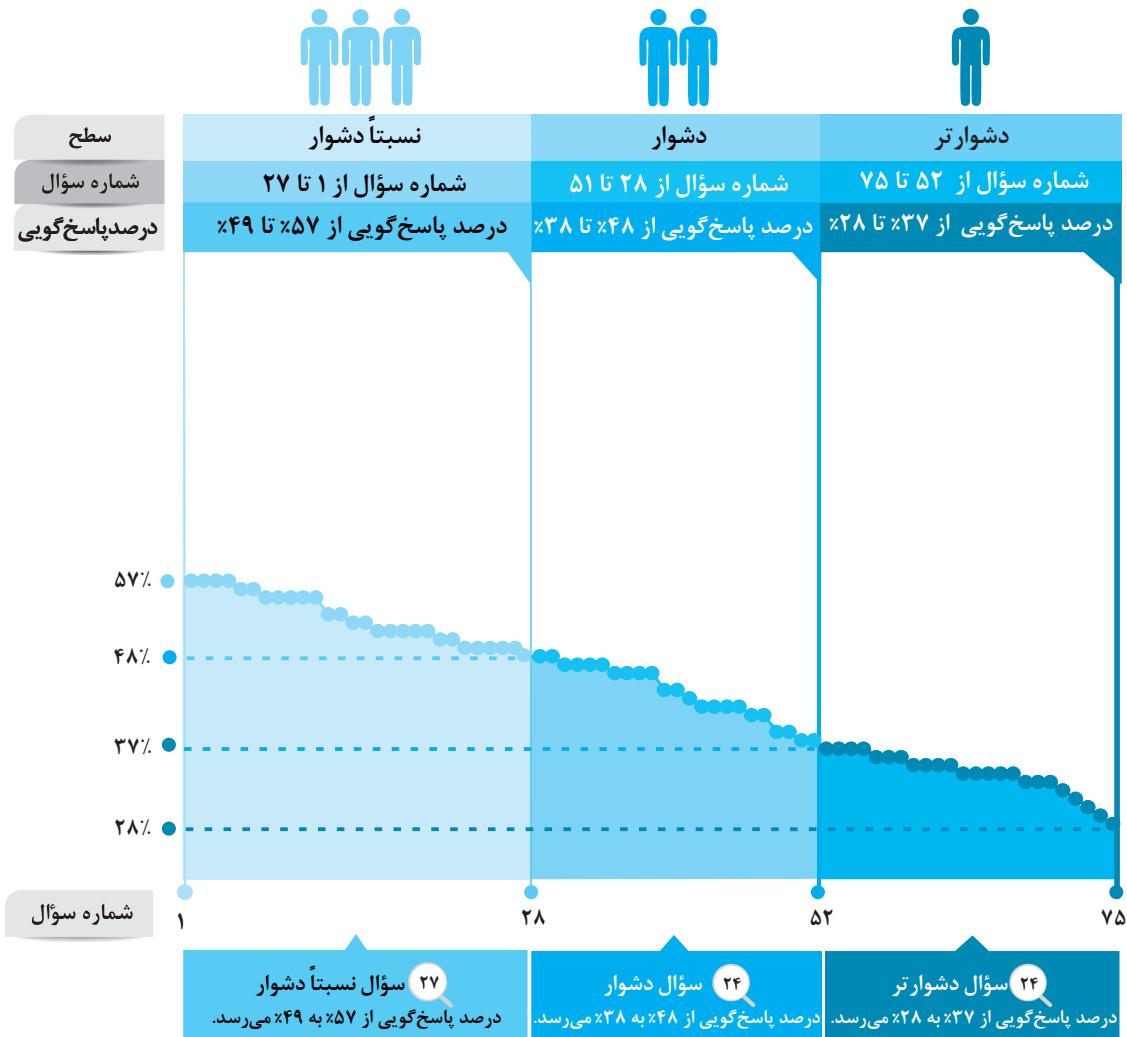


راهبردهای حل مسئله

برای هر مبحث کتاب، جدول و نمودار سطح‌بندی سؤال‌ها مانند نمودار پایین تهیه شده، در این جدول تعداد و شماره سؤال‌های هر سطح، (نسبتاً دشوار، دشوار، دشوار تر)، درصدهای پاسخ‌گویی ابتدایی و انتهایی هر سطح مشخص و نمودار براساس درصد پاسخ‌گویی به سؤال و شماره سؤال‌ها تنظیم شده است. بدینهی است که این نمودار باید شب منطقی داشته و هر چه رو به پایان می‌رویم درصد پاسخ‌گویی کمتر و سؤال‌ها دشوار تر شود.



معرفی نشانه‌ها

در مقابل هر سؤال سه نشانه زیر را مشاهده می‌کنید:

۳ تاریخ برگزاری آزمون

۲ درصد دانش‌آموزانی که پاسخ صحیح داده‌اند

۱ درصد مراجعه‌کنندگان به هر سؤال



فصل اول

راهبردهای حل مسئله

۳۱ ۴۴ ۴۸ ۵۱ ۶۴



۶ ۲۳ ۳۲ ۵۳ ۶۶



۱ ۵ ۲۵ ۳۵ ۳۶ ۴۶ ۴۷ ۵۴ ۵۸ ۶۹
۷۱



۲ ۸ ۱۳ ۱۷ ۲۰ ۲۹ ۴۹ ۵۲ ۵۵ ۶۲
۶۳ ۶۷ ۷۰



۷ ۱۰ ۱۶ ۱۸ ۱۹ ۲۷ ۲۸ ۳۳ ۳۴ ۴۰
۴۲ ۷۵



۱۲ ۱۴ ۱۵ ۲۱ ۲۲ ۲۴ ۲۶ ۳۸ ۴۱ ۴۳
۵۰ ۵۶ ۶۱ ۶۵ ۷۲ ۷۳



۳ ۳۰ ۳۷ ۳۹ ۵۷ ۵۹ ۶۰ ۶۸



۴ ۱۱ ۴۵ ۷۴



۹



با درخت دانش، گام به گام
پیشرفت خود را ارزیابی کنید.



گام اول: میزان تسلط خود را با رنگ مشخص کنید.

آبی: مسلط

سبز: نسبتاً مسلط

زرد: مسلط نیستم

گام‌های بعدی: اگر در گام اول، به آن مبحث مسلط نبودید و دانش خود را در حد رنگ زرد ارزیابی کردید، در نوبت‌های پیش از مطالعه و تمرین، در صورتی که پیشرفت کردید من توانید خانه‌های سبز یا آبی را رنگ کنید.

راهبردهای حل مسئله

تعداد تست‌های فصل

۷۵ تست

تعداد تست‌های نسبتاً دشوار

۲۷ تست

حداقل درصد مراجعه

۴۹

حداکثر درصد مراجعه

۵۷

تعداد تست‌های دشوار

۲۴ تست

حداقل درصد مراجعه

۳۸

حداکثر درصد مراجعه

۴۸

تعداد تست‌های دشوارتر

۲۴ تست

حداقل درصد مراجعه

۲۸

حداکثر درصد مراجعه

۳۷



سوال‌های نسبتاً دشوار



۱- اعداد طبیعی کوچک‌تر از 10^0 را در نظر می‌گیریم. در صورت مثبت بودن جواب هر ۴ گزینه زیر، کدام گزینه اعداد بیشتری را حذف خواهد کرد؟

۰.۵۷

۰.۴۲

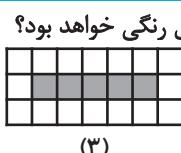
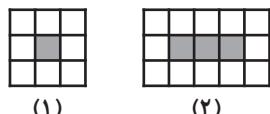
۰.۸۱۶

(۲) آیا عدد داده شده دارای رقم ۱ است؟

(۳) آیا عدد داده شده دو رقمی است؟

(۱) آیا عدد داده شده زوج است؟

(۳) آیا عدد داده شده فرد است؟



$\frac{17}{63}$ (۴)

$\frac{19}{57}$ (۳)

$\frac{17}{52}$ (۲)

$\frac{19}{63}$ (۱)

$1\frac{2}{3} \times 1\frac{2}{5} \times 1\frac{2}{7} \times \dots \times 1\frac{2}{97} = ?$

۳۳ (۴)

۳ (۳)

$\frac{3}{97}$ (۲)

$\frac{97}{3}$ (۱)

۴- حاصل عبارت زیر، کدام است؟

۰.۵۷

۰.۳۸

۰.۸۰۰/۰.۸۰۰

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۵- اختلاف دو عدد طبیعی که حاصل ضرب آنها 60 و حاصل جمع آنها 19 باشد، کدام است؟

۰.۵۶

۰.۴۳

۰.۸۰۰/۰.۷۲۲

۱۳ (۲)

۱۱ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)

۶- چند عدد دو رقمی وجود دارد که با استفاده از دو رقم فرد مختلف ساخته شده‌اند؟

۰.۵۶

۰.۲۵

۰.۸۰۰/۰.۹۱۹

۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۷- مجموع دو عدد صحیح برابر 19 است. اگر عدد بزرگ‌تر از دو برابر عدد کوچک‌تر، یک واحد بیشتر باشد، اختلاف این دو عدد کدام است؟

۰.۵۵

۰.۳۹

۰.۹۷۰/۰.۷۱۸

۸ (۲)

۵ (۱)

۷ (۴)

۶ (۳)

۸- رقم یکان حاصل عبارت زیر، کدام است؟

۰.۵۵

۰.۳۸

۰.۸۰۰/۰.۸۰۶

$(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 10) + 1$

۱ (۲)

۰ صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

۹- حاصل عبارت زیر، کدام است؟

۰.۵۵

۰.۳۴

۰.۸۰۰/۰.۵۱۵

$\frac{11}{10} \times \frac{10}{10} \times \frac{9}{10} \times \dots \times \left(-\frac{1}{10}\right) \times \left(-\frac{2}{10}\right) \times \dots \times \left(-\frac{11}{10}\right)$

۲ (۲)

-۱ (۱)

(۴) صفر

۱ (۳)

فصل ۱ : راهبردهای حل مسئله

-۱۰- محیط مستطیلی ۲۰ واحد و مساحت آن ۲۴ واحد مربع است. اگر از عرض این مستطیل یک واحد کم کنیم و به طول آن یک واحد اضافه کنیم، مساحت آن چه تغییری می‌کند؟ (اندازه طول و عرض مستطیل، عدد طبیعی است).

- ۵۵%
- ۳۳%
- ۱۴۰۰/۰۷/۲۳

- (۱) ۱۲/۵ درصد کاهش می‌یابد.
 (۲) ۱۲/۵ درصد افزایش می‌یابد.
 (۳) ۱۴ درصد کاهش می‌یابد.

-۱۱- در یک کتابخانه $\frac{1}{3}$ کل کتاب‌ها تاریخی و $\frac{1}{3}$ باقیمانده کتاب‌ها رمان است و باقیمانده کتاب‌ها که ۳۰۰ تاست، علمی است. تعداد کل کتاب‌های این کتابخانه کدام است؟

- ۵۵%
- ۳۳%
- ۹۹/۰۷/۱۸

- (۱) ۷۰۰ (۲)
 (۳) ۶۷۵ (۴)
 (۴) ۶۰۰

-۱۲- امروز جمعه است. آرش امروز خواندن یک کتاب ۲۹۰ صفحه‌ای را شروع کرده است. او به جز روزهای جمعه که ۳۰ صفحه از کتاب را می‌خواند، بقیه روزهای هفته هر روز ۴ صفحه از کتابش را می‌خواند. چند روز طول می‌کشد تا این کتاب تمام شود؟

- ۵۳%
- ۱۶%
- ۹۹/۰۸/۰۲

- (۱) ۴۰ (۲)
 (۳) ۳۶ (۴)
 (۴) ۳۵

-۱۳- عدد بعدی الگوی زیر کدام است؟

- ۵۳%
- ۱۱%
- ۱۴۰۰/۰۸/۲۰

۶,۲۴,۶۰,۱۲۰,...

- (۱) ۱۸۲ (۲)
 (۳) ۳۱۲ (۴)
 (۴) ۲۴۰

-۱۴- میوه‌فروشی سه کیلوگرم سیب را به قیمت کیلویی ۲۰ هزار تومان و ۵ کیلوگرم خیار را به قیمت کیلویی ۱۲ هزار تومان خریده و از فروش آن‌ها ۲۱ هزار تومان سود کرده است. اگر خیار را کیلویی ۱۵ هزار تومان فروخته باشد، هر کیلوگرم سیب را چند تومان فروخته است؟

- ۵۲%
- ۳۱%
- ۱۴۰۰/۰۷/۲۲

- (۱) ۲۱۰۰۰ (۲)
 (۳) ۲۳۰۰۰ (۴)
 (۴) ۲۴۰۰۰

-۱۵- میوه‌فروشی ۲۰ کیلوگرم سیب را به قیمت هر کیلوگرم ۵۰۰۰ تومان و ۱۰ کیلوگرم هلو را به قیمت هر کیلوگرم ۳۵۰۰ تومان خرید. ۱۵ کیلوگرم از سیب‌ها را به قیمت کیلویی ۶۰۰۰ تومان و ۷ کیلوگرم از هلوها را به قیمت کیلویی ۴۰۰۰ تومان فروخت. بقیه سیب‌ها را به قیمت کیلویی ۴۵۰۰ تومان و بقیه هلوها را به قیمت ۳۲۰۰ تومان فروخت. او از این کار خود در کل چند تومان سود برده است؟

- ۵۲%
- ۳۱%
- ۹۹/۱۱/۱۰

- (۱) ۱۵۱۰۰ (۲)
 (۳) ۲۰۰۰۰ (۴)
 (۴) ۲۱۹۰۰

-۱۶- طول مستطیلی شش برابر عرض آن است. اگر محیط مستطیل ۱۴۰ سانتی‌متر باشد، مساحت مستطیل چند سانتی‌متر مربع است؟

- ۵۱%
- ۴۱%
- ۱۴۰۰/۰۸/۲۰

- (۱) ۶۰ (۲)
 (۳) ۱۰۰ (۴)
 (۴) ۶۰۰

-۱۷- در الگوی عددی زیر، دهمین عدد کدام است؟

- ۵۱%
- ۳۳%
- ۱۴۰۰/۰۷/۲۳

۸,۹,۱۷,۲۶,۴۳,...

- (۱) ۴۷۳ (۲)
 (۳) ۴۷۴ (۴)
 (۴) ۴۷۵

پاسخ‌نامه تشریحی



■ انتظار داریم دانشآموزان ترازهای ۴۷۵۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۱ سوال پاسخ دهند.

■ انتظار داریم دانشآموزان ترازهای ۶۲۵۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۲ (یا ۳) سوال پاسخ دهند.

■ انتظار داریم دانشآموزان ترازهای ۶۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۴ سوال پاسخ دهند.



■ انتظار داریم دانشآموزان ترازهای ۴۷۵۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۲ سوال پاسخ دهند.

■ انتظار داریم دانشآموزان ترازهای ۶۲۵۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۳ (یا ۴) سوال پاسخ دهند.

■ انتظار داریم دانشآموزان ترازهای ۶۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۵ سوال پاسخ دهند.



■ انتظار داریم دانشآموزان ترازهای ۴۷۵۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۵ سوال پاسخ دهند.

■ انتظار داریم دانشآموزان ترازهای ۶۲۵۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۶ (یا ۷) سوال پاسخ دهند.

■ انتظار داریم دانشآموزان ترازهای ۶۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۸ سوال پاسخ دهند.

دشوارتر



دشوار



نسبتاً دشوار





فصل ۱: راهبردهای حل مسئله

۵. گزینه «۱»
بهترین راه برای حل این سؤال استفاده از جدول است. اعدادی که مجموع آنها ۱۹ می‌باشد را درنظر می‌گیریم و حاصل ضرب آنها را محاسبه می‌کنیم.

	عدد دوازدهم	عدد دوم	مجموع	حاصل ضرب
۱	۱۸	۱۹	۳۷	۱۸
۲	۱۷	۱۹	۳۶	۳۴
۳	۱۶	۱۹	۳۵	۴۸
۴	۱۵	۱۹	۳۴	۶۰ ✓
۵	۱۴	۱۹	۳۳	۷۰

$15 - 4 = 11$ = اختلاف اعداد $\Rightarrow 15 - 4 = 11$

حالتی که حاصل ضرب برابر ۶۰ شود جواب مسئله است.

(صفحه‌های ۳ و ۴ کتاب درسی)

۶. گزینه «۲»
اعداد فرد ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ هستند. اگر رقم دهگان یک باشد، رقم یکان فقط می‌تواند ۵، ۳، ۷ و ۹ باشد. پس ۴ عدد زیر به دست می‌آید:

۱۳ - ۱۵ - ۱۷ - ۱۹

به طور مشابه برای هر یک از حالاتی که رقم دهگان یکی از اعداد ۳ یا ۵ یا ۷ یا ۹ است نیز ۴ عدد به دست می‌آید، پس

$5 \times 4 = 20$ = کل اعداد موردنظر

تعداد اعداد فرد

(صفحه ۳ کتاب درسی)

۷. گزینه «۴»
 $\bigcirc =$ عدد کوچک
 $2 \times \bigcirc + 1$ = عدد بزرگ‌تر

با استفاده از راهبرد حدس و آزمایش در جدول نظام‌دار زیر داریم:

	۲ × ○ + 1	مجموع دو عدد
۸	۱۷	۲۵ ✗
۷	۱۵	۲۲ ✗
۶	۱۳	۱۹ ✓ = اختلاف دو عدد $\Rightarrow 13 - 6 = 7$

(صفحه‌های ۳ و ۶ کتاب درسی)

۸. گزینه «۲»
حاصل عبارت $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$ بر ۱۰ بخشیده است، پس رقم یکان آن برابر صفر است. بنابراین اگر این عدد را با عدد ۱ جمع کنیم یکان برابر $1 + 0 = 1$ خواهد شد.

(صفحه‌های ۳ و ۵ کتاب درسی)

درسنامه پیشرفت:

هرگاه تعدادی عدد در هم ضرب شوند، تعداد صفرهای سمت راست عدد برابر است با تعداد ۱۰ ها.

گاهی ممکن است خود عدد ۱۰ یا مضرب‌های آن (یعنی ۲۰، ۳۰، ۴۰ و ...) وجود داشته باشند. حواستان به این اعداد هم باشد. چون داخل خود، ۱۰ دارند.

همچینی از کنار هم قرار گرفتن یک ۲ و یک ۵ می‌توانیم یک ۱۰ بسازیم. پس اگر در بین اعداد ضرب شده در هم، عددی داشتیم که درون خود ۵ داشت، با قرار دادن آن در کنار یک عدد زوج (چون ۲ دارد) می‌توانیم یک ۱۰ تولید کنیم.

فصل ۱: راهبردهای حل مسئله (مسئلۀ دشوار)



۱. گزینه «۲»

در میان اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰ «۱ تا ۹۹» ۴۹ عدد زوج و ۵۰ عدد فرد داریم.

همچنین در این میان ۹۰ عدد دو رقمی بوده و ۱۹ عدد دارای رقم ۱ می‌باشند.

بنابراین در صورت جواب مثبت دادن به ۴ گزینه داده شده، گزینه «۲» اعداد و حالات بیشتری را حذف خواهد کرد؛ «۸۰» حالت حذف می‌شوند.

(صفحه ۴ کتاب درسی)

درسنامه پیشرفت:

تعداد اعداد طبیعی یک رقمی: ۹ تا

تعداد اعداد طبیعی دو رقمی: ۹ تا

تعداد اعداد طبیعی سه رقمی: ۹۰۰ تا

و ...

۲. گزینه «۱»

شماره‌شکل	۱	۲	۳	...
تعداد کل مریع‌ها	3×3	5×3	7×3	...
تعداد رنگشده	۱	۳	۵	...

با توجه به جدول فوق و الگوی به دست آمده برای شکل دهم داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد کل مریع‌ها} = 2 \times 10 + 1 = 21 \\ \text{تعداد مریع‌های رنگشده} = 2 \times 10 - 1 = 19 \end{array} \right\} = \text{شماره‌شکل}$$

$\frac{19}{63} =$ کسر رنگشده

(صفحه ۵ کتاب درسی)

۳. گزینه «۴»

صورت هر کسر با مخرج کسر بعدی برابر است و ساده می‌شود پس داریم:

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} \times \dots \times \frac{2}{97} = \frac{5}{3} \times \frac{7}{5} \times \frac{9}{7} \times \dots \times \frac{99}{97} = \frac{99}{3} = 33$$

(صفحه ۸ کتاب درسی)

۴. گزینه «۳»

از راهبرد روش‌های نمادین استفاده می‌کنیم:

\bigcirc : عدد

$$3 \times \bigcirc - 7 = 4 \times \bigcirc - 10$$

	$3 \times \bigcirc - 7$	$4 \times \bigcirc - 10$
۵	۸	۱۰
۴	۵	۶
۳	۲	۲

بنابراین عدد مورد نظر ۳ می‌باشد.

(صفحه ۹ کتاب درسی)



۹. گزینه «۴»

با کمی دقت می‌توان متوجه شد در وسط این عبارت به $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times 0 \times \frac{-1}{10} \times \frac{-2}{10}$ خواهیم رسید و حاصل ضرب هر عددی در صفر، صفر می‌شود.

(صفحه ۱۰ کتاب درسی)

۱۰. گزینه «۱»

محیط مستطیل ۲۰ واحد است پس مجموع طول و عرض برابر ۱۰ است. پس اعداد طبیعی که مجموع آنها ۱۰ باشد را امتحان کرده و حاصل ضرب آنها را به دست می‌آوریم، پس:

محیط	مساحت	عرض	طول
۲۰	۹	۱	۹
۲۰	۱۶	۲	۸
۲۰	۲۱	۳	۷
۲۰	۲۴	۴	۶

با توجه به جدول بالا طول مستطیل برابر ۶ و عرض آن برابر ۴ است. اگر یک واحد کم کرده و به طول مستطیل اضافه کنیم عرض مستطیل جدید برابر ۳ و طول آن برابر ۷ خواهد بود که مساحت آن برابر ۲۱ واحد مریع خواهد شد.

با توجه به این که مساحت کم شده است پس مساحت مستطیل $12/5$ درصد کاهش می‌یابد.

$$\frac{24-21}{24} \times 100 = 12.5\%$$

(صفحه‌های ۳ و ۶ کتاب درسی)

نکته پیشرفت:

روش به دست آوردن درصد تغییرات یک کمیت:

$$\frac{\text{مقادیر اولیه} - \text{مقادیر نهایی}}{\text{مقادیر اولیه}} \times 100$$

۱۱. گزینه «۴»

= کل کتابهای کتابخانه

$$\frac{1}{3} \times \boxed{\quad} = \frac{2}{3} \times \boxed{\quad} \Rightarrow \boxed{\quad} = \text{کتابهای تاریخی}$$

$$\frac{1}{3} \times (\frac{2}{3} \times \boxed{\quad}) = \frac{2}{9} \times \boxed{\quad} \Rightarrow \boxed{\quad} = \text{کتابهای رمان}$$

$$\boxed{\quad} - (\frac{1}{3} \times \boxed{\quad}) - (\frac{2}{9} \times \boxed{\quad}) = 300 \Rightarrow \boxed{\quad} = 300$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9} \times \boxed{\quad} = 300 \Rightarrow \boxed{\quad} = 675$$

(صفحه ۹ کتاب درسی)

۱۲. گزینه «۴»

آرش جمدها 30 صفحه می‌خواند و 6 روز دیگر روزی 4 صفحه می‌خواند، پس:

$$6 \text{ روز} \times 4 = 24 \text{ صفحه از کتاب می‌خواند}$$

ابتدا می‌بینیم چند هفته طول می‌کشد تا 290 صفحه کتاب را بخواند. برای این کار 290 را بر 54 تقسیم می‌کنیم:

$$290 \boxed{54}$$

$$-270 \rightarrow 5$$

صفحه باقی می‌ماند. $\rightarrow 20$

چون آرش از جمعه شروع کرده است، بعد از 5 هفته به پنج شنبه می‌رسد که در این مدت 270 صفحه خوانده است و 20 صفحه باقی مانده است که آن را در جمعه روز بعد می‌خواند.

$$5 \times 2 + 1 = 36 \text{ = تعداد روزها}$$

(صفحه ۷ کتاب درسی)

درسنامه پیشرفت:

در یک سری از الگوهای عددی، چون اعداد جملات الگو از عملیات ریاضی روی جملات قبل خود (دو یا بیش تر تعداد جمله) به دست می‌آیند، معمولاً برای دو جمله اول نمی‌توان الگویی درنظر گرفت و از جمله سوم به بعد می‌توان الگویی را تعریف کرد.