نامتناهی	می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد.	می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد.

● **مثال:** مجموعه‌ی اعداد صحیح نامثبت و مجموعه‌ی اعداد حسابی هر دو نامتناهی‌اند ولی اشتراک آنها مجموعه‌ی $\{0\}$ است که مجموعه‌ای متناهی است. از طرفی مجموعه‌ی اعداد صحیح (Z) و مجموعه‌ی اعداد حسابی (W) هر دو نامتناهی‌اند ولی $Z - W = Z^-$ ، مجموعه‌ای نامتناهی است.

تست اگر $A \subseteq B$ و A ، مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آنگاه مجموعه‌ی $B - A$ چگونه است؟

- (۱) متناهی است. (۲) نامتناهی است. (۳) تهی است. (۴) ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

پاسخ گزینه‌ی «۴» فرض کنید B مجموعه‌ی اعداد طبیعی و $\{2, 3, 4, \dots\}$ آنگاه $A = \{1\}$ $B - A = \{1\}$ مجموعه‌ای متناهی است، حال فرض کنید $B = (-1, 2)$ و $A = (0, 2)$ آنگاه $A \subseteq B$ و $B - A = (-1, 0]$ که مجموعه‌ای نامتناهی است. پس $B - A$ ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

پیمانه‌های

۳ تا ۱

۳ پیمانه

۳۰ تست

پرسش‌های چهارگزینه‌ای



صفحه‌های ۲ و ۳ ریاضی ۱

تیپ ۱

مجموعه‌های اعداد

۱. کدام گزینه‌ی زیر درست است؟

(۱) $(\sqrt{3} + 5) \notin (R - Q)$ (۲) $-\frac{3}{4} \in (Z \cup Q')$ (۳) $(0/\sqrt{6} + \frac{1}{3}) \in (Q \cap R)$ (۴) $\{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}\} \subseteq Q'$

۲. اگر مجموعه‌های A, B, C را به صورت $A = R - Z$ ، $B = W \cap Z$ و $C = Z \cup (R - Q)$ تعریف کنیم، کدام گزینه نادرست است؟

(صفحه‌ی ۲- کار در کلاس- مرتبط با ۱) (آزمون کانون- ۴ آبان ۹۷)

(۱) $A \cap B = \emptyset$ (۲) $C \subseteq (A \cup B)$ (۳) $B - C = \emptyset$ (۴) $A \cup C = R$

صفحه‌های ۳ تا ۵ ریاضی ۱

تیپ ۲

بازه و اعمال بر روی آن

۲. اگر مجموعه‌ی $B = \{x \in A \mid -1 < x < 2\}$ یک بازه را نمایش دهد، آنگاه A کدام مجموعه می‌تواند باشد؟

(۱) $R - Z$ (۲) $Q \cup Q'$ (۳) $Z - W$ (۴) $R - Q$

۴. اگر بازه‌ی $[2n - 1, 3n + 14]$ شامل عدد ۵ باشد، حداقل مقداری که n می‌تواند اختیار کند، کدام است؟

(صفحه‌ی ۳- مرتبط با پاراگراف ۲) (آزمون کانون - ۲۱ مهر ۹۶)

(۱) ۳ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) ۲

۵. دو بازه‌ی $A = (a - 2, b)$ و $B = [a, b + 3]$ مفروض‌اند، حاصل $A \cap B$ کدام است؟ $(a < b)$

(صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳) (آزمون کانون - ۵ آبان ۹۶)

(۱) $[b, b + 3]$ (۲) $[a, b]$ (۳) $(a - 2, b + 3)$ (۴) $(a - 2, a)$

۶. اگر $A = [3, 9]$ و $B = (n - 2, 2n - 5)$ ، آنگاه بیشترین مقدار طبیعی n که اشتراک دو مجموعه‌ی A و B ، تهی نباشد، کدام است؟

(صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳)

(۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۵

(صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳)

۷. مجموعه‌ی $(-\infty, 1) \cup (-\infty, 2) \cup (-1, 4)$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) بیشمار

۸. اگر $A = \{x \in R, 2 \leq x < 6\}$ ، $A \cap B = (3, 6)$ و $A \cup B = [2, 7]$ باشد، مجموعه‌ی B برابر کدام بازه است؟

(صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳) (آزمون کانون- ۱۶ آذر ۹۷)

(۱) $(3, 7)$ (۲) $(3, 7]$ (۳) $[3, 7]$ (۴) $(2, 7)$

۹. اگر $A = [-3, 4)$ و $B = \{x \in R \mid (-x) \in A\}$ ، آنگاه مجموعه‌ی $A - B$ کدام بازه‌ی زیر است؟

(۱) $(3, 4)$ (۲) $(-4, -3)$ (۳) $(-3, 3)$ (۴) $(-4, 4)$

۱۰. اگر $A = [-1, 4)$ و $B = (-5, 2]$ باشد، مجموعه‌ی $(A - B) \cup (B - A)$ شامل کدام بازه است؟

(۱) $[-4, -1]$ (۲) $[2, 3]$ (۳) $(2, 4)$ (۴) $(-1, 2)$

۱۱. اگر $A = \{x \mid -15 < x < 13\}$ ، $B = (-7, 4)$ و $C = (-\infty, -3)$ باشد، آنگاه مجموعه‌ی $(A \cup B) - C$ شامل چند عدد صحیح است؟

(صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مکمل ۳)

(۱) ۱۸ (۲) ۱۷ (۳) ۱۹ (۴) ۱۶

۱۲. اگر $A \cup B = (-3, 2]$ ، $A - B = (1, 2]$ و $B - A = (-3, -1)$ باشد، آنگاه مجموعه‌ی A در Z چند عضو دارد؟ (صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳)

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۱۳. اگر اشتراک مجموعه‌های $A = (-\infty, \frac{2a-5}{3}]$ و $B = [a, +\infty)$ ، مجموعه‌ای تک عضوی باشد، a کدام است؟ (صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳)

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۵

۱۴. اگر نمایش مجموعه‌های A و B به صورت بازه‌های $A = [-1, 2)$ و $B = (-3, a]$ و مجموعه‌ی $A \cap B$ غیر تهی باشد، آنگاه مجموعه‌ی تمام مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟ (صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳) (آزمون کانون- ۱۰ بهمن ۹۳)

- (۱) $\{a | a \geq -1\}$ (۲) $\{a | -1 \leq a < 2\}$ (۳) $\{a | a < -3\}$ (۴) $\{a | -2 < a < -1\}$

۱۵. اگر $m < -1$ باشد، آنگاه چند عدد صحیح در مجموعه‌ی $[\frac{1}{m}, -m] \cap [m, -\frac{1}{m}]$ قرار دارد؟

(صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳) (آزمون کانون - ۲۰ مهر ۹۷)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) نمی‌توان تعیین کرد.

۱۶. اگر $R = (-\infty, \frac{a}{2}] \cup [2a-1, +\infty) = \mathbb{R}$ ، آنگاه حدود a کدام است؟ (صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳)

- (۱) $a \leq \frac{2}{3}$ (۲) $a \leq 1$ (۳) $a \geq 1$ (۴) $a \geq \frac{2}{3}$

۱۷. اگر اشتراک دو مجموعه‌ی $A = (m, n + 5)$ و $B = (0, n)$ ، تهی و اجتماع آنها برابر مجموعه‌ی $\{1, 6, 0\}$ باشد، آنگاه $m + n$ کدام است؟ (صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مکمل ۳)

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸. اگر داشته باشیم $A = [a, 6]$ ، $B = (-1, b)$ ، $A \cup B = [-2, 8)$ ، آنگاه مجموعه‌ی $A - B$ دارای چند عدد صحیح است؟

(صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳) (آزمون کانون - ۴ آبان ۹۷)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۹. اگر $A_n = (-n, n)$ باشد، حاصل $(A_1 \cup A_2 \cup A_3) - (A_1 \cap A_2)$ برابر با کدام گزینه است؟

(صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳) (آزمون کانون - ۱۸ آبان ۹۷)

- (۱) $(-3, 3)$ (۲) $(-1, 1)$ (۳) $(-3, -1) \cup (1, 3)$ (۴) $(-3, -1) \cup [1, 3)$

۲۰. اگر $A_k = \{x | -\frac{1}{k} \leq x < 2k\}$ باشد، آنگاه $(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \cup A_4$ کدام است؟ (صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مکمل ۳) (آزمون کانون - ۱۹ مهر ۹۸)

- (۱) $[-\frac{1}{3}, 2)$ (۲) $[-\frac{1}{3}, 14)$ (۳) $[-\frac{1}{3}, 14)$ (۴) $[-\frac{1}{3}, 2)$

صفحه‌های ۵ تا ۷ ریاضی ۱

تیب ۳

مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

۲۱. کدام مجموعه‌ی زیر نامتناهی نیست؟

- (۱) مجموعه‌ی خطوط مماس بر یک دایره (۲) مجموعه‌ی اعداد گویای بین دو عدد گویا (۳) بازه‌ی $(0, 4)$ (۴) مجموعه‌ی اعداد حقیقی مثبت که با معکوس خود برابرند.

۲۲. کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

- (۱) $A_1 = \{x | x \in \mathbb{N}, x^2 > 25\}$ (۲) $A_2 = \{x | x \in \mathbb{N}, x > 9, x < 100\}$ (۳) $A_3 = \{x | x \in \mathbb{N}, x > 9, x < 100\}$ (۴) $A_4 = \{x | x \in \mathbb{N}, x > 9, x < 100\}$

۲۳. کدام یک از مجموعه‌های زیر، مجموعه‌ای متناهی را نشان می‌دهد؟

- (۱) $A = \{x^2 | x \in \mathbb{R}, x \leq 5\}$ (۲) $B = \{2x | x \in \mathbb{N}, 1 - x < 3\}$ (۳) $C = \{x^3 | x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$ (۴) $D = \{1 - x | x \in \mathbb{Z}, x < 4\}$

۲۴. اگر $A = \{n \in \mathbb{Z} | \frac{4}{n} \in \mathbb{Z}\}$ ، $B = \{n \in \mathbb{Z} | \frac{(-1)^n}{n} \in \mathbb{Z}\}$ و $C = \{n \in \mathbb{W} | \frac{1}{n} < 1\}$ ، آنگاه:

- (۱) A و B متناهی و C نامتناهی است. (۲) A و C نامتناهی و B متناهی است. (۳) B و C متناهی و A نامتناهی است. (۴) B و C نامتناهی و A متناهی است.

۲۵. اگر مجموعه‌های $A = \{\frac{1}{x} | x \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{\frac{x}{8} | x \in \mathbb{N}\}$ مفروض باشند، کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(صفحه‌ی ۷- مرتبط با تمرین ۲) (سراسری انسانی - ۹۶)

- (۱) $A - B$ (۲) $B - A$ (۳) $A \cap B$ (۴) $A \cup B$

۲۶. اگر A مجموعه‌ای نامتناهی و B مجموعه‌ای متناهی باشد، کدام مجموعه نامتناهی است؟

- (۱) $A \cap B$ (۲) $B - A$ (۳) $A - B$ (۴) $(A - B) - A$

(صفحه‌ی ۷- مرتبط با تمرین ۳) (سراسری انسانی خارج از کشور - ۹۲)

(صفحه ۷- مکمل تمرین ۶)

۲۷. اگر $A \subseteq \{x \in Z \mid x < -2\}$ و $B \subseteq \{x \in W \mid 1 < x < 158\}$ ، آنگاه:

- (۱) A متناهی و B نامتناهی است.
- (۲) A نامتناهی و B متناهی است.
- (۳) A و B نامتناهی هستند.
- (۴) A و B متناهی هستند.

(صفحه ۷- مکمل تمرین ۶) (آزمون کانون - ۴ آبان ۹۷)

۲۸. اگر $A \subseteq B$ و B نامتناهی باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) مجموعه $B - A$ همواره نامتناهی است.
- (۲) مجموعه $A \cap B$ همواره متناهی است.
- (۳) مجموعه $A \cup B$ همواره نامتناهی است.
- (۴) مجموعه $A - B$ همواره نامتناهی است.

۲۹. اگر مجموعه A متناهی و مجموعه‌های B و C نامتناهی باشند، مجموعه‌های $A \cap (B \cup C)$ و $B - (A \cap C)$ ، به ترتیب از راست به چپ، چگونه‌اند؟

(صفحه ۷- مرتبط با تمرین ۳) (آزمون کانون - ۲۳ مهر ۹۵)

- (۱) متناهی - متناهی
- (۲) نامتناهی - نامتناهی
- (۳) متناهی - نامتناهی
- (۴) نامتناهی - متناهی

۳۰. اگر $A = \left\{ \frac{6n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ و $B = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ، آنگاه مجموعه‌های $B - (A \cap B)$ و $A - (A \cup B)$ به ترتیب چگونه‌اند؟

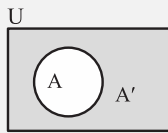
(صفحه ۷- مرتبط با تمرین ۳)

- (۱) متناهی - نامتناهی
- (۲) نامتناهی - متناهی
- (۳) متناهی - متناهی
- (۴) نامتناهی - نامتناهی

۲ متمم یک مجموعه

۱ مجموعه مرجع و متمم یک مجموعه

تعریف مجموعه مرجع و متمم یک مجموعه ▶ به‌طور کلی در هر میثت، مجموعه‌ای که همه‌ی مجموعه‌های مورد مطالعه زیرمجموعه‌ی آن باشند را مجموعه مرجع یا مجموعه جهانی می‌نامیم و با M یا U نمایش می‌دهیم. به مجموعه مرجع، مجموعه اصلی یا عام نیز گفته می‌شود. به‌عنوان مثال وقتی از مجموعه حروف با صدای انگلیسی صحبت می‌کنیم، مجموعه مرجع آن می‌تواند حروف زبان انگلیسی باشد. توجه کنید که مجموعه مرجع می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد، در هر صورت تا مجموعه مرجع مشخص نباشد صحبت از زیرمجموعه‌های آن ممکن نیست.



هرگاه U مجموعه مرجع و $A \subseteq U$ ، آنگاه مجموعه $U - A$ را متمم مجموعه A می‌نامیم و آن را با نماد A' نمایش می‌دهیم. به عبارت دیگر A' شامل همه‌ی عضوهایی از مجموعه مرجع هستند که در مجموعه A نیستند و به زبان ریاضی می‌نویسیم:

$$A' = \{x : x \notin A\}$$

$$A' = U - A \Rightarrow \text{مجموعه } -A \text{ مجموعه مرجع} = \text{متمم مجموعه } A$$

به عبارت دیگر برای یافتن متمم یک مجموعه، در مجموعه مرجع، اعضای مجموعه داده شده را حذف می‌کنیم. بنابراین هر عضوی که در A هست در A' نیست و به‌عکس.

● **مثال:** اگر $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ مجموعه مرجع و $A = \{0, 1, 5\}$ ، آنگاه A' را بیابید.

○ حل: باید از مجموعه U ، عضوهای A را خط بزنییم، پس:

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$\Rightarrow A' = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$$

● **مثال:** اگر W (اعداد حسابی) را به‌عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم، آنگاه متمم مجموعه اعداد طبیعی را بیابید.

○ حل: متمم مجموعه اعداد طبیعی را با N' نمایش می‌دهیم. N' اعداد حسابی هستند که طبیعی نباشند، پس $N' = W - N = \{0\}$.

۱ **یافتن متمم یک مجموعه در بازه‌ها:** در بازه‌ها، مجموعه مرجع در حالت کلی R است. برای یافتن متمم یک بازه از نمایش هندسی استفاده می‌کنیم. بازه‌ی A را رسم کرده، قسمت‌هایی از محور که متعلق به A نیستند، A' را نمایش می‌دهند. به متمم بازه‌های زیر توجه کنید:

(۱) $A = (a, b) \Rightarrow A' = R - (a, b) = (-\infty, a] \cup [b, +\infty)$

(۲) $A = [a, b] \Rightarrow A' = R - [a, b] = (-\infty, a) \cup (b, +\infty)$

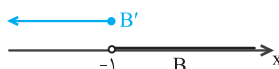
(۳) $A = (a, b] \Rightarrow A' = R - (a, b] = (-\infty, a] \cup (b, +\infty)$

در حالت کلی برای اعداد a و b ، در بازه، از هر سمتی که بسته باشند، متمم آنها باز و از هر سمتی که باز باشند، متمم آنها بسته است.

● مثال: اگر R مجموعه مرجع، $A = \{1, 2\}$ و $B = (-1, +\infty)$ باشند، آنگاه مجموعه‌های A' و B' به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$A' = R - A = R - \{1, 2\} = (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$$

$$B' = R - (-1, +\infty) = (-\infty, -1]$$



۲) خواص متقابل A و A' : به کمک نمودار ون و تعریف متمم، خواص زیر به دست می‌آید:

الف - متمم مجموعه‌ی تهی برابر مجموعه‌ی مرجع و متمم مجموعه‌ی مرجع برابر مجموعه‌ی تهی است، یعنی: $\emptyset' = U$ و $U' = \emptyset$

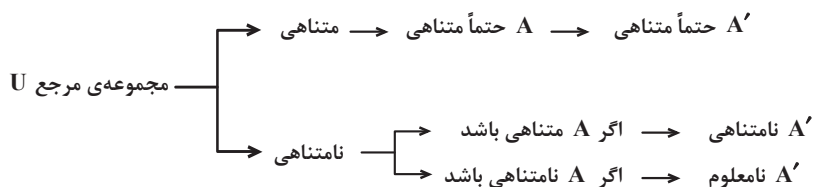
ب - متمم متمم هر مجموعه با خود آن برابر است، یعنی: $(A')' = A$

پ - هر مجموعه با متمم خود اشتراکی ندارد، پس: $A \cap A' = \emptyset$

ت - اجتماع هر مجموعه با متمم آن برابر مجموعه‌ی مرجع است، پس: $A \cup A' = U$

ث - تفاضل هر مجموعه از متمم آن برابر مجموعه‌ی اولی است، یعنی: $A' - A = A'$ و $A - A' = A$

۳) متمم مجموعه‌های منتهای و نامنتهای: تعیین منتهای یا نامنتهای بودن متمم یک مجموعه به مجموعه‌ی مرجع وابسته است. نمودار درختی زیر مسیر راه را مشخص می‌کند. برای مجموعه‌ی مرجع دو حالت در نظر می‌گیریم و کلاً سه حالت داریم:



● مثال: اگر مجموعه‌ی اعداد صحیح که نامنتهای است، مجموعه‌ی مرجع و مجموعه‌ی اعداد حسابی را A در نظر بگیریم، آنگاه A' مجموعه‌ی اعداد صحیح منفی است که نامنتهای است. حال اگر مجموعه‌ی اعداد حسابی را مجموعه‌ی مرجع بگیریم و $A = \mathbb{N}$ ، آنگاه $A' = \{0\}$ که مجموعه‌ی منتهای است.

۴) متمم و زیرمجموعه: فرض کنید A و B دو زیرمجموعه از مجموعه‌ی مرجع U باشند، آنگاه به کمک نمودار ون می‌توان نشان داد که:

$$(1) \quad A \subseteq B \Leftrightarrow B' \subseteq A' \quad (2) \quad A \subseteq B \Rightarrow \begin{cases} A \cap B = A \\ A \cup B = B \end{cases} \quad (3) \quad A \cap B = \emptyset \Rightarrow \begin{cases} A \subseteq B' \\ B \subseteq A' \end{cases}$$

به عبارت دیگر، در مورد (۱)، وقتی متمم اثر کند، جای دو مجموعه و زیرمجموعه‌ها عوض می‌شود. (با نمودار ون درستی را بررسی کنید).

۵) متمم در حضور اعمال روی مجموعه‌ها: اگر A و B دو زیرمجموعه از مجموعه‌ی U باشند، آنگاه با استفاده از نمودار ون می‌توان درستی قوانین زیر را بررسی کرد:

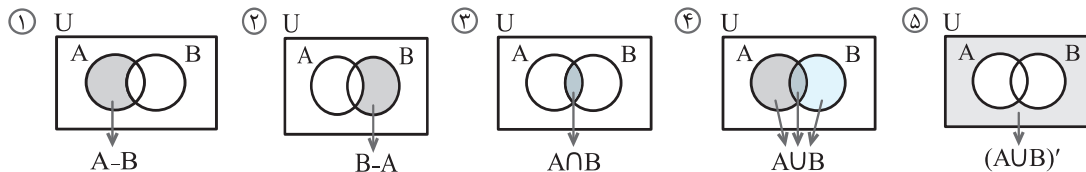
الف - وقتی متمم بر اجتماع (اشتراک) اثر کند، هر دو مجموعه را متمم کرده و علامت اجتماع به اشتراک (اشتراک به اجتماع) تبدیل می‌شود؛ یعنی:

$$(1) \quad (A \cap B)' = A' \cup B' \quad (2) \quad (A \cup B)' = A' \cap B'$$

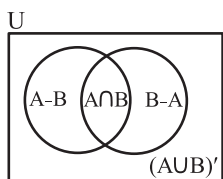
ب - به رابطه‌ی تفاضل و متمم دو مجموعه توجه کنید: (با نمودار ون درستی را بررسی کنید).

$$(1) \quad A - B = A \cap B' \quad (2) \quad A' - B' = B - A$$

تذکره: به کمک نمودار ون و سایه‌زدن نواحی خواسته شده نیز می‌توانیم حاصل عبارت یا درستی رابطه را بررسی کنیم. استفاده از نمودار ون به ویژه در تفسیر عبارت کمک بسیاری می‌نماید.



با کمی دقت متوجه می‌شویم که اجتماع سطح سایه زده شده شکل‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، برابر مجموعه‌ی مرجع است. بنابراین به خاطر سپردن و تفسیر آنها در حل مسائل کمک زیادی می‌کند.



(۱) $A - B = B$ شامل A باشد ولی شامل B نباشد = اعضای A به جز اشتراک با B

(۲) $B - A = A$ شامل B باشد ولی شامل A نباشد = اعضای B به جز اشتراک با A

(۳) $A \cap B = B$ هم شامل A و هم شامل B

(۴) $A \cup B = B$ و نه A = شامل هیچ‌کدام از A و B نیست = شامل A یا B نیست

توجه: کلمه‌ی شامل در اینجا به معنی همه‌ی اعضای مجموعه است.

تست اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند، حاصل $(A - B)' \cap A$ کدام است؟

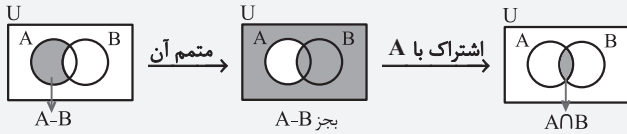
- (۱) A' (۲) B' (۳) $A \cap B$ (۴) $A \cup B$

پاسخ گزینه‌ی «۳»

راه حل اول: استفاده‌ی مستقیم از روابط:

$$\begin{aligned} (A - B)' \cap A &= (A \cap B')' \cap A \\ &= (A' \cup B) \cap A = \underbrace{(A' \cap A)}_{\emptyset} \cup (B \cap A) \\ &= \emptyset \cup (B \cap A) = B \cap A = A \cap B \end{aligned}$$

راه حل دوم: با استفاده از نمودار ون و تفسیر آن:



تست اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه مجموعه‌ی $(A \cap B) - (A' - B)$ کدام است؟

- (۱) A (۲) B (۳) B' (۴) \emptyset

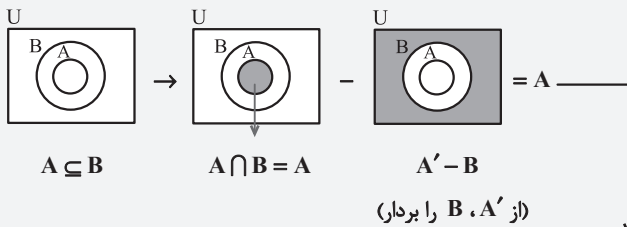
پاسخ گزینه‌ی «۱»

راه حل اول: با استفاده از روابط:

اگر $A \subseteq B$ ، آنگاه $A \cap B = A$ و $A \cup B = B$ ، بنابراین:

$$\begin{aligned} (A \cap B) - (A' - B) &= A - (A' \cap B') = A - \underbrace{(A \cup B)}_B \\ &= A - B' = A \cap B = A \end{aligned}$$

راه حل دوم: استفاده از نمودار ون و تفسیر آن:



توجه کردید که در A ، عضوی از $A' - B$ نداشتیم، پس خودش می‌ماند.

۲ تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه

دو مجموعه‌ی جدا از هم اگر اشتراک دو مجموعه تهی باشد، آنگاه دو مجموعه را جدا از هم یا مجزا می‌نامیم. بنابراین:

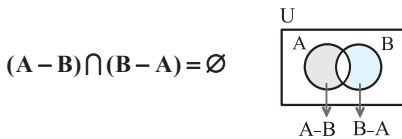


A و B جدا از هم $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$

الف - اگر A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، به کمک نمودار ون دیده می‌شود که:

- (۱) $A - B = A$ (۲) $B - A = B$ (۳) $A \subseteq B'$ (۴) $B \subseteq A'$

ب - دو مجموعه‌ی $A - B$ و $B - A$ همواره جدا از هم‌اند، بنابراین:



پ - مجموعه‌ی تهی با هر مجموعه‌ی دلخواهی جدا از هم‌اند. به عبارت دیگر $\emptyset \cap A = \emptyset$.

ت - هر مجموعه با متمم خود، جدا از هم‌اند زیرا اشتراکی ندارند و داریم $A \cap A' = \emptyset$.

ث - اگر A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، آنگاه: $(A - B) \cup (B - A) = A \cup B$.

تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه اگر A و B دو زیرمجموعه‌ی متنهای از مجموعه‌ی مرجع متنهای U و $n(A)$ و $n(B)$ به ترتیب تعداد عضوهای مجموعه‌های A و B باشند، در این صورت تعداد عضوهای اجتماع A و B را با $n(A \cup B)$ نمایش می‌دهیم و داریم:

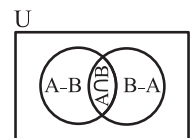
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

که در آن $n(A \cap B)$ ، تعداد عضوهای اشتراک دو مجموعه است.

الف - اگر A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، آنگاه $n(A \cap B) = 0$ و در نتیجه:

ب - با استفاده از نمودار ون تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه را می‌توان از رابطه‌ی زیر نیز به دست آورد.

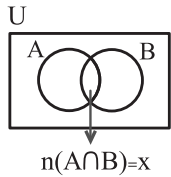
$A \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ و B جدا از هم



- (۱) $n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$
 (۲) $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$
 (۳) $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$

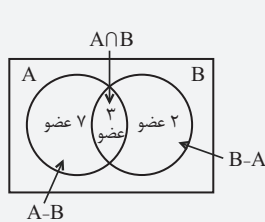
● **مثال:** در یک کلاس ۳۰ نفری، ۱۵ نفر فوتبال و ۱۰ نفر والیبال و ۵ نفر هر دو را بازی می‌کنند. چند نفر در این کلاس فوتبال یا والیبال بازی می‌کنند؟

○ حل: اگر مجموعه A را دانش‌آموزان فوتبالیست و مجموعه B را دانش‌آموزان والیبالیست در نظر بگیریم، آنگاه $n(A) = 15$ ، $n(B) = 10$ و $n(A \cap B) = 5$ پس:



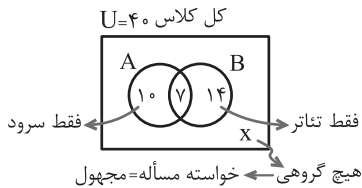
تعیین تعداد اعضای یک مجموعه با نمودار ون: برای تعیین تعداد اعضای یک مجموعه با استفاده از نمودار ون، یک نمودار کشیده و با نامگذاری A و B، ابتدا وضعیت $A \cap B$ را معلوم می‌کنیم. اگر $n(A \cap B)$ معلوم باشد، آن را قرار داده و از روی آن اطلاعات A و B را تکمیل می‌کنیم، در غیر این صورت $n(A \cap B) = x$ را فرض کرده و بقیه‌ی اطلاعات را بر حسب x تکمیل می‌کنیم و سپس از رابطه‌ی جمع استفاده می‌کنیم.

تست مجموعه A، ۱۰ عضو و مجموعه B، ۵ عضو است. اگر مجموعه $A - B$ ، ۷ عضو باشد، مجموعه $A \cup B$ چند عضو دارد؟



پاسخ گزینه‌ی «۲» از نمودار ون استفاده می‌کنیم و اطلاعات را قرار می‌دهیم. از ۱۰ عضو A طبق $A - B$ ، ۷ عضو در B نیست، پس ۳ عضو در اشتراک است، مجموعه B، ۵ عضو است، پس $B - A$ ، ۲ عضو است. با توجه به نمودار، تعداد اعضای مجموعه $A \cup B$ برابر است با: $n(A \cup B) = 7 + 3 + 2 = 12$.

● **مثال:** در یک کلاس ۴۰ نفری، ۱۷ نفر عضو گروه سرود، ۲۱ نفر عضو گروه تئاتر و ۷ نفر عضو هر دو گروه هستند. چند نفر از دانش‌آموزان عضو هیچ گروهی نیستند؟

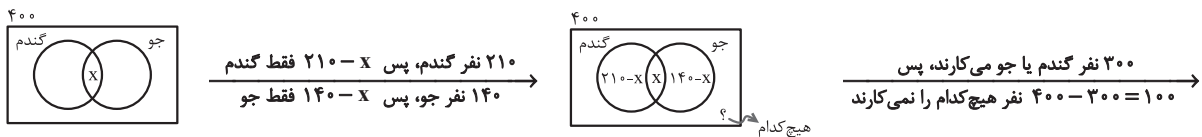


○ حل: نمودار ون را رسم می‌کنیم. A را اعضای گروه سرود و B را اعضای گروه تئاتر می‌گیریم. اشتراک را داریم که برابر ۷ است، پس تعداد اعضای که فقط عضو سرود هستند $17 - 7 = 10$ و تعداد اعضای که فقط عضو تئاتر هستند $21 - 7 = 14$ ؛ خواسته‌ی مسأله x است و جمع اعداد داخل مستطیل برابر ۴۰ است و داریم: $40 = 10 + 7 + 14 + x \Rightarrow x = 9$ (تعداد افرادی که عضو هیچ گروهی نیستند).

● **مثال:** یک روستا ۴۰۰ کشاورز دارد که ۳۰۰ نفر آنها گندم یا جو می‌کارند، در صورتی که ۲۱۰ نفر گندم و ۱۴۰ نفر جو بکارند، آنگاه:

- الف - چند نفر هم گندم می‌کارند و هم جو؟
- ب - چند نفر فقط گندم می‌کارند؟
- پ - چند نفر جو نمی‌کارند؟
- ت - چند نفر حداقل یکی از آنها را می‌کارند؟
- ج - چند نفر دقیقاً یکی از دو محصول را می‌کارند؟

○ حل: تعداد افرادی که هم گندم می‌کارند و هم جو را x می‌گیریم، پس $n(A \cap B) = x$ و نمودار ون را رسم می‌کنیم و اطلاعات را وارد می‌کنیم.



جمع عددهای داخل برابر ۴۰۰ $\Rightarrow 400 = (210 - x) + x + (140 - x) + 100 \Rightarrow x = 50$

حال خواسته‌های مسأله را می‌یابیم:

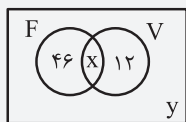
- الف - کسانی که هم گندم و هم جو می‌کارند، همان اشتراک است که برابر ۵۰ نفرند.
- ب - افرادی که فقط گندم می‌کارند، $210 - x$ است که برابر $210 - 50 = 160$ نفرند.
- پ - کسانی که جو نمی‌کارند، برابر $400 - 140 = 260$ نفرند.
- ت - کسانی که نه گندم می‌کارند و نه جو، یعنی هیچ‌کدام که برابر ۱۰۰ نفرند.
- ث - تعداد افرادی که حداقل یکی از آنها را می‌کارند، همان اجتماع دو مجموعه یعنی ۳۰۰ نفرند.
- ج - افرادی که دقیقاً یکی از دو محصول را می‌کارند، یعنی یا فقط گندم یا فقط جو می‌کارند که فقط گندم برابر $210 - 50 = 160$ و فقط جو برابر $140 - 50 = 90$ در نتیجه $250 = 160 + 90$ نفر کسانی هستند که دقیقاً یکی از دو محصول را می‌کارند.

تذکره به چند کلمه‌ی کلیدی در مسائل توجه کنید.

کلمه‌ی کلیدی	B و A	B یا A	A فقط	حداقل یکی از A یا B	* بجز A	* دقیقاً یکی از A یا B	* نه A و نه B
	$A \cap B$	$A \cup B$	$A - B$	$A \cup B$	A نباشد	A یا B ولی نه هر دو	** عضو هیچ‌کدام نباشد.
معادل ریاضی	$A \cap B$	$A \cup B$	$A - B$	$A \cup B$	A'	$(A - B) \cup (B - A)$	$A' \cap B'$

مواردی که با علامت * و ** نمایش داده شده‌اند، یک جواب دارند و جملات مترادف هستند.

تست در مدرسه‌ای با ۹۰ دانش‌آموز، تعداد ۴۶ نفر فقط عضو تیم فوتبال و ۱۲ نفر فقط عضو تیم والیبال هستند. اگر تعداد اعضای تیم فوتبال ۳ برابر تعداد اعضای تیم والیبال باشد، آنگاه چه تعداد از دانش‌آموزان عضو هیچ‌یک از تیم‌ها نیستند؟ (آزمون کانون - ۴ آبان ۹۷)



۲۲ (۴)

۲۷ (۳)

۳۲ (۲)

۱۷ (۱)

F : مجموعه‌ی افراد عضو تیم فوتبال :

V : مجموعه‌ی افراد عضو تیم والیبال :

$$n(F) = 3n(V) \Rightarrow 46 + x = 3(x + 12) \Rightarrow 46 + x = 3x + 36 \Rightarrow x = 5$$

$$46 + x + 12 + y = 90 \xrightarrow{x=5} 46 + 5 + 12 + y = 90 \Rightarrow y = 27$$

تعداد کل دانش‌آموزان ۹۰ نفر است، پس:

پاسخ گزینه‌ی «۳»

پیمانه‌های

۶ پیمانه

۹ تا ۴

۶۰ تست

پرسش‌های چهارگزینه‌ای



صفحه‌های ۸ تا ۱۰ و تمرین‌های صفحه‌ی ۱۲ ریاضی ۱

تیپ ۴

تمام یک مجموعه

۳۱. کدام مجموعه را به عنوان مجموعه‌ی مرجع در نظر بگیریم تا N' یک مجموعه‌ی متناهی باشد؟

(منطق بر کتاب درسی - صفحه‌ی ۹ - کار در کلاس - ۵) (آزمون کانون - ۱۹ مهر ۹۸)

R (۴)

$W \cap Q$ (۳)

Z (۲)

Q (۱)

(صفحه‌ی ۹ - کار در کلاس - مرتبط با ۵) (آزمون کانون - ۲۱ مهر ۹۶)

۳۲. اگر R مجموعه‌ی مرجع باشد، کدام گزینه نادرست است؟

$\sqrt{2} \in Z'$ (۴)

$-\frac{1}{3} \in Q$ (۳)

$2\sqrt{5} \in (R - Q')$ (۲)

$-2/1 \in N'$ (۱)

(صفحه‌ی ۸ - مرتبط با فعالیت) (آزمون کانون - ۲۳ مهر ۹۵)

۳۳. اگر N مجموعه‌ی مرجع باشد، متمم مجموعه‌ی $A = \{x \in N : x^2 < 100\}$ کدام است؟

$\{x \in N \mid x > 9\}$ (۴)

$\{x \in N \mid x > 11\}$ (۳)

$\{1, 12, 13, 14, \dots\}$ (۲)

$[100, +\infty)$ (۱)

(منطق بر کتاب درسی - صفحه‌ی ۹ - کار در کلاس - ۴)

۳۴. مجموعه‌ی U، مجموعه‌ی مرجع و $A \subseteq U$ ، کدام مجموعه همواره با A برابر است؟

$(A' \cap \emptyset) \cup A$ (۴)

$(A \cap \emptyset) \cup A'$ (۳)

$(A \cup U) \cup U$ (۲)

$A' \cup \emptyset'$ (۱)

(صفحه‌ی ۹ - کار در کلاس - مشابه ۶)

۳۵. اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، $A = \{4, 5, 6\}$ و $B' = \{1, 2, 3, 4\}$ ، آنگاه مجموعه‌ی $A - B$ چند عضو دارد؟

عضو ۴ (۴)

عضو ۳ (۳)

عضو ۲ (۲)

عضو ۱ (۱)

۳۶. اگر A و B زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی مرجع M باشند به طوری که $M = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ، A مجموعه‌ی اعداد اول یک رقمی و

(صفحه‌ی ۹ - کار در کلاس - مرتبط با ۶)

$B = \{3k - 2 \mid k \in Z, 1 \leq k \leq 4\}$ ، آنگاه $(A - B)'$ چند عضو دارد؟

۷ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۱۲ (۱)

۳۷. اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ را به عنوان مجموعه‌ی مرجع در نظر بگیریم و $A \subseteq U$ ، آنگاه A را کدام مجموعه‌ی زیر در نظر بگیریم تا تعداد

(صفحه‌ی ۹ - کار در کلاس - مرتبط با ۱)

عضوهای مجموعه‌ی A' بیشتر باشد؟

اعداد مربع کامل (۴)

اعداد اول (۳)

مقسوم‌علیه‌های عدد ۳ (۲)

اعداد فرد (۱)

۳۸. اگر A مجموعه‌ای نامتناهی و B مجموعه‌ای متناهی از مجموعه‌ی مرجع U باشد، آنگاه کدام گزینه الزاماً نامتناهی است؟

(صفحه‌ی ۱۲ - مرتبط با تمرین ۲) (آزمون کانون - ۱۸ آبان ۹۷)

$A \cap B$ (۴)

B' (۳)

A' (۲)

$B - A$ (۱)

(صفحه‌ی ۱۲ - مرتبط با تمرین ۲) (آزمون کانون - ۱۶ آذر ۹۷)

۳۹. اگر $A \subseteq B$ و A مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آنگاه کدام مجموعه حتماً نامتناهی است؟

$A' \cap B'$ (۴)

$B - A$ (۳)

$A \cap B$ (۲)

B' (۱)

(صفحه‌ی ۹ - کار در کلاس - مرتبط با ۶) (آزمون کانون - ۲۰ مهر ۹۷)

۴۰. اگر R مجموعه‌ی مرجع باشد، آنگاه کدام یک از روابط زیر صحیح نمی‌باشد؟

$Q - W \subseteq N'$ (۴)

$Q' \cup N \subseteq W'$ (۳)

$N' - W' = \{0\}$ (۲)

$W' - Z' = \{-K \mid K \in N\}$ (۱)

(صفحه‌ی ۹ - کار در کلاس - مرتبط با ۶) (آزمون کانون - ۵ آبان ۹۶)

۴۱. اگر $A \cup B = U$ باشد، کدام گزاره همواره صحیح است؟

$A' \cup B' = U$ (۴)

$A' = B - A$ (۳)

$A - B = B - A$ (۲)

$A \cap B' = \emptyset$ (۱)

۴۲. اگر مجموعه‌ی اعداد صحیح، مجموعه‌ی مرجع باشد و مجموعه‌ی A' نامتناهی، مجموعه‌ی B متناهی و مجموعه‌ی C' متناهی باشد، کدام یک از

(صفحه‌ی ۱۲ - مرتبط با تمرین ۲) (آزمون کانون - ۳ آبان ۹۸)

گزینه‌های زیر حتماً متناهی است؟

$C - B$ (۴)

$(A' \cap C') \cup B'$ (۳)

$C' \cap B'$ (۲)

$B' - A'$ (۱)

۴۳. اگر $A = \{x \in R \mid -1 < 2 - x \leq 5\}$ و $B = \{x \in Z \mid \frac{2x+3}{x} \in W\}$ ، آنگاه مجموعه‌ی $A \cap B'$ شامل چند عدد طبیعی است؟

(صفحه‌ی ۱۲ - کار در کلاس - مرتبط با ۶)

هیچ (۴)

یک (۳)

دو (۲)

سه (۱)

- ۴۴.** اگر $A = \{a \mid a \in N\}$, $B = \{1-b \mid -b \in W\}$ باشد و مجموعه Z را مجموعه مرجع فرض کنیم، مجموعه $A' \cap B'$ کدام است؟
 (صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶) (آزمون کانون- ۱۹ مرداد ۹۷)
- (۱) W (۲) $Z - N$ (۳) $\{0\}$ (۴) \emptyset
- ۴۵.** اگر U مجموعه مرجع و $A \subseteq B \subseteq U$ باشد، کدام گزینه زیرمجموعه‌ای از مجموعه A' است؟
 (صفحه ۱۰- کار در کلاس- ۷) (آزمون کانون- ۳ آبان ۹۸)
- (۱) B (۲) $A \cap B$ (۳) $B' \cap A$ (۴) $(B - A)'$
- ۴۶.** اگر A و B دو مجموعه غیرتهی با شرط $A \subset B$ باشند، آنگاه کدام رابطه نادرست است؟
 (صفحه ۱۰- کار در کلاس- ۶ و ۷) (سراسری ریاضی- ۹۹)
- (۱) $B - A' = A$ (۲) $A - B' = A$ (۳) $A \cap B' = \emptyset$ (۴) $B \cap A' = \emptyset$
- ۴۷.** اگر $A \subset B$ و U مجموعه مرجع آن‌ها باشد، کدام گزینه صحیح است؟
 (صفحه ۱۲- کار در کلاس- مرتبط با ۳)
- (۱) $A' \cup B' = U$ (۲) $A \cup B = U$ (۳) $A' \cup B = U$ (۴) $A \cap B = B$
- ۴۸.** متمم مجموعه $A \cup (B - A)$ کدام است؟
 (صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶) (آزمون کانون- ۲۱ مهر ۹۶)
- (۱) $A' \cup B'$ (۲) $A' - B$ (۳) $B' - A'$ (۴) $A' - B'$
- ۴۹.** اگر متمم مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر $A \cap B$ باشد، کدام عبارت درست است؟ (S مجموعه مرجع است).
 (صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶) (سراسری انسانی- ۱۴۰۰)
- (۱) $A \subseteq B$ (۲) $A \subseteq B'$ (۳) $A \cup B = S$ (۴) $A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$
- ۵۰.** اگر A ، B و C سه مجموعه باشند، اجتماع مجموعه‌های $A \cap C$ ، $A - C$ و $B - A'$ کدام است؟
 (صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶)
- (۱) A (۲) A' (۳) C (۴) B
- ۵۱.** اگر A و B دو مجموعه غیرتهی باشند، به گونه‌ای که اجتماع B و متمم A برابر مجموعه مرجع باشد، در این صورت کدام مجموعه، همواره تهی است؟
 (صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶)
- (۱) $B - A$ (۲) $A \cap B$ (۳) $B' - A'$ (۴) $A' - B'$
- ۵۲.** اگر A و B دو مجموعه غیرتهی باشند، متمم مجموعه $(A' \cap B) \cup B'$ کدام است؟
 (صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶)
- (۱) $A \cap B$ (۲) $A - B$ (۳) $B - A$ (۴) $A' - B$
- تیب ۵** صفحه ۱۰ ریاضی ۱
- ۵۳.** اگر $E - F = E$ باشد، چه رابطه‌ای بین دو مجموعه ناتهی E و F ، همواره برقرار است؟
 (صفحه ۱۰- فعالیت- مرتبط با نتیجه ۱) (آزمون کانون- ۲۲ آذر ۹۲)
- (۱) $E \subset F$ (۲) $F \subset E$ (۳) $E = F$ (۴) E و F جدا از هم هستند.
- ۵۴.** فرض کنید A و B دو مجموعه غیرتهی و جدا از هم، با یک مجموعه مرجع باشند. کدام رابطه نادرست است؟
 (صفحه ۱۰- فعالیت- مرتبط با نتیجه ۱) (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۹)
- (۱) $A \subset B'$ (۲) $A - B' = \emptyset$ (۳) $A \cap B' = A$ (۴) $(A \cup B)' = \emptyset$
- ۵۵.** اگر $A \subseteq B'$ باشد، حاصل $((A - B) \cup (B - A))'$ کدام است؟
 (صفحه ۱۰- فعالیت- مرتبط با ۱) (سراسری انسانی خارج از کشور- ۱۴۰۰)
- (۱) $A \cap B$ (۲) $A' \cap B'$ (۳) $A \cup B$ (۴) $A' \cup B'$
- ۵۶.** اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند، حاصل $(A \cup B)' \cup (A - B)$ کدام است؟
 (صفحه ۱۰- فعالیت- مرتبط با نتیجه ۱)
- (۱) A (۲) B (۳) $A \cap B$ (۴) $A \cup B$
- ۵۷.** اگر A و B دو مجموعه غیرتهی باشند به طوری که $(A \cap B) \subset (A - B)$ ، آنگاه $A' - B'$ کدام است؟
 (صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶)
- (۱) A (۲) B (۳) \emptyset (۴) A'
- تیب ۶** صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ ریاضی ۱
- ۵۸.** اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند، در صورتی که $n(A) = ۴$ و $n(B) = ۹$ ، آنگاه $n(A \cup B)$ کدام است؟
 (منطبق بر کتاب درسی - صفحه ۱۳- تمرین ۳)
- (۱) ۱۳ (۲) ۵ (۳) ۳۶ (۴) ۹
- ۵۹.** مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = ۱۴$ و اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های $A \cup B$ و $A \cap B$ برابر ۲۰ باشد، مجموعه $B - A$ چند عضو دارد؟
 (صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۴) (سراسری تجربی- تیر ۱۴۰۲)
- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳
- ۶۰.** مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = ۵$ و تعداد اعضای مجموعه $A \cup B$ برابر ۱۱ باشد، کمترین مقدار ممکن برای m کدام است؟
 (صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۴) (سراسری تجربی خارج از کشور- تیر ۱۴۰۲)
- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۶۱. اگر A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی U باشند، به طوری که $n(U) = 100$ و $n(A) = 60$ ، $n(B) = \frac{3}{4}n(A) = 45$ و $n(A \cap B) = 30$ باشد، آنگاه

(منطق بر کتاب درسی - صفحه ۱۳ - تمرین ۴)

$n(A' \cap B)$ کدام است؟

۲۰ (۱) ۱۵ (۳) ۱۰ (۲) ۳۰ (۴)

۶۲. اگر A و B دو زیرمجموعه از مجموعه‌ی مرجع U ، $n(A) = 14$ ، $n(A') = 10$ و $n(B') = 8$ باشند، آنگاه $n(B)$ کدام است؟

(صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۴)

۱۶ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۷ (۴)

۶۳. اگر A و B دو زیرمجموعه از مجموعه‌ی مرجع U ، $n(A) = 9$ ، $n(A') = 6$ و $n(B - A) = 3$ باشد، آنگاه مجموعه‌ی $A' \cap B'$ چند عضوی است؟

(صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۴) (آزمون کانون - ۱۸ مهر ۹۹)

۳ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۶۴. اگر مجموعه‌ی A دارای ۴ عضو و مجموعه‌ی B دارای ۱۰ عضو باشد، به طوری که $B' \subseteq A'$ ، آنگاه $(A - B) \cup (B - A)$ چند عضو دارد؟

(صفحه‌های ۱۰ و ۱۳ - ترکیبی) (آزمون کانون - ۴ آبان ۹۷)

۱ (صفر) ۱۴ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴)

۶۵. اگر $n(U) = 50$ ، $n(B) = 35$ ، $n(A' \cup B') = 30$ و $n(A') = 20$ باشند، مقدار $n(A \cup B)$ کدام است؟

(صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۴) (آزمون کانون - ۲۰ مهر ۹۷)

۳۵ (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۲۰ (۴)

۶۶. اگر A و B دو مجموعه‌ی غیرتهی و $A \cap B$ ، $A \cup B$ ، $A - B$ و $B - A$ عضو ۳، ۹، ۱۴ و ۱۴ داشته باشند، آنگاه $A - B$ چند عضو دارد؟

(صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۴)

۲ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴)

۶۷. اگر $n((A \cup B) - (A \cap B)) = 10$ و $n(A \cap B) = 2$ و $n(A - B) = 4$ باشند، آنگاه مجموعه‌ی B چند عضو دارد؟

(صفحه ۱۳ - مکمل تمرین ۳) (آزمون کانون - ۴ آبان ۹۷)

۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

۶۸. دو مجموعه‌ی A و B به ترتیب دارای ۷ و ۶ عضو هستند. اگر اجتماع $A - B$ و $B - A$ دارای ۱۳ عضو باشد، آنگاه $A - B'$ چند عضو دارد؟

(صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۴)

۲ (۱) ۳ (۲) ۳ (صفر) ۴ (قابل تعیین نیست)

۶۹. اگر A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی مرجع U باشند و $n(U) = 100$ ، $n(A - B) = 30$ و $n(A \cup B) = 50$ باشد، $n(B' - A)$ کدام است؟

(صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۴) (آزمون کانون - ۳ آبان ۹۸)

۳۰ (۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴)

۷۰. اگر مجموعه‌ی مرجع دارای ۳۰ عضو باشد و داشته باشیم: $n(A') = 16$ ، $n(B) = 10$ و $n(A \cup B) = 16$ ، آنگاه $n(A \cap B')$ کدام است؟

(صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۴) (آزمون کانون - ۱۸ مهر ۹۹)

۶ (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴)

۷۱. فرض کنیم A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی مرجع U باشند، $n(U) = 17$ ، $n(B - A) = 10$ ، $n(A - B) = 2$ و $n(B) = 3n(A)$ باشد،

(صفحه ۱۳ - مکمل تمرین ۴) (آزمون کانون - ۴ آبان ۹۷)

$n(A' \cap B')$ کدام است؟

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۷۲. اگر $n(A) = 25$ و $n(B) = 15$ و $n(A \cap B) = 3$ باشد، آنگاه تعداد اعضای مجموعه‌ی مرجع کدام باشد تا فقط ۷ عضو داشته باشیم که نه

عضو A باشد و نه عضو B ؟

(صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۴) (آزمون کانون - ۳ آبان ۹۸)

۴۲ (۱) ۴۳ (۲) ۴۴ (۳) ۴۵ (۴)

۷۳. مجموعه‌ی A دارای ۳۶ عضو و مجموعه‌ی B دارای ۲۸ عضو است. اشتراک آنها ۱۵ عضو دارد. اگر ۱۶ عضو از مجموعه‌ی A حذف شود، از اشتراک

آنها ۹ عضو حذف می‌شود، تعداد عضوهای اجتماع مجموعه‌ی جدید با مجموعه‌ی B ، کدام است؟

(صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۴) (سراسری انسانی خارج از کشور - ۹۴)

۴۰ (۱) ۴۱ (۲) ۴۲ (۳) ۴۵ (۴)

۷۴. اجتماع دو مجموعه‌ی A و B دارای ۴۰ عضو است. مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند. اگر از هر یک از

مجموعه‌های A و B ، ۹ عضو برداشته شود، از مجموعه‌ی اشتراک آنها ۴ عضو کم می‌شود. تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه‌ی جدید

کدام است؟

(صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۴) (سراسری انسانی - ۹۴)

۲۲ (۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۶ (۴)

۷۵. فرض کنید مجموعه‌های A و B و اشتراک آنها به ترتیب دارای ۳۰، ۳۵ و ۱۱ عضو هستند. با حذف تعدادی عضو از مجموعه‌ی B ، از اشتراک آنها ۳

عضو کم شده و اجتماع مجموعه‌ی جدید B با A دارای ۴۴ عضو است. در این صورت از مجموعه‌ی B چند عضو کم شده است؟

(صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۴)

۷ (۱) ۱۳ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴)



۷۶. مجموعه A از اعداد طبیعی دو رقمی تشکیل شده و $B = \{5k - 1 : k \in A\}$ است. متمم مجموعه $A' \cup B'$ چند عضو دارد؟ (صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۴)

۲۰ (۱) ۱۹ (۲) ۱۱ (۳) ۷۳ (۴)

۷۷. در یک کلاس ۴۲ نفری، ۱۵ نفر عضو گروه آزمایشگاهی و ۱۲ نفر عضو گروه فوتبال و ۷ نفر آنان عضو هر دو گروه هستند. چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟ (صفحه ۱۳ - مکمل تمرین ۵) (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۸)

۱۵ (۱) ۱۸ (۲) ۲۱ (۳) ۲۲ (۴)

۷۸. در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟ (صفحه ۱۳ - مکمل تمرین ۵) (سراسری ریاضی - ۹۸)

۱۵ (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴)

۷۹. از بین دانش‌آموزان یک کلاس، ۲۹ نفر حداقل عضو یکی از گروه‌های A یا B و سه نفر عضو هر دو گروه هستند. اگر تعداد اعضای گروه A ، ۴ نفر بیشتر از گروه B باشد، چند نفر فقط عضو گروه B هستند؟ (صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۵) (آزمون کانون - ۴ آبان ۹۷)

۱۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۸ (۴)

۸۰. در یک کلاس، ۱۰ نفر در هر دو درس ریاضی و شیمی قبول شده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزانی که فقط در یکی از دو درس ریاضی یا شیمی قبول شده‌اند، ۲۰ نفر و تعداد دانش‌آموزانی که در هیچ‌کدام از این دو درس قبول نشده‌اند، ۳۰ نفر باشد، تعداد دانش‌آموزان این کلاس کدام است؟ (صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۵) (آزمون کانون - ۱۵ آذر ۹۸)

۴۵ (۱) ۶۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴)

۸۱. در یک گروه ۵۰ نفره، ۲۵ نفر عینکی و ۲۰ نفر چپ‌دست هستند. اگر در این گروه ۱۵ نفر نه عینکی باشند و نه چپ‌دست، چند درصد از افراد این گروه هم عینکی و هم چپ‌دست هستند؟ (صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۵) (آزمون کانون - ۳ آبان ۹۸)

۱۵ (۱) ۵ (۲) ۲۰ (۳) ۱۰ (۴)

۸۲. در یک کلاس ۴۰ نفری، ۱۸ نفر در فوق برنامه هنری و ۲۱ نفر در فوق برنامه علمی شرکت کرده‌اند. اگر ۹ نفر آنها در این دو برنامه شرکت نکرده باشند، چند نفر آنان در هر دو برنامه شرکت کرده‌اند؟ (صفحه ۱۲ - کار در کلاس - مشابه ۲) (سراسری انسانی - ۹۵)

۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۸۳. در یک کلاس ۳۰ نفری، اگر ۹ نفر در برنامه‌های پژوهشی و ۴ نفر هم در هر دو نوع برنامه پژوهشی و پرورشی شرکت کرده باشند و ۷ نفر در هیچ‌کدام از برنامه‌ها شرکت نکرده باشند، چند نفر فقط در برنامه‌های پرورشی شرکت کرده‌اند؟ (صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۶) (آزمون کانون - ۲۱ مهر ۹۶)

۱۴ (۱) ۱۳ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴)

۸۴. در بررسی ۵۰۰ کشاورز، ۳۷۰ نفر دارای مزرعه‌ی چای و ۲۰۰ نفر دارای شالیزار هستند. تعداد آنهایی که نه مزرعه‌ی چای و نه شالیزار دارند، برابر تعداد کشاورزانی است که فقط شالیزار دارند. چند کشاورز فقط مزرعه‌ی چای دارند؟ (کشاورزان فقط چای و برنج برداشت می‌کنند). (صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۶) (سراسری تجربی - دی ۱۴۰۱)

۱۰۰ (۱) ۱۳۵ (۲) ۲۳۵ (۳) ۲۷۰ (۴)

۸۵. در یک مهمانی ۲۵ نفر شرکت کرده‌اند. اگر ۱۴ نفر چای و ۱۷ نفر قهوه نوشیده باشند و ۶ نفر نه چای و نه قهوه نوشیده باشند، چند نفر حداکثر یک نوع نوشیدنی نوشیده‌اند؟ (صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۶) (آزمون کانون - ۲۴ شهریور ۹۶)

۱۲ (۱) ۷ (۲) ۱۳ (۳) ۱۹ (۴)

۸۶. اگر ۶۰ درصد دانش‌آموزان یک کلاس عضو تیم فوتبال و ۵۰ درصد عضو تیم والیبال باشند و ۱۰ درصد عضو هیچ‌کدام از این دو تیم نباشند، چند درصد از دانش‌آموزان حداکثر در یکی از دو تیم حضور دارند؟ (صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۶) (آزمون کانون - ۱۹ مهر ۹۸)

۳۰ (۱) ۳۵ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴)

۸۷. $\frac{2}{5}$ از دبیران مدرسه‌ی A با $\frac{1}{3}$ از دبیران مدرسه‌ی B مشترک هستند. اگر تعداد کل دبیران این دو مدرسه، ۴۵ نفر باشد، در این صورت چه تعداد از دبیران این دو مدرسه فقط در یک مدرسه تدریس می‌کنند؟ (صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۶) (آزمون کانون - ۱۸ مهر ۹۹)

۲۰ (۱) ۱۵ (۲) ۱۰ (۳) ۳۵ (۴)

۸۸. در یک نظرسنجی از ۱۱۰ مشتری یک فروشگاه زنجیره‌ای مشخص شد که در یک ماه گذشته ۷۰ نفر آنها از محصولات شرکت A و ۵۷ نفر از محصولات شرکت B خرید کرده‌اند. همچنین ۳۲ نفر نیز اعلام کرده‌اند که در این مدت از محصولات هر دو شرکت خرید کرده‌اند. چه تعداد از این افراد دقیقاً از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند؟ (منطبق بر کتاب درسی - صفحه ۱۳ - تمرین ۶)

۹۵ (۱) ۱۵ (۲) ۶۳ (۳) ۷۸ (۴)

۸۹. تعدادی از دانش‌آموزان یک کلاس ۴۰ نفری، خود را برای شرکت در المپیادهای ریاضی و شیمی آماده می‌کنند. می‌دانیم ۲۰ نفر از دانش‌آموزان این کلاس یا در هر دو المپیاد ثبت‌نام کرده‌اند یا در هیچ‌کدام ثبت‌نام نکرده‌اند. اگر ۱۵ نفر فقط در المپیاد ریاضی ثبت‌نام کرده باشند، چه تعداد از دانش‌آموزان این کلاس در المپیاد شیمی ثبت‌نام کرده‌اند؟ (صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۶) (آزمون کانون - ۱۹ مهر ۹۸)

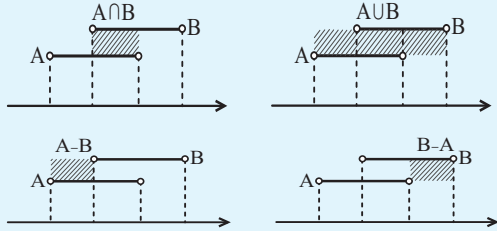
دقیقاً ۵ نفر (۱) از ۵ تا ۲۵ نفر (۲) دقیقاً ۱۰ نفر (۳) از ۱۰ تا ۲۵ نفر (۴)

۹۰. دانش‌آموزان یک کلاس ۲۱ نفره حداقل به یکی از زمینه‌های ورزش، مطالعه یا موسیقی علاقه‌مند هستند. ۱۱ نفر به ورزش، ۹ نفر به مطالعه، ۳ نفر به ورزش و مطالعه، ۴ نفر به ورزش و موسیقی و ۴ نفر به موسیقی و مطالعه علاقه‌مندند. یک دانش‌آموز هم به تمام فعالیت‌ها علاقه دارد. از میان دانش‌آموزان، چند نفر به موسیقی علاقه‌مندند؟ (صفحه ۱۳ - مرتبط با تمرین ۶) (آزمون کانون - ۴ آبان ۹۷)

۶ (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

راهبرد حل تیپ (۲)

- [۱] همواره به باز یا بسته بودن ابتدا و انتهای بازه توجه کنید.
- [۲] اگر عدد k متعلق به بازه (a, b) باشد، آنگاه: $a < k < b$
- [۳] برای انجام اعمال روی بازه‌ها، ابتدا بازه‌ها را روی محور اعداد مشخص کنید و سپس عملیات را انجام دهید.
- [۴] اجتماع، اشتراک و تفاضل دو بازه در محورهای زیر، هاشور زده شده است.



گزینه ۲

برای اینکه مجموعه $B = \{x \in A \mid -1 < x < 2\}$ یک بازه را نمایش دهد، باید A نیز خود یک بازه باشد. در گزینه‌ی (۲) داریم: $Q \cup Q' = R$

که به صورت بازه‌ی $(-\infty, +\infty)$ است. گزینه‌ی (۱) به صورت مجموعه‌ای از بازه‌ها است و گزینه‌ی (۳) نیز به صورت مجموعه‌ی $\{-1, -2, \dots\}$ است و گزینه‌ی (۴) را به صورت مجموعه‌ای از بازه‌ها نمی‌توان نشان داد.

گزینه ۳

بازه‌ی $\{2n-1, 3n+14\}$ شامل عدد ۵ است، بنابراین:

$$2n-1 < 5 \leq 3n+14$$

نامساوی فوق را به دو نامساوی زیر، تبدیل کرده و اشتراک جواب‌هایشان را می‌یابیم:

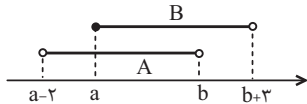
$$\Rightarrow \begin{cases} 2n-1 < 5 \Rightarrow 2n < 6 \Rightarrow n < 3 & \text{(I)} \\ 5 \leq 3n+14 \Rightarrow -9 \leq 3n \Rightarrow -3 \leq n & \text{(II)} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(I) \cap (II)} -3 \leq n < 3$$

بنابراین حداقل مقدار n برابر با -3 است.

گزینه ۲

از آنجا که $a < b$ است، نمایش بازه‌های A و B روی محور اعداد به صورت زیر است:



$$A \cap B = [a, b)$$

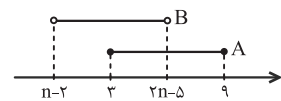
بنابراین داریم:

گزینه ۲

ابتدا توجه کنید برای اینکه $(n-2, 2n-5)$ بازه باشد، باید داشته باشیم:

$$n-2 < 2n-5 \Rightarrow n > 3$$

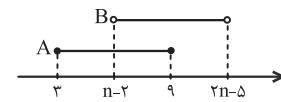
برای اینکه اشتراک دو مجموعه $A = [3, 9]$ و $B = (n-2, 2n-5)$ تهی نباشد، نمایش هندسی دو بازه، باید به یکی از دو حالت زیر باشد:



$$3 < 2n-5 < 9$$

$$\Rightarrow 8 < 2n < 14$$

$$\Rightarrow 4 < n < 7$$



$$3 < n-2 < 9$$

$$\Rightarrow 5 < n < 11$$

بنابراین حداقل مقدار طبیعی n می‌تواند ۱۰ باشد. توجه کنید که در حالت‌های فوق، حالتی که $B \subset A$ باشد، دیده شده است ولی حالتی که $A \subset B$ باشد با توجه به محدودی n امکان‌پذیر نیست و اتفاق نمی‌افتد.

پاسخ تشریحی مجموعه، الگو و دنباله

پاسخ تشریحی: فرهاد حامی، فرزانه دانایی

راهبرد حل تیپ (۱)

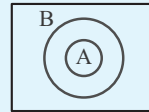
- [۱] هر عدد اعشاری متناوب، عددی گویاست؛ مانند: $0.\overline{25}$ ، $0.\overline{3}$.
- [۲] نماد \in برای عضویت و نماد \notin برای عدم عضویت اعضای یک مجموعه استفاده می‌شود. همچنین نماد \subseteq برای زیرمجموعه بودن یک مجموعه استفاده می‌شود. به عنوان مثال:

$$A = \{a, b, c\}$$

$$a \in A, d \notin A$$

$$\{a\} \subseteq A, \{a, c\} \subseteq A$$

[۳] اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه:



$$A \cap B = A$$

$$A \cup B = B$$

$$A - B = \emptyset$$

بنابراین برای مجموعه‌های $N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$ ، اشتراک، مجموعه‌ی سمت چپ و اجتماع، مجموعه‌ی سمت راست خواهد بود، یعنی:

$$N \subseteq W \Rightarrow N \cap W = N, N \cup W = W$$

$$Z \subseteq Q \Rightarrow Z \cap Q = Z, Z \cup Q = Q$$

* تذکر: در اعمال بر روی مجموعه‌ها، حتماً به پرانتزها توجه کنید. ابتدا باید عملیات داخل پرانتزها را انجام دهید.

گزینه ۳

گزینه‌ی (۱): نادرست است، زیرا $\sqrt{3} + 5$ عددی گنگ است و همچنین

$$\sqrt{3} + 5 \in (R - Q), R - Q = Q'$$

گزینه‌ی (۲): نادرست است، زیرا $-\frac{3}{4}$ عددی گویاست و عضو

مجموعه‌ی اعداد صحیح (Z) یا مجموعه‌ی اعداد گنگ (Q') نیست،

$$\text{بنابراین: } -\frac{3}{4} \notin (Z \cup Q')$$

گزینه‌ی (۳): درست است، زیرا $0.\overline{6}$ یک عدد اعشاری متناوب است که عضو

مجموعه‌ی اعداد گویاست و مجموع آن با عدد گویای $\frac{2}{3}$ نیز همچنان گویاست،

$$\text{همچنین داریم: } 0.\overline{6} + \frac{2}{3} \in (Q \cap R), Q \cap R = Q$$

گزینه‌ی (۴): نادرست است، زیرا دو عضو $\sqrt{4} = 2$ و $\sqrt{1} = 1$ از

مجموعه‌ی $\{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}\}$ اعداد طبیعی هستند، پس

مجموعه‌ی $\{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}\}$ نمی‌تواند زیرمجموعه‌ی مجموعه‌ی

اعداد گنگ باشد، بنابراین:

$$\{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}\} \not\subseteq Q'$$

گزینه ۲

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱): مجموعه‌ی A شامل همه‌ی اعداد حقیقی به جز اعداد صحیح است. مجموعه‌ی B نیز مجموعه‌ی اعداد حسابی است. پس این دو مجموعه با هم اشتراکی ندارند.

گزینه‌ی (۲): مجموعه‌ی C شامل تمام اعداد صحیح است، اما $A \cup B$ شامل اعداد صحیح منفی نیست. پس این گزینه نادرست است.

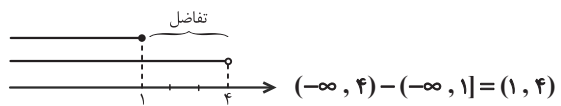
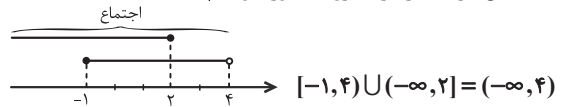
گزینه‌ی (۳): مجموعه‌ی C تمام اعداد صحیح را دارا است اما B اعداد صحیح بزرگ‌تر یا مساوی صفر را در خود دارد. پس $B - C$ برابر تهی خواهد شد.

گزینه‌ی (۴): در مجموعه‌ی A همه‌ی اعداد حقیقی جز اعداد صحیح حضور دارند. مجموعه‌ی C نیز شامل اعداد صحیح است. پس $A \cup C$

برابر همه‌ی اعداد حقیقی (R) خواهد شد.

۱.۷ گزینه ۱

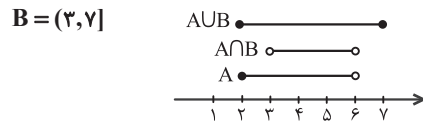
با نمایش هر یک از بازه‌ها روی محور خواهیم داشت:



بازه‌ی فوق شامل دو عدد صحیح ۲ و ۳ است.

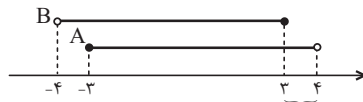
۱.۸ گزینه ۲

مطابق شکل زیر، از آنجا که $A \cap B = (3, 6)$ پس مجموعه‌ی B از عدد ۳ (بدون احتساب خود ۳) شروع می‌شود و چون $A \cup B = [2, 7]$ مجموعه‌ی B به عدد ۷ (با احتساب خود ۷) ختم می‌شود، پس:



۱.۹ گزینه ۱

$A = [-3, 4)$
 $B = \{x \in \mathbb{R} \mid (-x) \in A\}$
 $-3 \leq -x < 4 \Rightarrow -4 < x \leq 3 \Rightarrow B = (-4, 3]$



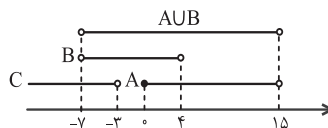
۱.۱۰ گزینه ۳

$\begin{cases} A - B = [-1, 4) - (-5, 2] = (2, 4) \\ B - A = (-5, 2] - [-1, 4) = (-5, -1) \end{cases}$
 $\Rightarrow (A - B) \cup (B - A) = (-5, -1) \cup (2, 4)$
 بنابراین این مجموعه شامل بازه‌ی $(2, 4)$ است.

۱.۱۱ گزینه ۱

وقتی $-15 < x < 13$ ، قدرمطلق x که مقادیر نامنفی هستند برابر است با: $0 \leq x < 15$ ، بنابراین: $A = [0, 15)$

$A = [0, 15)$ ، $B = (-7, 4)$ ، $C = (-\infty, -3)$

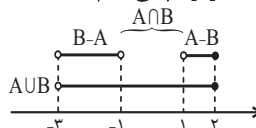


$(A \cup B) - C = (-7, 15) - (-\infty, -3) = [-3, 15)$

بازه‌ی فوق شامل اعداد صحیح -۳ تا ۱۴ است که تعدادشان ۱۸ تاست.

۱.۱۲ گزینه ۴

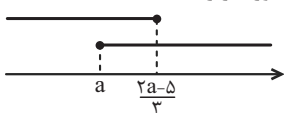
ابتدا نمایش هندسی مجموعه‌های داده شده را رسم می‌کنیم:



$A \cap B = [-1, 1]$ با توجه به نمودار، مشخص است که:
 از طرفی داریم: $(A - B) \cup (A \cap B) = A$ ، بنابراین:
 $A = (A - B) \cup (A \cap B) = (1, 2] \cup [-1, 1] = [-1, 2]$
 پس مجموعه‌ی A ، شامل چهار عدد صحیح ۲، ۱، ۰، -۱ است.

۱.۱۳ گزینه ۴

نمایش هندسی دو بازه می‌تواند به صورت زیر باشد:

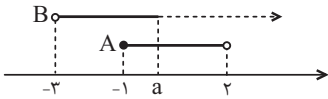


برای اینکه اشتراک دو بازه، یک مجموعه‌ی تک عضوی باشد، دو بازه فقط باید در یک نقطه اشتراک داشته باشند، بنابراین:

$a = \frac{2a-5}{3} \Rightarrow 3a = 2a-5 \Rightarrow a = -5$

۱.۱۴ گزینه ۱

نمایش هندسی دو بازه را رسم می‌کنیم.



چون اشتراک دو مجموعه غیر تهی است، پس a باید عددی بزرگتر یا مساوی -۱ باشد؛ لذا $a \geq -1$.

۱.۱۵ گزینه ۲

راه حل اول: از آنجا که $m < -1$ ، بنابراین $m < \frac{1}{m} < -\frac{1}{m} < -m$ است. در نتیجه:

$[\frac{1}{m}, -m] \cap [m, -\frac{1}{m}] = [\frac{1}{m}, -\frac{1}{m}]$

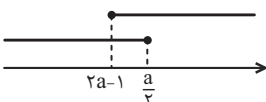
چون $m < -1$ است؛ پس تنها عدد صحیح موجود در بازه‌ی $[\frac{1}{m}, -\frac{1}{m}]$ ، عدد صفر است.

راه حل دوم: می‌توانیم یک عدد دلخواه در نظر بگیریم. به عنوان مثال $m = -2$ ، بنابراین:

$[\frac{1}{m}, -m] \cap [m, -\frac{1}{m}] \xrightarrow{m=-2} [-\frac{1}{2}, 2] \cap [-2, \frac{1}{2}] = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

۱.۱۶ گزینه ۱

نمایش هندسی بازه‌ها می‌تواند به صورت زیر باشد:

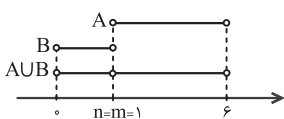


برای اینکه اجتماع دو بازه‌ی فوق برابر با مجموعه‌ی اعداد حقیقی شود، باید:

$2a-1 \leq \frac{a}{2} \Rightarrow 2a - \frac{a}{2} \leq 1 \Rightarrow \frac{3a}{2} \leq 1 \Rightarrow a \leq \frac{2}{3}$

۱.۱۷ گزینه ۱

با توجه به اطلاعات مسأله، دو بازه باید به صورت زیر باشند:



بنابراین: $n + m = 1 + 1 = 2$

۱.۱۸ گزینه ۳

با توجه به اینکه اجتماع دو مجموعه بازه‌ی $[-2, 8)$ است، پس a ابتدای بازه و b انتهای بازه است و داریم:

$[a, 6] \cup (-1, b) = [-2, 8) \Rightarrow a = -2, b = 8$

بنابراین: $A = [-2, 6]$ ، $B = (-1, 8)$

در نتیجه: $A - B = [-2, -1]$ ؛ اعداد صحیح: $\{-2, -1\}$

۲۲. گزینه ۳

گزینه‌ی (۱):

$$A_1 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 > 25\} = \{6, 7, 8, \dots\} \quad \text{نامتناهی:}$$

$$A_2 = \{x \mid 1000 < x < 10000\} \quad \text{گزینه‌ی (۲):}$$

$$= \{10009, 10013, \dots\} \quad \text{نامتناهی:}$$

$$A_3 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x > 9, x < 100\} \quad \text{گزینه‌ی (۳):}$$

$$= \{10, 11, 12, \dots, 99\} \quad \text{متناهی:}$$

$$A_4 = \{x \mid 100 < x < 1000\} \quad \text{گزینه‌ی (۴):}$$

$$= (-\infty, 1000) \quad \text{نامتناهی:}$$

۲۳. گزینه ۳

$$C = \{x^3 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\} = \{1, 8, 27, 64, \dots, 1000\}$$

سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی (۱): این مجموعه نامتناهی است، چون بی‌نهایت عدد حقیقی کوچک‌تر از ۵ وجود دارد.

گزینه‌ی (۲): این مجموعه نامتناهی است، زیرا:

$$1 - x < 3 \Rightarrow x > 1 - 3 \Rightarrow x > -2$$

$$\Rightarrow B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

گزینه‌ی (۴): این مجموعه نامتناهی است، زیرا:

$$D = \{-2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

۲۴. گزینه ۱

ابتدا اعضای هر یک از مجموعه‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$A = \{n \in \mathbb{Z} \mid \frac{f}{n} \in \mathbb{Z}\} = \{\pm 4, \pm 2, \pm 1\} \quad \text{متناهی} \rightarrow$$

$$B = \{n \in \mathbb{Z} \mid \frac{(-1)^n}{n} \in \mathbb{Z}\} = \{-1, 1\} \quad \text{متناهی} \rightarrow$$

$$C = \{n \in \mathbb{W} \mid \frac{1}{n} < 1\} = \{2, 3, 4, \dots\} \quad \text{نامتناهی} \rightarrow$$

۲۵. گزینه ۳

ابتدا اعضای مجموعه‌های A و B را مشخص می‌کنیم:

$$A = \left\{ \frac{1}{x} \mid x \in \mathbb{N} \right\} = \left\{ \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{x}{8} \mid x \in \mathbb{N} \right\} = \left\{ \frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \dots \right\}$$

$$A - B = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots \right\} \quad \text{گزینه‌ی (۱): نامتناهی:}$$

$$B - A = \left\{ \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, \frac{9}{8}, \frac{10}{8}, \dots \right\} \quad \text{گزینه‌ی (۲): نامتناهی:}$$

$$A \cap B = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \right\} \quad \text{گزینه‌ی (۳): متناهی:}$$

گزینه‌ی (۴): مجموعه‌های A و B نامتناهی هستند و اجتماع هر دو مجموعه‌ی نامتناهی، نامتناهی است.

۲۶. گزینه ۳

گزینه‌ی (۱): اشتراک دو مجموعه‌ی نامتناهی و متناهی، همواره متناهی است، پس $A \cap B$ متناهی است.

گزینه‌ی (۲): تفاضل هر مجموعه‌ای از یک مجموعه‌ی متناهی، همواره متناهی است، پس $B - A$ متناهی است.

گزینه‌ی (۳): تفاضل یک مجموعه‌ی متناهی از یک مجموعه‌ی نامتناهی، همواره نامتناهی است، پس $A - B$ نامتناهی است.

گزینه‌ی (۴): به کمک نمودار ون می‌توان نشان داد که $(A - B) - A = \emptyset$ است که مجموعه‌ی تهی، متناهی است.

۱۹. گزینه ۴

هر یک از مجموعه‌ها را تشکیل می‌دهیم:

$$A_1 = (-1, 1), \quad A_2 = (-2, 2), \quad A_3 = (-3, 3)$$

$$\{A_1 \cup A_2 \cup A_3 = (-3, 3)\}$$

$$\{A_1 \cap A_2 = (-1, 1)\}$$

$$\text{تفاضل} = (-3, 3) - (-1, 1) = (-3, -1] \cup [1, 3)$$

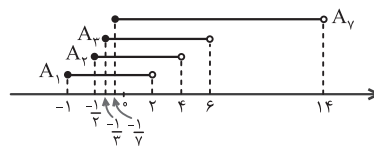
۲۰. گزینه ۳

هر یک از مجموعه‌ها را تشکیل می‌دهیم:

$$A_1 = [-1, 2), \quad A_2 = [-\frac{1}{2}, 4), \quad A_3 = [-\frac{1}{3}, 6)$$

$$A_4 = [-\frac{1}{4}, 14)$$

با توجه به نمایش هندسی بازه‌ها روی محور، خواهیم داشت:



$$A_1 \cap A_2 \cap A_3 = [-\frac{1}{3}, 2)$$

$$\Rightarrow (A_1 \cap A_2 \cap A_3) \cup A_4 = [-\frac{1}{3}, 2) \cup [-\frac{1}{4}, 14)$$

$$= [-\frac{1}{3}, 14)$$

راهبرد حل تیب (۳)

اگر تعداد اعضای یک مجموعه قابل شمارش باشد (هر چقدر هم که آن مجموعه بزرگ باشد)، آنگاه مجموعه متناهی است.

توجه کنید که بازه‌ی $[a, b]$ یک مجموعه‌ی نامتناهی است.

۱۱ در موارد زیر، می‌توان در مورد متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌ی حاصل، اظهار نظر قطعی کرد:

$$\{ \text{نامتناهی} \} \cup \{ \text{هر مجموعه‌ای} \} = \{ \text{نامتناهی} \}$$

$$\{ \text{متناهی} \} \cap \{ \text{هر مجموعه‌ای} \} = \{ \text{متناهی} \}$$

$$\{ \text{متناهی} \} - \{ \text{هر مجموعه‌ای} \} = \{ \text{متناهی} \}$$

$$\{ \text{نامتناهی} \} - \{ \text{متناهی} \} = \{ \text{نامتناهی} \}$$

$$\{ \text{متناهی} \} = \{ \text{متناهی} \} \text{ (هر عملیاتی) } \{ \text{متناهی} \}$$

در بقیه‌ی موارد نمی‌توان در حالت کلی اظهار نظر قطعی کرد.

۱۲ [۲] کافی است مجموعه‌ی A، یک زیرمجموعه‌ی نامتناهی نامتناهی داشته باشد، آنگاه مجموعه‌ی A نامتناهی است.

$$\{ \text{نامتناهی} \} \subseteq A \Rightarrow A \text{ نامتناهی است.}$$

اگر A، زیرمجموعه‌ی یک مجموعه‌ی متناهی باشد، آنگاه A متناهی است.

$$A \subseteq \{ \text{متناهی} \} \Rightarrow A \text{ متناهی است.}$$

۲۱. گزینه ۴

گزینه‌ی (۱): نامتناهی است، زیرا بر یک دایره، بی‌شمار خط مماس، قابل رسم است.

گزینه‌ی (۲): بین هر دو عدد گویای دلخواه می‌توان بی‌شمار عدد گویا قرار داد، پس این مجموعه نامتناهی است.

$$\frac{a+b}{2}$$

توجه کنید که اگر a و b دو عدد گویا باشند، آنگاه $\frac{a+b}{2}$

بین a و b است.

گزینه‌ی (۳): بازه‌ی (a, b) نامتناهی است. ($b > a$)

گزینه‌ی (۴): در میان اعداد حقیقی مثبت، عددی که با معکوس خود برابر است تنها عدد ۱ است، پس این مجموعه متناهی است.

راهبرد حل تیپ (۴)

[۱] اگر U مجموعه مرجع و $A \subseteq U$ باشد، متمم مجموعه A برابر $A' = U - A$ است با:

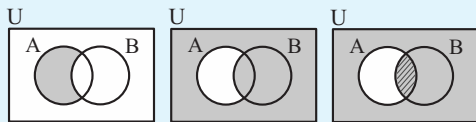
[۲] برای ساده کردن عبارت‌ها، می‌توان از خواص متمم مجموعه‌ها استفاده کرد:

$$\begin{aligned} (A')' &= A \\ (A \cap B)' &= A' \cup B' \\ (A \cup B)' &= A' \cap B' \\ A - B &= A \cap B' \end{aligned}$$

[۳] اگر $A \subseteq B$ ، آنگاه $B' \subseteq A'$.

[۴] در بعضی موارد بهتر است برای به دست آوردن حاصل عبارت‌ها، از نمودار ون استفاده کرد و عملیات هر مرحله را روی آن نشان داد. به عنوان مثال:

$$(A \cap B)' \cap A = (A - B)' \cap A$$



$$A - B \quad (A - B)' \quad (A - B)' \cap A = A \cap B'$$

توجه کنید که برای رسم نمودار ون دو مجموعه، آنها را در حالت کلی باید رسم کنید، یعنی دو مجموعه که در قسمتی با هم اشتراک دارند.

۳.۱ گزینه ۳

N' را برای هر یک از گزینه‌ها به دست می‌آوریم:

- (۱) نامتناهی: $N' = Q - N$: گزینه‌ی (۱)
- (۲) نامتناهی: $N' = Z - N = \{0, -1, -2, \dots\}$: گزینه‌ی (۲)
- (۳) متناهی: $N' = \frac{(W \cap Q)}{W} - N = W - N = \{0\}$: گزینه‌ی (۳)
- (۴) نامتناهی: $N' = R - N$: گزینه‌ی (۴)

۳.۲ گزینه ۲

- گزینه‌ی (۱): $-2/1 \notin N \Rightarrow -2/1 \in N'$
- گزینه‌ی (۲): $2\sqrt{5}$ عددی گنگ است و $R - Q' = Q$ پس:
- گزینه‌ی (۳): $2\sqrt{5} \notin (R - Q')$
- گزینه‌ی (۴): $-\frac{0}{3} = -\frac{1}{3} \in Q$
- گزینه‌ی (۴): $\sqrt{2} \notin Z \Rightarrow \sqrt{2} \in Z'$

۳.۳ گزینه ۴

$$\begin{aligned} A &= \{x \in N \mid x^2 < 100\} = \{1, 2, 3, \dots, 9\} \\ A' &= N - A = \{10, 11, 12, \dots\} = \{x \in N \mid x > 9\} \end{aligned}$$

۳.۴ گزینه ۴

- گزینه‌ی (۱): $A' \cup \emptyset' = A' \cup U = U$
- گزینه‌ی (۲): $(A \cup \emptyset') \cup U = (A \cup \emptyset) \cup U = A \cup U = U$
- گزینه‌ی (۳): $(A \cap \emptyset) \cup A' = \emptyset \cup A' = A'$
- گزینه‌ی (۴): $(A' \cap \emptyset) \cup A = \emptyset \cup A = A$

۳.۵ گزینه ۱

$$\begin{aligned} A &= \{4, 5, 6\} \text{ و } B' = \{1, 2, 3, 4\} \\ A - B &= A \cap B' = \{4\} \end{aligned}$$

۲.۲ گزینه ۲

مجموعه‌ی $\{x \in Z \mid x < -2\}$ برابر است با: $\{-3, -4, \dots\}$ که یک مجموعه نامتناهی است. بنابراین مجموعه‌ی A یک زیرمجموعه نامتناهی دارد، در نتیجه خود مجموعه‌ی A نیز نامتناهی است. مجموعه‌ی $\{x \in W \mid 1 < x < 158\}$ برابر است با:

$\{2, 3, \dots, 157\}$ که یک مجموعه متناهی است، بنابراین مجموعه‌ی B ، زیرمجموعه‌ی یک مجموعه متناهی است، در نتیجه خود مجموعه‌ی B نیز متناهی است.

۲.۸ گزینه ۳

مجموعه‌ی A زیرمجموعه‌ی یک مجموعه نامتناهی است، بنابراین می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد، پس $A \cap B = A$ می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد. به همین ترتیب $B - A$ نیز می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد و از آنجا که $A \subseteq B$ ، بنابراین $A - B = \emptyset$ همواره متناهی و $A \cup B = A$ همواره نامتناهی است.

۲.۹ گزینه ۳

مجموعه‌ی A متناهی است و اشتراک یک مجموعه نامتناهی با هر مجموعه‌ای، متناهی خواهد بود؛ بنابراین مجموعه‌ی $A \cap (B \cup C)$ متناهی است.

از آنجا که مجموعه‌ی A متناهی است، بنابراین مجموعه‌ی $A \cap C$ نیز متناهی است. مجموعه‌ی B نامتناهی است و تفاضل مجموعه‌ی متناهی از یک مجموعه نامتناهی، همواره نامتناهی خواهد بود، بنابراین مجموعه‌ی $B - (A \cap C)$ نامتناهی است.

۳.۰ گزینه ۱

ابتدا هر یک از مجموعه‌ها را با اعضایشان مشخص می‌کنیم:

$$A = \left\{ \frac{6n}{n+1} \in N \mid n \in N \right\}$$

$$\frac{6n}{n+1} = \frac{6(n+1-1)}{n+1} = \frac{6(n+1)-6}{n+1} = 6 - \frac{6}{n+1}$$

باید $6 - \frac{6}{n+1}$ یعنی خروجی‌ها، عددی طبیعی باشند، پس مخرج کسر یعنی $n+1$ باید مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد ۶ باشد، یعنی ۱، ۲، ۳ و ۶، پس داریم:

$$\begin{aligned} n+1=1 &\Rightarrow n=0 \quad \text{غ.ق.ق} \\ n+1=2 &\Rightarrow n=1, \quad 6 - \frac{6}{2} = 3 \\ n+1=3 &\Rightarrow n=2, \quad 6 - \frac{6}{3} = 4 \\ n+1=6 &\Rightarrow n=5, \quad 6 - \frac{6}{6} = 5 \\ \Rightarrow A &= \{3, 4, 5\} \end{aligned}$$

از طرفی داریم:

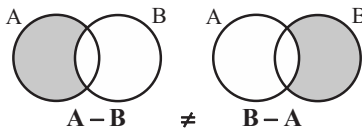
$B = \{3n \mid n \in N\} = \{3, 6, 9, \dots\}$ بنابراین A یک مجموعه متناهی و B یک مجموعه نامتناهی است. تفاضل هر مجموعه‌ای، از یک مجموعه متناهی، همواره متناهی است، بنابراین:

متناهی = هر مجموعه‌ای - متناهی: $A - (A \cup B)$ اشتراک یک مجموعه متناهی و یک مجموعه نامتناهی، همواره متناهی خواهد بود، پس $A \cap B$ متناهی است و تفاضل یک مجموعه متناهی از یک مجموعه نامتناهی، همواره نامتناهی است، بنابراین: نامتناهی = متناهی - نامتناهی: $B - (A \cap B)$

$$\left. \begin{aligned} \{1\} \subseteq Q' \cup N \\ \{1\} \not\subseteq W' \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q' \cup N \not\subseteq W' \quad \text{در گزینه‌ی «۳» داریم:}$$

گزینه ۳ .۴۱

گزینه (۱): $A \cap B' = A - B$
در صورتی برابر با تهی می‌شود که $A \subseteq B$ باشد که از $A \cup B = U$ نمی‌توان نتیجه گرفت که $A \subseteq B$ است.
گزینه (۲):



در هیچ حالتی $A - B = B - A$ نیست مگر اینکه $A = B$ باشد که از $A \cup B = U$ نمی‌توان نتیجه گرفت که $A = B$ است.

گزینه (۳): با توجه به نمودار ون زیر، داریم:



گزینه (۴): $A' = U - A = (A \cup B) - A = B - A$
 $A' \cup B' = (A \cap B)' = U - (A \cap B)$
عبارت بالا در صورتی برابر با U می‌شود که $A \cap B = \emptyset$ باشد که از $A \cup B = U$ نمی‌توان نتیجه گرفت که $A \cap B = \emptyset$ است.

گزینه ۲ .۴۲

با توجه به اطلاعات مسأله داریم:

 $A' \Leftarrow$ نامتناهی A می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد. $B' \Leftarrow$ متناهی B نامتناهی است. $C' \Leftarrow$ متناهی C نامتناهی است.

حال هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه (۱): نامتناهی - نامتناهی $B' - A' =$ متناهی یا نامتناهیگزینه (۲): متناهی $C' \cap B' =$ نامتناهی \cap متناهیگزینه (۳): نامتناهی $(A' \cap C') \cup B' =$ نامتناهی \cup نامتناهی = نامتناهیگزینه (۴): نامتناهی = متناهی - نامتناهی $C - B =$

گزینه ۳ .۴۳

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < 2 - x \leq 5\}$$

$$-1 < 2 - x \leq 5 \xrightarrow{-x(-1)} -5 \leq x - 2 < 1 \xrightarrow{+2} -3 \leq x < 3 \Rightarrow A = [-3, 3)$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{2x+3}{x} \in \mathbb{W}\}$$

برای آنکه عبارت $\frac{2x+3}{x} = 2 + \frac{3}{x}$ عضو مجموعه‌ی اعداد حسابیباشد، باید x برابر با ۱ یا ± 3 باشد، پس: $B = \{1, \pm 3\}$ ، بنابراین:

$$A \cap B' = A - B = [-3, 3) - \{1, \pm 3\} = (-3, 3) - \{1\}$$

مجموعه‌ی فوق فقط شامل عدد طبیعی ۲ است.

گزینه ۳ .۴۴

$$A = \{a \mid -a \in \mathbb{N}\}$$

$$-a \in \mathbb{N} \Rightarrow -a = 1, 2, 3, \dots \Rightarrow a = -1, -2, -3, \dots$$

$$\Rightarrow A = \{\dots, -3, -2, -1\}$$

$$\Rightarrow A' = \mathbb{Z} - A = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$B = \{1 - b \mid -b \in \mathbb{W}\}$$

$$-b \in \mathbb{W} \Rightarrow -b = 0, 1, 2, \dots \Rightarrow 1 - b = 1, 2, 3, \dots$$

گزینه ۴ .۳۶

ابتدا مجموعه‌های A و B را مشخص می‌کنیم. توجه کنید که A و B زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی مرجع داده شده هستند.

$$A = \{\text{اعداد اول یک رقمی}\} = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$B = \{3k - 2 \mid k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 4\} = \{1, 4, 7, 10\}$$

$$A - B = \{2, 3, 5, 7\} - \{1, 4, 7, 10\} = \{2, 3, 5\}$$

$$(A - B)' = M - (A - B)$$

$$= \{1, 2, 3, \dots, 10\} - \{2, 3, 5\} = \{1, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

دارای ۷ عضو است.

گزینه ۲ .۳۷

هر چه تعداد عضوهای یک مجموعه کمتر باشد، تعداد عضوهای متمم آن مجموعه بیشتر خواهد بود. بنابراین کافی است تعداد عضوهای هر یک از مجموعه‌ها را مشخص کنیم. توجه کنید که هر یک از مجموعه‌ها، زیرمجموعه‌ی مجموعه‌ی مرجع داده شده هستند.

گزینه (۱):

$$10 = \text{تعداد عضوها} \rightarrow \{1, 3, 5, \dots, 19\} = \text{اعداد فرد}$$

گزینه (۲): $2 = \text{تعداد عضوها} \rightarrow \{1, 3\} = \text{مقسوم‌علیه‌های عدد ۳}$

گزینه (۳):

$$8 = \text{تعداد عضوها} \rightarrow \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\} = \text{اعداد اول}$$

گزینه (۴):

$$4 = \text{تعداد عضوها} \rightarrow \{1, 4, 9, 16\} = \text{اعداد مربع کامل}$$

بنابراین تعداد عضوهای مجموعه‌ی گزینه‌ی (۲) از بقیه کمتر است، در نتیجه تعداد عضوهای مجموعه‌ی متمم آن از بقیه بیشتر خواهد بود.

گزینه ۳ .۳۸

گزینه (۱): $B - A$ الزاماً متناهی است.گزینه (۲): A' می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد.گزینه (۳): B' حتماً نامتناهی است.گزینه (۴): $A \cap B$ حتماً متناهی است.

بنابراین گزینه‌ی «۲» صحیح است.

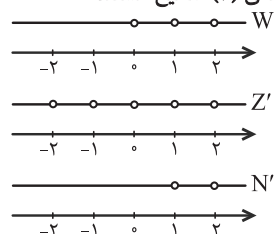
گزینه ۲ .۳۹

مجموعه‌ای نامتناهی و $A \subseteq B$ است، پس مجموعه‌ی B نیز نامتناهی است. حال هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:گزینه (۱): نامتناهی - نامتناهی $B' = U - B =$ متناهی یا نامتناهیگزینه (۲): نامتناهی: $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$ گزینه (۳): نامتناهی یا نامتناهی = نامتناهی - نامتناهی $B - A =$ گزینه (۴): نامتناهی $A' \cap B' = (A \cup B)'$

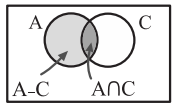
$$\frac{A \subseteq B}{A \cup B = B} \rightarrow B' = \text{نامتناهی یا نامتناهی}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) الزاماً نامتناهی است.

گزینه ۳ .۴۰

با توجه به مجموعه‌های W' ، Z' و N' که نشان داده شده‌اند، تمام گزینه‌ها به جز گزینه‌ی (۳) صحیح هستند.

۵۰. گزینه ۱



با توجه به نمودار ون مقابل، داریم:

$$(A - C) \cup (A \cap C) = A$$

از طرفی داریم:

$$B - A' = B \cap (A')' = B \cap A$$

با توجه به اینکه همواره $(A \cap B) \subset A$ است، خواهیم داشت:

$$(A - C) \cup (A \cap C) \cup (B - A') = A \cup (A \cap B) = A$$

۵۱. گزینه ۳

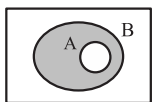
طبق فرض داریم:

$$A' \cup B = M \xrightarrow{\text{متمم}} (A' \cup B)' = M'$$

$$\Rightarrow (A' \cap B)' = \emptyset \Rightarrow A \cap B' = \emptyset \Rightarrow A - B = \emptyset$$

$$\Rightarrow A \subset B$$

حال هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.
گزینه (۱): اگر $A \neq B$ ، با توجه به نمودار ون مقابل داریم: $B - A \neq \emptyset$



گزینه (۲): اگر $A \subset B$ ، آنگاه: $A \cap B = A$ (غیر تهی است).

$$B' - A' = A - B = \emptyset$$

گزینه (۳):

$$A' - B' = B - A$$

گزینه (۴):

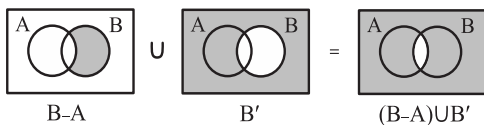
که در گزینه (۱) نشان دادیم: $B - A$ همواره تهی نیست.

۵۲. گزینه ۱

با توجه به اینکه $A - B = A \cap B'$ ، داریم:

$$(B \cap A') \cup B' = (B - A) \cup B'$$

با استفاده از نمودار ون، داریم:

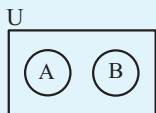


طبق نمودار زیر، متمم $(B - A) \cup B'$ برابر است با:

$$((B - A) \cup B')' = A \cap B$$

راهبرد حل تیپ (۵)

[۱] اگر اشتراک دو مجموعه، تهی باشد، آنگاه دو مجموعه را جدا از هم (مجزا) می‌گویند و نمودار ون آنها به صورت زیر است:



[۲] برای دو مجموعه‌ی جدا از هم A و B، همواره داریم:

$$\begin{cases} A - B = A \\ B - A = B \end{cases} \quad \begin{cases} A \subseteq B' \\ B \subseteq A' \end{cases}$$

۵۳. گزینه ۴

$E - F = E$ است، یعنی در مجموعه‌ی E هیچ عضوی وجود ندارد که در مجموعه‌ی F نیز موجود باشد، بنابراین داریم:

$$E \cap F = \emptyset$$

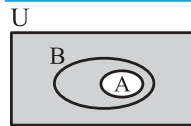
لذا، دو مجموعه‌ی مذکور هیچ اشتراکی با هم ندارند و دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند.

$$\Rightarrow B = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\Rightarrow B' = Z - B = \{\dots, -2, -1, 0\}$$

$$\Rightarrow A' \cap B' = \{0\}$$

۴۵. گزینه ۳



A' در نمودار مقابل، سایه زده شده است. واضح است که کل مجموعه‌ی B زیرمجموعه‌ی A' نیست.

از طرفی $A \cap B = A$ است و A نیز زیرمجموعه‌ی A' نیست. همچنین داریم: $B' \cap A = A \cap B' = A - B$ که با توجه به نمودار، $A - B = \emptyset$ است و \emptyset زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است، بنابراین: $(B' \cap A = \emptyset) \subseteq A'$

نادرستی گزینه‌ی (۴) را با مشخص کردن مجموعه روی نمودار ون، بررسی کنید.

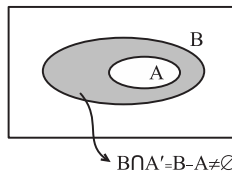
۴۶. گزینه ۴

می‌دانیم اگر $A \subset B$ آنگاه $A \cap B = A$ و $A - B = \emptyset$ ، حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه (۱): درست $B - A' = B \cap (A')' = B \cap A = A$

گزینه (۲): درست $A - B' = A \cap (B')' = A \cap B = A$

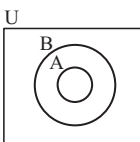
گزینه (۳): درست $A \cap B' = A - B = \emptyset$



پس گزینه‌ی (۴) پاسخ سؤال است، برای درک نادرستی گزینه‌ی (۴) به نمودار ون مقابل توجه کنید.

۴۷. گزینه ۳

با توجه به نمودار ون داریم:



گزینه (۱): نادرست است، زیرا:

$$A \subset B \Rightarrow B' \subset A' \Rightarrow A' \cup B' = A'$$

گزینه (۲): نادرست است، زیرا:

$$A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$$

گزینه (۳): درست است.

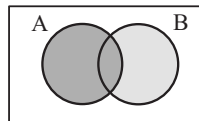
با توجه به نمودار ون، $A' \cup B = U$ است (نمودار بالا را هاشور بزنید).

گزینه (۴): نادرست است، زیرا:

$$A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$$

۴۸. گزینه ۲

با توجه به نمودار ون زیر، داریم:



$$A \cup (B - A) = A \cup B$$

در نتیجه متمم $A \cup (B - A)$ برابر است با:

$$(A \cup B)' = A' \cap B' = A' - B$$

۴۹. گزینه ۳

طبق فرض مسأله، داریم:

$$((A - B) \cup (B - A))' = A \cap B$$

می‌دانیم متمم متمم یک مجموعه با خود مجموعه برابر است، پس اگر از طرفین تساوی بالا متمم بگیریم، داریم:

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cap B)' (*)$$

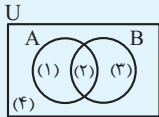
از طرفی با توجه به نمودار ون مقابل، داریم:

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

با جایگذاری در رابطه‌ی (*) خواهیم داشت:

$$(A \cup B) - (A \cap B) = S - (A \cap B) \Rightarrow A \cup B = S$$

[۲] از نمودار ون نیز می‌توان برای به دست آوردن تعداد اعضا استفاده کرد. به نمودار مقابل توجه کنید.



برای کامل کردن نمودار، معمولاً از اشتراک مجموعه‌ها شروع می‌کنیم.

$$\begin{aligned} (1) &\rightarrow n(A - B) & (2) &\rightarrow n(A \cap B) \\ (3) &\rightarrow n(B - A) & (4) &\rightarrow n(U - (A \cup B)) \end{aligned}$$

[۳] به کلمات کلیدی زیر و معادل آنها توجه کنید:

A یا B	$A \cup B$
حداقل عضو یک مجموعه	$A \cup B$
B و A	$A \cap B$
عضو هر دو مجموعه	$A - B$
فقط A	$(A - B) \cup (B - A)$
دقیقاً عضو یک مجموعه	$U - (A \cap B)$
حداکثر عضو یک مجموعه	

گزینه ۱

A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند، پس $A \cap B = \emptyset$ و لذا، $n(A \cap B) = 0$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ \Rightarrow n(A \cup B) &= 4 + 9 = 13 \end{aligned}$$

گزینه ۴

$$n(A) = m, n(B) = k, m - k = 14$$

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = 20$$

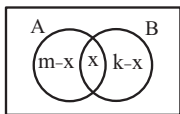
$$\Rightarrow n(A) + n(B) - n(A \cap B) - n(A \cap B) = 20$$

$$\Rightarrow m + k - 2n(A \cap B) = 20 \Rightarrow n(A \cap B) = \frac{m + k - 20}{2}$$

با توجه به اینکه $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} n(B - A) &= k - \frac{m + k - 20}{2} = \frac{2k - m - k + 20}{2} \\ &= \frac{k - m + 20}{2} = \frac{20 - (m - k)}{2} = \frac{20 - 14}{2} = 3 \end{aligned}$$

گزینه ۳



اگر تعداد اعضای مشترک A و B را x فرض کنیم، آنگاه: $n(A \cap B) = x$

از طرفی $n(A) = m$ و $n(B) = k$ و $n(A \cup B) = 11$ بنابراین:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow m + k - x = 11$$

از طرفی $m - k = 5$ ، بنابراین $k = m - 5$ ، با جایگذاری در رابطه بالا خواهیم داشت:

$$m + m - 5 - x = 11 \Rightarrow 2m = x + 16 \Rightarrow m = \frac{x}{2} + 8$$

برای آنکه m کمترین مقدار ممکن را داشته باشد، باید $x = 0$ باشد، در نتیجه $m = 8$.

گزینه ۱

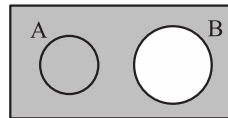
$$\forall n(A \cap B) = \frac{2}{3}n(B) = n(A) = 60$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n(B) = \frac{2}{3} \times 60 = 40 \\ n(A \cap B) = \frac{60}{3} = 20 \end{cases}$$

گزینه ۴

A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم‌اند، یعنی $A \cap B = \emptyset$ ؛ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

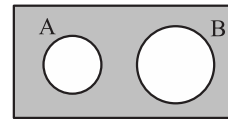
رابطه‌های گزینه‌های (۱) و (۳) با توجه به شکل زیر که در آن B' به صورت رنگی نشان داده شده است، درست هستند.



$$A \subset B' \Rightarrow A \cap B' = A$$

رابطه‌ی گزینه‌ی (۲) هم درست است، زیرا:

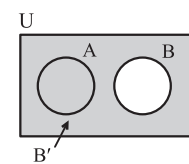
$$A - B' = A \cap (B')' = A \cap B = \emptyset$$



اما رابطه‌ی گزینه‌ی (۴) نادرست است. به شکل مقابل دقت کنید که در آن مجموعه‌ی $(A \cup B)'$ به صورت رنگی نشان داده شده است و برابر با تهی نیست.

گزینه ۲

با توجه به نمودار ون مقابل، اگر $A \subset B'$ باشد، آنگاه A و B هیچ اشتراکی ندارند و جدا از هم‌اند، پس: $A \cap B = \emptyset$



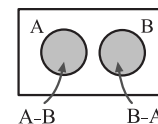
بنابراین داریم: $A - B = A$ و $B - A = B$ ، لذا:

$$((A - B) \cup (B - A))' = (A \cup B)' = A' \cap B'$$

گزینه ۴

با توجه به اینکه $(A \cup B)' = A' \cap B'$ و $A - B = A \cap B'$ ، مجموعه‌ی داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} (A \cup B)' \cup (A - B) &= (A' \cap B') \cup (A - B) \\ &= (A' \cap B) \cup (A - B) \\ &= (B \cap A') \cup (A - B) \\ &= (B - A) \cup (A - B) \end{aligned}$$



A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم‌اند. بنابراین: $A \cap B = \emptyset$ و طبق نمودار ون مقابل داریم:

$$(B - A) \cup (A - B) = B \cup A$$

گزینه ۲

به نمودار ون مقابل دقت کنید.

دو مجموعه‌ی $A - B$ و $A \cap B$

هیچ اشتراکی ندارند، بنابراین

$A \cap B$ در صورتی می‌تواند زیرمجموعه‌ی $A - B$ باشد که

$A \cap B = \emptyset$ باشد، بنابراین:

$$\begin{aligned} A' - B' &= A' \cap (B')' = A' \cap B = B \cap A' = B - A \\ &= B - \frac{(A \cap B)}{\emptyset} = B \end{aligned}$$

راهبرد حل تیب (۶)

[۱] تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه‌ی A و B برابر است با:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

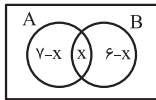
همچنین رابطه‌ی زیر نیز برقرار است:

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$



۶۸. گزینه ۳

$$A - B' = A \cap (B')' = A \cap B$$



اگر اشتراک دو مجموعه A و B را x در نظر بگیریم، با توجه به اطلاعات مسأله، نمودار ون مقابل را خواهیم داشت. از طرفی داریم:

$$\begin{aligned} n((A - B) \cup (B - A)) &= 13 \\ \Rightarrow (7 - x) + (6 - x) &= 13 \Rightarrow 13 - 2x = 13 \Rightarrow x = 0 \\ n(A - B') &= n(A \cap B) = x = 0 \end{aligned}$$

بنابراین:

۶۹. گزینه ۳

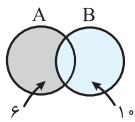
ابتدا مجموعه $B' - A$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$B' - A = B' \cap A' = (A \cup B)'$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} n(B' - A) &= n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) \\ &= 100 - 50 = 50 \end{aligned}$$

۷۰. گزینه ۱



راه حل اول: با توجه به اینکه $n(A \cup B) = 16$ و $n(B) = 10$ نمودار ون مقابل را خواهیم داشت.

از آنجا که $A \cap B' = A - B$ است، با توجه به نمودار، داریم:

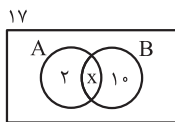
$$n(A - B) = 6$$

راه حل دوم:

$$\begin{aligned} n(A \cap B') &= n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \\ \text{برای به دست آوردن } n(A) \text{ و } n(A \cap B) \text{، داریم:} \\ n(A) + n(A') &= n(U) \Rightarrow n(A) = n(U) - n(A') \\ \Rightarrow n(A) &= 30 - 16 = 14 \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ \Rightarrow 16 &= 14 + 10 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 8 \\ \text{بنابراین داریم:} \\ n(A \cap B') &= n(A) - n(A \cap B) = 14 - 8 = 6 \end{aligned}$$

۷۱. گزینه ۲

با توجه به اطلاعات مسأله، اگر تعداد اعضای مشترک A و B را x در نظر بگیریم، نمودار ون زیر را خواهیم داشت.



از طرفی: $n(B) = 3n(A)$
 $\Rightarrow 10 + x = 3(2 + x)$
 $\Rightarrow x + 10 = 3x + 6 \Rightarrow x = 2$
 از آنجا که $A' \cap B' = (A \cup B)'$ ، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} n(A' \cap B') &= n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) \\ \text{با توجه به نمودار داریم: } n(A \cup B) &= 2 + x + 10 = 14 \\ \text{بنابراین:} \\ n(A' \cap B') &= n(U) - n(A \cup B) = 17 - 14 = 3 \end{aligned}$$

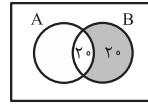
۷۲. گزینه ۳

7 عضو نه عضو A هستند نه عضو B ، یعنی: $n(A' \cap B') = 7$ در نتیجه:

$$\begin{aligned} n(A' \cap B') &= n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) \\ \Rightarrow 7 &= n(U) - n(A \cup B) \Rightarrow n(U) = 7 + n(A \cup B) \\ \text{از طرفی داریم:} \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 25 + 15 - 3 = 37 \\ \text{در نتیجه:} \\ n(U) &= 7 + n(A \cup B) = 7 + 37 = 44 \end{aligned}$$

از آنجا که $B \cap A' = B - A$ است، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) \\ &= 40 - 20 = 20 \end{aligned}$$



۶۲. گزینه ۱

می‌دانیم A و A' ، دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند و $A \cup A' = U$ ، پس:

$$\begin{aligned} n(A \cup A') &= n(A) + n(A') = n(U) \\ \Rightarrow n(U) &= 14 + 10 = 24 \end{aligned}$$

از طرفی B و B' دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند و $B \cup B' = U$ ، پس:

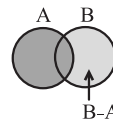
$$\begin{aligned} n(B \cup B') &= n(B) + n(B') = n(U) \\ \Rightarrow n(U) &= n(B) + 8 = 24 \Rightarrow n(B) = 16 \end{aligned}$$

۶۳. گزینه ۱

برای به دست آوردن $n(A \cup B)$ و $n(U)$ ، داریم:

$$\begin{aligned} n(A' \cap B') &= n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) \\ n(A) + n(A') &= n(U) \Rightarrow n(U) = 6 + 9 = 15 \end{aligned}$$

با توجه به نمودار مقابل، داریم:



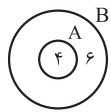
$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B - A) \\ \Rightarrow n(A \cup B) &= 9 + 3 = 12 \end{aligned}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = 15 - 12 = 3$$

۶۴. گزینه ۳

می‌دانیم اگر $B' \subseteq A'$ ، آنگاه $A \subseteq B$ ، بنابراین با توجه به اطلاعات مسأله نمودار ون مقابل را داریم:



همچنین داریم:

$$\begin{aligned} (A - B) \cup (B - A) &= B - A \\ \Rightarrow n((A - B) \cup (B - A)) &= n(B - A) = 6 \end{aligned}$$

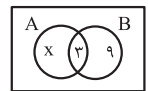
۶۵. گزینه ۳

می‌دانیم:

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ \text{برای به دست آوردن } n(A \cap B) \text{ و } n(A) \text{، داریم:} \\ n(A' \cup B') &= n((A \cap B)') = n(U) - n(A \cap B) \\ \Rightarrow n(A \cap B) &= n(U) - n(A' \cup B') = 50 - 30 = 20 \\ n(A) &= n(U) - n(A') = 50 - 20 = 30 \\ \Rightarrow n(A \cup B) &= 30 + 35 - 20 = 45 \end{aligned}$$

۶۶. گزینه ۱

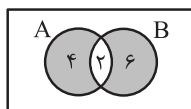
با توجه به اطلاعات مسأله، نمودار ون مقابل را خواهیم داشت. بنابراین داریم:



$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= 14 \Rightarrow x + 3 + 9 = 14 \Rightarrow x = 2 \\ n(A - B) &= x = 2 \end{aligned}$$

۶۷. گزینه ۳

با توجه به اطلاعات مسأله، می‌توان نمودار ون زیر را رسم کرد: توجه کنید که قسمت سایه زده شده، مجموعه‌ی $(A \cup B) - (A \cap B)$ را نشان می‌دهد.



با توجه به نمودار، تعداد عضوهای مجموعه‌ی B برابر است با:

$$n(B) = 2 + 6 = 8$$

$$B = \{\delta k - 1 \mid k \in A\} = \{\delta k - 1 \mid k \in \{10, \dots, 99\}\}$$

$$= \{49, 54, \dots, 5 \times 99 - 1\}$$

مجموعه‌ی A شامل همه‌ی اعداد دورقمی است؛ یعنی اعداد ۱۰ تا ۹۹ و مجموعه‌ی B شامل اعداد به صورت $\delta k - 1$ به طوری که $k \in \mathbb{N}$ و $10 \leq k \leq 99$ است، پس اشتراک آنها اعداد دو رقمی به صورت $\delta k - 1$ است:

$$\delta k - 1 \leq 99 \Rightarrow k \leq 20 \Rightarrow 5 \times 20 - 1 = 99$$

$$A \cap B = \{49, 54, \dots, 99\}$$

بنابراین:

برای تعیین تعداد اعضای این مجموعه داریم:

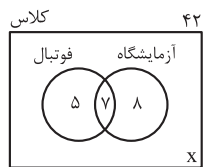
$$\begin{cases} 49 = \delta k_1 - 1 \Rightarrow k_1 = 10 \\ 99 = \delta k_2 - 1 \Rightarrow k_2 = 20 \end{cases}$$

بنابراین تعداد اعضای $A \cap B$ برابر است با:

$$n(A \cap B) = k_2 - k_1 + 1 = 20 - 10 + 1 = 11$$

گزینه ۴

۷۷



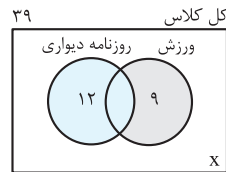
با استفاده از نمودار ون، سؤال را حل می‌کنیم. ۱۵ نفر عضو گروه آزمایشگاهی و ۷ نفر در هر دو گروه عضو هستند، پس $15 - 7 = 8$ نفر فقط در گروه آزمایشگاهی عضو هستند.

به همین ترتیب از آنجا که ۱۲ نفر در گروه فوتبال عضو هستند، نتیجه می‌گیریم که $12 - 7 = 5$ نفر فقط در گروه فوتبال عضو هستند. با توجه به نمودار، داریم:

$$5 + 7 + 8 + x = 42 \Rightarrow x = 22$$

گزینه ۴

۷۸



با توجه به اطلاعات مسئله نمودار ون مقابل را داریم که در آن x تعداد نفراتی است که در هیچ یک از دو گروه عضو نیستند. از آنجا که تعداد کل نفرات ۳۹ نفر است، داریم:

$$12 + 9 + x = 39 \Rightarrow x = 18$$

گزینه ۱

۷۹

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

طبق فرض $n(A \cap B) = 3$ و $n(A \cup B) = 29$ و $n(A) = 4 + n(B)$ اگر تعداد اعضای گروه B را x در نظر بگیریم، داریم:

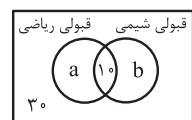
$$29 = (x + 4) + x - 3 \Rightarrow 2x + 1 = 29 \Rightarrow x = 14$$

$$\Rightarrow n(B) = 14$$

$$\Rightarrow n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 14 - 3 = 11$$

گزینه ۲

۸۰



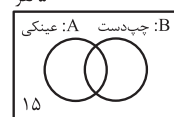
با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار ون مقابل را داریم که در آن a تعداد دانش‌آموزانی است که فقط در درس ریاضی و b تعداد دانش‌آموزانی است که فقط در درس شیمی قبول شده‌اند، بنابراین: $a + b = 20$

$$30 + 10 + a + b = 40 + 20 = 60 = \text{تعداد کل دانش‌آموزان کلاس}$$

گزینه ۳

۸۱

با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار ون زیر را خواهیم داشت:



$$\begin{cases} n(A) = 25 \\ n(B) = 20 \end{cases}$$

هم عینکی و هم چپ‌دست، یعنی: $A \cap B$

$$n(A \cup B) = 50 - 15 = 35$$

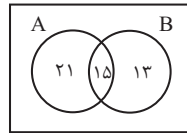
$$\Rightarrow n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 35$$

$$\Rightarrow 25 + 20 - n(A \cap B) = 35 \Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

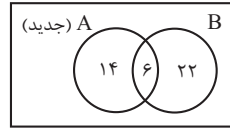
گزینه ۳

۷۳

با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار ون زیر را داریم:



اگر ۱۶ عضو از A کم کنیم، ۹ عضو از اشتراک کم می‌شود (طبق صورت سؤال) و $7 (= 16 - 9)$ عضو از $(A - B)$ کم می‌شود و نمودار به صورت زیر درمی‌آید.



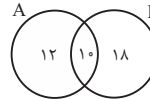
$$n(A \cup B) = 14 + 6 + 22 = 42$$

دقت کنید که چون B دارای ۲۸ عضو است وقتی تعداد اعضای اشتراک برابر ۶ باشد، در نتیجه، تعداد اعضای $(B - A)$ هم $28 - 6 = 22$ است.

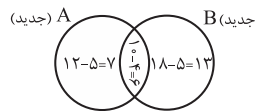
گزینه ۴

۷۴

چون مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند و $(A \cup B)$ دارای ۴۰ عضو است. پس $(A \cap B)$ دارای $10 (= 40 - 12 - 18)$ عضو است.



حال اگر از هر کدام از مجموعه‌های A و B ، ۹ عضو کم شود چون از $(A \cap B)$ ، ۴ عضو کم شده، پس از هر یک از مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ باید ۵ عضو کم شود.



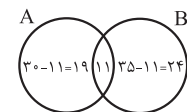
$$\Rightarrow n(A \cup B) \text{ جدید} = 7 + 6 + 13 = 26$$

گزینه ۲

۷۵

با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار

ون مقابل را داریم:



با حذف تعدادی عضو از B ، از اشتراک آنها ۳ عضو کم می‌شود، پس اشتراک مجموعه‌ی A و مجموعه‌ی B جدید برابر با $11 - 3 = 8$ می‌شود.

توجه کنید که هیچ عضوی از A حذف نشده، پس تعداد اعضای مجموعه‌ی A همان ۳۰ تا باقی می‌ماند.

با توجه به نمودار ون مقابل خواهیم داشت:



$$n(A \cup B) \text{ جدید} = 44$$

$$\Rightarrow 22 + 8 + x = 44 \Rightarrow x = 14$$

بنابراین مجموعه‌ی B جدید دارای $14 + 8 = 22$ عضو است. پس $13 = 22 - 25$ عضو از مجموعه‌ی B حذف شده است.

گزینه ۳

۷۶

متمم مجموعه‌ی $A' \cup B'$ برابر است با:

$$(A' \cup B')' = (A')' \cap (B')' = A \cap B$$

بنابراین باید تعداد عضوهای اشتراک دو مجموعه‌ی A و B را به دست آوریم. مجموعه‌های A و B به صورت زیر هستند:

$$A = \{10, 11, \dots, 99\}$$

$$n(F) = 60, n(V) = 50$$

$$n(F \cup V) = 100 - 10 = 90$$

$$n(F \cup V) = n(F) + n(V) - n(F \cap V)$$

$$\Rightarrow 90 = 60 + 50 - n(F \cap V) \Rightarrow n(F \cap V) = 20$$



حداکثر در یکی از دو تیم، در نمودار
ون مقابل نشان داده شده است که
تعداد آن برابر است با:

$$n(U) - n(F \cap V) = 100 - 20 = 80$$

۸۷. گزینه ۴

با توجه به اطلاعات مسأله، داریم:

$$\begin{cases} n(A \cap B) = \frac{2}{5}n(A) = \frac{1}{3}n(B) \\ n(A \cup B) = 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n(A) = \frac{5}{2}n(A \cap B) \\ n(B) = 3n(A \cap B) \end{cases}$$

$$n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 45 \quad \text{بنابراین داریم:}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}n(A \cap B) + 3n(A \cap B) - n(A \cap B) = 45$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2}n(A \cap B) = 45 \Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

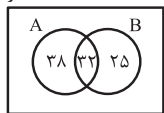
تعداد دبیرانی که فقط در یک مدرسه تدریس می‌کنند، برابر است با:

$$n((A - B) \cup (B - A)) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 45 - 10 = 35$$

۸۸. گزینه ۳

با توجه به اطلاعات مسأله، نمودار ون زیر را داریم:

نفر ۱۱۰



۷۰ نفر از شرکت A و ۳۲ نفر از هر دو
شرکت خرید کرده‌اند، پس
۳۸ - ۳۲ = ۶ نفر فقط از شرکت A
خرید کرده‌اند. ۵۷ نفر از شرکت B
۳۲ و ۲۵

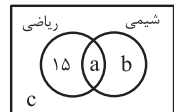
نفر از هر دو شرکت خرید کرده‌اند، پس ۵۷ - ۳۲ = ۲۵
شرکت B خرید کرده‌اند. دقیقاً از یکی از این دو شرکت، یعنی فقط
شرکت A یا فقط شرکت B که تعداد آنها برابر است با:

$$n((A - B) \cup (B - A)) = 38 + 25 = 63$$

۸۹. گزینه ۲

با توجه به اطلاعات مسأله و نمودار ون

نفر ۴۰



مقابل، داریم:

$$\begin{cases} a + c = 20 \\ 15 + a + b + c = 40 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 15 + 20 + b = 40 \Rightarrow b = 5$$

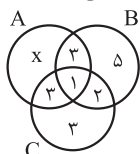
$$n(\text{شیمی}) = a + b = a + 5$$

از طرفی $a + c = 20$ ، پس می‌توان گفت: $0 \leq a \leq 20$ است، بنابراین:

$$5 \leq a + 5 \leq 20 + 5 \Rightarrow 5 \leq n(\text{شیمی}) \leq 25$$

۹۰. گزینه ۳

با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار زیر را خواهیم داشت و X تعداد
دانش‌آموزانی که فقط به موسیقی علاقه دارند را نشان می‌دهد:



A: موسیقی

B: ورزش

C: مطالعه

$$x = 21 - (11 + 3 + 3) = 4$$

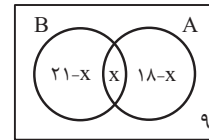
بنابراین نفر ۱۱ $4 + 3 + 3 + 1 = 11$ به موسیقی علاقه‌مندند.

بنابراین درصد افراد هم‌عینگی و هم‌چپ‌دست برابر است با:

$$\frac{10}{50} \times 100 = 20$$

۸۲. گزینه ۴

نفر ۴۰



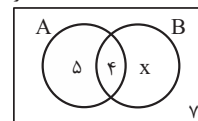
اگر مجموعه‌ی A افرادی باشند که در
فوق برنامه‌ی هنری و مجموعه‌ی B
افرادی باشند که در فوق برنامه‌ی علمی
شرکت کرده‌اند و تعداد افرادی که در هر
دو برنامه شرکت کرده‌اند را X در نظر
بگیریم، داریم:

$$40 = (21 - x) + x + (18 - x) + 9 \Rightarrow x = 48 - 40 = 8$$

۸۳. گزینه ۱

اگر A را مجموعه‌ی افراد شرکت‌کننده در برنامه‌های پژوهشی و B را
مجموعه‌ی افراد شرکت‌کننده در برنامه‌های پرورشی در نظر بگیریم، با
توجه به نمودار ون زیر خواهیم داشت:

نفر ۳۰



$$30 = 5 + 4 + x + 7$$

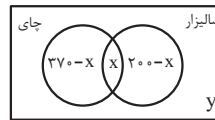
$$\Rightarrow x = 30 - 16 = 14$$

افرادی که فقط در برنامه‌های پرورشی شرکت کرده‌اند برابر با $B - A$
است، لذا: $n(B - A) = x = 14$

۸۴. گزینه ۳

تعداد کشاورزانی که هم مزرعه‌ی چای
و هم شالیزار دارند را X و تعداد
کشاورزانی که نه مزرعه‌ی چای و نه
شالیزار دارند را Y در نظر می‌گیریم.
با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار ون
مقابل را خواهیم داشت. بنابراین:

۵۰۰ کشاورز



$$500 = (370 - x) + x + (200 - x) + y$$

$$\Rightarrow 500 = 570 - x + y \Rightarrow x - y = 70 \quad (*)$$

طبق فرض تعداد کشاورزانی که نه مزرعه‌ی چای و نه شالیزار دارند یعنی
Y برابر با تعداد کشاورزانی است که فقط شالیزار دارند، یعنی $200 - x$ ،
بنابراین: $y = 200 - x$ ، با جایگذاری در تساوی (*) داریم:

$$x - (200 - x) = 70 \Rightarrow 2x = 270 \Rightarrow x = 135$$

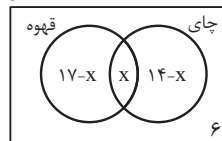
بنابراین تعداد کشاورزانی که فقط مزرعه‌ی چای دارند، برابر است با:

$$370 - x = 370 - 135 = 235$$

۸۵. گزینه ۳

اگر X تعداد نفراتی باشد که هم چای نوشیده‌اند و هم قهوه، با توجه به
نمودار ون زیر، خواهیم داشت:

نفر ۲۵



$$25 = 17 - x + x + 14 - x + 6 \Rightarrow 25 = 37 - x \Rightarrow x = 12$$

(هر دو نوع نوشیدنی را نوشیده‌اند) $n(U) - n(\text{حداکثر یک نوع نوشیدنی نوشیده‌اند})$

$$= 25 - x = 25 - 12 = 13$$

۸۶. گزینه ۴

اگر فرض کنیم تعداد دانش‌آموزان
۱۰۰ نفر است، با توجه به اطلاعات
مسأله و نمودار ون مقابل، خواهیم
داشت.

۱۰۰

