



فصل اول

مقدمه و مفاهیم عمومی

شناسایی زمین:

تعریف مکانیک

- مکانیک شاخه‌ای از علم فیزیک است که در مورد شرایط سکون و یا حرکت اجسام به بحث و بررسی می‌پردازد. در یک تقسیم‌بندی کلی مکانیک را به سه شاخه اصلی تقسیم می‌کنند:

۱- مکانیک اجسام صلب

۲- مکانیک اجسام تغییر شکل پذیر

۳- مکانیک سیالات

تعریف مکانیک اجسام صلب

- این علم به طور کلی در خصوص اجسام صلب، چه ساکن و چه متحرک به بحث و بررسی می‌پردازد. این علم خود به دو شاخه تقسیم می‌شود:

۱- استاتیک ← علمی که در خصوص اجسام صلب ساکن به بحث می‌پردازد.

۲- دینامیک ← علمی که در خصوص اجسام صلب متحرک به بحث می‌پردازد.

نکته

تعریف مکانیک اجسام تغییر شکل پذیر

- این علم در خصوص نیروهای داخلی و تغییر شکل اجسام به بحث می‌پردازد.

تعریف مکانیک سیالات

- این علم در خصوص نیروهای ناشی از حرکت و سکون مایعات به بحث می‌پردازد.

- در علم دینامیک اندازه‌گیری دقیق زمان از اهمیت به‌سزایی برخوردار است، به همین دلیل به علت نبود ابزارهای دقیق زمان‌سنجش در گذشته آهنگ پیشرفت دینامیک کندتر از استاتیک بوده است.

مفاهیم پایه در مکانیک اجسام صلب

۱- طول ← برای تعیین موقعیت یک نقطه در فضا و مشخص کردن اندازه‌ی یک سیستم فیزیکی به کار می‌رود. واحد اندازه‌گیری آن متر (m) است.

۲- زمان ← فاصله‌ی بین وقوع هر دو رویداد فیزیکی را زمان گویند و واحد اندازه‌گیری آن ثانیه (s) است.



۳ - **جرم** \Leftarrow به مقدار ماده موجود در یک جسم، جرم آن جسم گویند. جرم معیاری است برای مقاومت در برابر شتاب. واحد اندازه گیری آن کیلوگرم (kg) است.

۴ - **نیرو** \Leftarrow نشان دهنده اثر یک جسم بر جسم دیگر است که این اثر می تواند ضمن تماس دو جسم با یکدیگر و یا عدم تماس آنها باشد. واحد اندازه گیری آن نیوتن (N) است.

۵ - **فضا** \Leftarrow ناحیه هندسی است که رویدادهای فیزیکی در آن رخ می دهد. موقعیت هر نقطه در فضا را مکان می نامیم که نسبت به یک نقطه مرجع تعیین می شود.

❑ فرضیات در علم مکانیک

۱ - **ذره** \Leftarrow جسمی بی بعد اما دارای جرم است.

۲ - **جسم صلب** \Leftarrow جسمی است که جابه جایی نسبی ذرات تشکیل دهنده آن قبل و بعد از بارگذاری صفر باشد و باید بدانیم که در عمل چنین جسمی وجود ندارد.

۳ - **بار متمرکز** \Leftarrow اگر سطح بارگذاری نسبت به سطح جسم کوچک باشد، می توان فرض کرد که بار فقط به یک نقطه وارد می شود، که در این صورت آن را بار متمرکز می گوئیم.

❑ قوانین نیوتن

قانون اول نیوتن:

هرگاه مجموع نیروهای وارد بر یک جسم صفر باشد، اگر جسم ساکن باشد تا ابتدا ساکن باقی می ماند و اگر در حال حرکت باشد، به حرکت یکنواخت و مستقیم الخط خود ادامه می دهد.

قانون دوم نیوتن:

هرگاه مجموع نیروهای وارد بر یک جسم صفر نباشد، آن جسم شتابی متناسب با مجموع نیروها و در راستای آن می گیرد. قانون دوم نیوتن با رابطه زیر تعریف می شود:

$$F=ma$$

$$F = \text{مجموع نیروها بر حسب } N$$

$$m = \text{جرم جسم بر حسب } kg$$

$$a = \text{شتاب ایجاد شده بر حسب } \frac{m}{s^2}$$

**وزن:**

تعریف: نیرویی است که از طرف زمین به اجسام وارد می‌شود و با رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$w=mg$$

$$W = \text{وزن جسم بر حسب } N$$

$$M = \text{جرم جسم بر حسب } kg$$

$$G = \text{شتاب جاذبه‌ی زمین معادل } \left(g = 9.81 \approx 10 \frac{m}{s^2} \right)$$

نکته واحد دیگر وزن کیلوگرم نیرو (kgf) می‌باشد که معادل ۱۰ نیوتن است.

$$1kgf \cong 10N$$

قانون سوم نیوتن:

هر عملی را عکس‌العملی است مساوی با آن و در جهت خلاف آن

دستگاه SI

- در این دستگاه سه کمیت اصلی وجود دارد. این ۳ کمیت عبارت‌اند از:

کمیت	واحد	نمایش واحد
طول	متر	m
زمان	ثانیه	s
جرم	کیلوگرم	Kg

نکته در این دستگاه، نیرو یک کمیت فرعی است.

قواعدی برای نوشتن واحدها

۱- علامت واحدها به جز در مورد سه واحد G (گیگا) و M (مگا) و N (نیوتن) کوچک نوشته می‌شوند.

۲- در مورد کمیت‌هایی که علامت اختصاری آن‌ها از حاصل ضرب چند علامت تشکیل شده است بین علامت‌ها نقطه (.) گذاشته می‌شود. مانند:

$$mm = \text{میلی‌متر}$$

$$m.s = \text{متر ثانیه}$$



۳- در نمایش اعداد بزرگ و کوچک بیش از چهار رقمی، اعداد از راست به چپ، سه رقم، سه رقم با فاصله‌ای کوتاه از هم جدا می‌شوند و از کاما بین آن‌ها استفاده نمی‌شود. این روش نوشتن و خواندن اعداد را آسان‌تر می‌کند. مانند:

$$56122973 = 56\,122\,973$$

۴- در نوشتن اعداد به جای کسر متعارفی از اعداد اعشاری استفاده می‌شود. مانند:

$$3\frac{2}{5} \rightarrow 3/4$$

۵- تبدیل واحدهای پیشونددار به واحدهای اصلی پیش از انجام عملیات محاسباتی روی آن‌ها انجام می‌شود. مانند:

$$(50 \cdot \text{mm}) \times (10 \cdot \text{km}) = [5 \times 10^{-3} \text{ m}] \times [1000 \times 10^3 \text{ m}] = 50000 \text{ m}^2$$

۶- عدم کاربرد ترکیب دو یا چند پیشوند، مانند: $7 \text{ mkm} = 7 \times 10^{-3} \times 10^3 \text{ m} = 7 \text{ m}$ (۷ میلی کیلومتر)

۷- برای واحدهای واقع در مخرج کسر از پیشوند استفاده نمی‌شود و در صورت وجود باید این واحدها را به واحدهای اصلی

تبدیل کرد، مانند:

$$100 \text{ N/mm} = \frac{100 \text{ N}}{10^{-3} \text{ m}} = 100000 \text{ N/m}$$

نام پیشوند	علامت اختصاری	مقدار عددی	شکل توانی
پیکو	p	0/0000000001	10^{-12}
نانو	n	0/00000001	10^{-9}
میکرو	μ	0/000001	10^{-6}
میلی	m	0/001	10^{-3}
کیلو	K	1,000	10^3
مگا	M	1,000,000	10^6
گیگا	G	1,000,000,000	10^9
ترا	T	1,000,000,000,000	10^{12}

مثال ۱: واحدهای مرکب زیر را به دستگاه SI تبدیل کنید. (نهایی - شهریور ۸۸)

الف) $\text{KN} \cdot \mu\text{s}$ ب) $\mu\text{N} / \text{ms}$

پاسخ:

الف) $\text{KN} \cdot \mu\text{s} \Rightarrow 10^3 \text{ N} \times 10^{-6} \text{ s} = 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s} = \text{mN} \cdot \text{s}$

ب) $\mu\text{N} / \text{ms} \Rightarrow 10^{-6} \text{ N} / 10^{-3} \text{ s} = 10^{-3} \text{ N} / \text{s} = \text{mN} / \text{s}$

پیشوندهای کیلو (k)، میلی (m) و میکرو (μ) در سیستم SI به ترتیب معادل 10^3 ، 10^{-3} ، 10^{-6} می‌باشند.



مثال ۲: شکل توانی و نماد هر یک از اصطلاحات زیر را در سیستم SI بنویسید. (نهایی - فرداد ۹۱)

الف) گیگا

ب) میکرو

پاسخ:

الف) 10^9 (G)

ب) 10^{-6} (μ)



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ ۲ ۳ ۴

۱. $40 \frac{N}{mm^2}$ چند کیلو نیوتن بر سانتی‌متر مربع است؟ (سراسری - ۹۳)
 - (۱) ۴۰۰۰
 - (۲) ۴۰
 - (۳) ۴۰۰
 - (۴) ۴
۲. منظور از ذره در استاتیک چیست؟ (سراسری - ۸۵)
 - (۱) جسم بدون بعد
 - (۲) جسم بدون بعد اما دارای جرم
 - (۳) جسم صلبی که تغییر شکل ندهد
 - (۴) جسم جامد (صلب و غیر صلب) با ابعاد کوچک
۳. واحدهای پایه (اصلی) در دستگاه آحاد SI کدام است؟ (سراسری - ۸۴)
 - (۱) جرم - طول - زمان
 - (۲) طول - نیرو - جرم
 - (۳) طول - زمان - نیرو
 - (۴) زمان - نیرو - جرم
۴. کدام ضریب برای میکرو (μ) استفاده می‌شود؟ (سراسری - ۸۳)
 - (۱) 10^{-9}
 - (۲) 10^{-6}
 - (۳) 10^{-3}
 - (۴) 10^6
۵. تعریف کمیت ms کدام است؟ (سراسری - ۸۳)
 - (۱) میکرو ثانیه
 - (۲) میلی ثانیه
 - (۳) متر - ثانیه
 - (۴) مگا ثانیه
۶. کدام یک ضریب مربوط به نانو (n) است؟ (سراسری - ۸۱)
 - (۱) 10^{-9}
 - (۲) 10^{-6}
 - (۳) 10^{-3}
 - (۴) 10^3
۷. استاتیک علمی است که بررسی می‌کند. (سراسری ۷۷-۷۵ و آزاد ۸۰)
 - (۱) اثر نیروها و مقدار آن‌ها در مورد اجسام صلب در حال سکون
 - (۲) اثر نیروها و مقدار آن‌ها را در مورد اجسام انعطاف پذیر
 - (۳) اثر نیروها و پایداری اجسام را
 - (۴) دوام و مقاومت اجسام را
۸. جسم صلب جسمی است که (سراسری ۷۹ و آزاد ۷۸)
 - (۱) دارای سختی زیاد و حد جاری شدن آن بالا باشد
 - (۲) به ازای هر نیرویی تغییر شکل نسبی نداشته باشد.
 - (۳) جابه‌جایی نسبی ذرات آن صفر باشد
 - (۴) رابطه تنش - کرنش آن همواره خطی است.

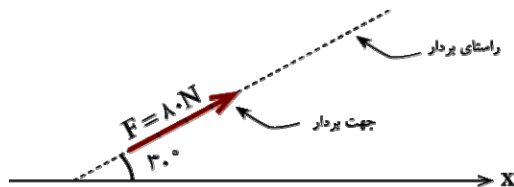


فصل دوم

بردارها

کمیت‌های فیزیکی: کمیت‌هایی هستند که فقط دارای اندازه یا مقدار می‌باشند. مانند جرم، زمان، طول جسم و کار و انرژی
کمیت‌های برداری: کمیت‌هایی هستند که علاوه بر مقدار، دارای جهت و راستا نیز می‌باشند. مانند بردارهای نیرو، گشتاور، سرعت، شتاب و جابه‌جایی

توجه: زاویه‌ی امتداد هر بردار باید با یک امتداد مبنا که معمولاً امتدادهای x یا y است مشخص شود.



انواع بردارها:

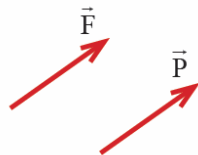
بردار لغزان: برداری است که اگر در راستای خود جابه‌جا شود، اثر آن بر جسم تغییر ننماید.

بردار ثابت:

برداری است که مکان معینی را در فضا اشغال می‌کند و نمی‌توان آن را جابه‌جا کرد.

بردارهای هم‌سنگ:

دو بردار مساوی، موازی و هم‌جهت را بردارهای هم‌سنگ می‌گویند.



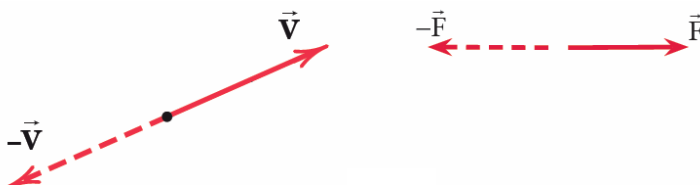
بردارهای زوج:

دو بردار مساوی، موازی و مختلف‌الجهت را بردارهای زوج می‌گویند.



بردارهای مخالف:

دو بردار مساوی، هم‌راستا و مختلف‌الجهت را بردارهای مخالف می‌گویند.





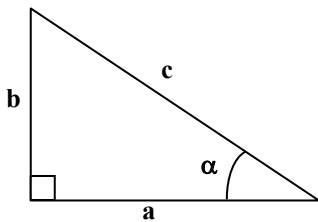
بردار یک (واحد):

برداری است که مقدار (اندازه‌ی) آن برابر واحد است.

نکته کلیه‌ی نیروها دارای خاصیت برداری هستند و با چهار خصوصیت عمومی امتداد، مقدار، جهت و نقطه اثر مشخص می‌شوند.

روابط ریاضی مهم:

- به مثلث زیر توجه کنید:



$$\text{Sin}\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \text{Sin}\alpha$$

$$\text{Cos}\alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \text{Cos}\alpha$$

$$\text{Tan}\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{b}{a} \Rightarrow b = a \cdot \text{Tan}\alpha$$

$$\text{Cot}\alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{ضلع مقابل}} = \frac{a}{b} \Rightarrow a = b \cdot \text{Cot}\alpha$$

- برای راحت تر بودن و سریع محاسبه کردن مسائل بهتر است که جدول زیر را یاد بگیریم:

	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)
θ بر حسب درجه	0°	30°	45°	60°	90°
$\text{Sin}\theta$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
$\text{Cos}\theta$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰
$\text{Tan}\theta$	۰	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	۱	$\sqrt{3}$	∞
$\text{Cot}\theta$	∞	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	۰

به ترتیب و عکس

به ترتیب و عکس

- برای محاسبه Tan کافی است Sin هر ردیف را تقسیم بر Cos همان ردیف کنیم، آن گاه Tan به دست می‌آید.

مثال: $\text{Tan } 0^\circ$ را به دست آورید؟

$$\text{Tan}(0^\circ) = \frac{\text{Sin}(0^\circ)}{\text{Cos}(0^\circ)} = \frac{0}{1} = 0$$

نکته $\text{Cos } 120^\circ$ برابر با $-\frac{1}{2}$ و $\text{Sin } 120^\circ$ برابر با $\frac{\sqrt{3}}{2}$ می‌باشد.

**تعریف نیوتن با استفاده از قانون دوم نیوتن:**

یک نیوتن مقدار نیرویی است که اگر به جرم یک کیلوگرم وارد شود، در آن شتابی معادل یک متر بر مجذور ثانیه و در جهت اعمال نیرو ایجاد نماید.

$$F = ma$$

$$1(\text{N}) = 1(\text{kg})\left(1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \Rightarrow \text{N} = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2}$$

جمع و تفریق بردارها:

عملیات جمع و تفریق کمیت‌های برداری با جمع و تفریق کمیت‌های عددی (اسکالر) متفاوت است. یعنی نمی‌توان مقادیر عددی دو یا چند بردار، به غیر از بردارهای هم‌راستا، و موازی را با یکدیگر جمع و یا تفریق نمود. در این کتاب برای نشان دادن یک بردار مانند \vec{V} از علامت (\rightarrow) در بالای آن استفاده می‌شود و برای نشان دادن مقدار (اندازه) آن بردار علامت (\rightarrow) بالای آن برداشته می‌شود.

\vec{V} : بردار V
اندازه یا مقدار بردار V

روش‌های جمع و تفریق بردارها:

جمع و تفریق بردارها به دو روش ترسیمی و محاسباتی انجام می‌شود.

روش ترسیمی:

در این روش با استفاده از وسایل ترسیم و مقیاس مناسب جمع و تفریق بردارها انجام می‌شود. روش‌های ترسیمی جمع و تفریق بردارها شامل سه روش زیر می‌باشد:

الف) روش مثلث

ب) روش متوازی الاضلاع

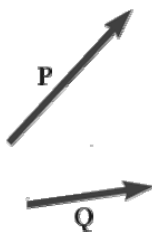
ج) روش چندضلعی

لازم به ذکر است که روش‌های مثلث و متوازی الاضلاع برای مجموع یا تفاضل دو بردار و روش چندضلعی برای مجموع یا تفاضل بیش از دو بردار مناسب می‌باشند.

الف) روش مثلث:

دو بردار \vec{P} و \vec{Q} مطابق شکل مفروض است. برای به دست آوردن مجموع آن‌ها

یعنی $\vec{P} + \vec{Q}$ به صورت روبه‌رو عمل می‌کنیم:



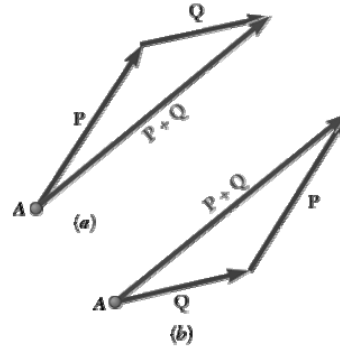


(۱) از نقطه‌ی دلخواهی بردار مانند A ، هم‌سنگ یکی از بردارها ترسیم می‌شود.

(۲) از انتهای بردار اول هم‌سنگ بردار دوم ترسیم می‌شود.

(۳) برداری که از ابتدای بردار اول به انتهای بردار دوم وصل می‌شود، مجموع دو بردار خواهد بود.

$$R = P + Q$$



(ب) روش متوازی الاضلاع:

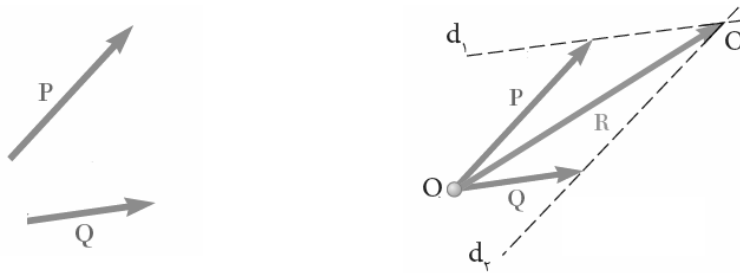
دو بردار \vec{P} و \vec{Q} مطابق شکل مفروض است و مجموع آنها یعنی $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$ مد نظر می‌باشد. طبق قانون متوازی الاضلاع به شرح زیر عمل می‌نمائیم:

(۱) از نقطه‌ی دلخواه مانند O هم‌سنگ بردارهای \vec{P} و \vec{Q} را ترسیم می‌نمائیم.

(۲) از انتهای بردار \vec{P} به موازات بردار \vec{Q} خطی ترسیم می‌شود. (خط d_1)

(۳) از انتهای بردار \vec{Q} به موازات بردار \vec{P} خطی ترسیم می‌شود (خط d_2) تا خط d_1 را در نقطه‌ی O قطع نماید.

(۴) برداری که از O به O' ترسیم می‌شود، همان مجموع دو بردار \vec{P} و \vec{Q} یعنی \vec{R} خواهد بود.



(گ) روش هندضلعی:

در این روش به منظور ترسیم مجموع چند بردار، از نقطه‌ای مانند O هم‌سنگ بردار اول را رسم می‌کنیم و از انتهای بردار رسم شده هم‌سنگ بردار دوم ترسیم می‌شود.

این روند تا ترسیم تمامی بردارها ادامه می‌یابد؛ برداری که از ابتدای بردار اول به انتهای بردار آخر رسم می‌شود، مجموع بردارها خواهد بود.



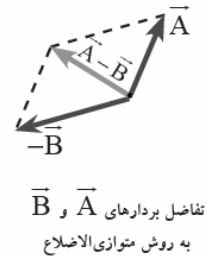
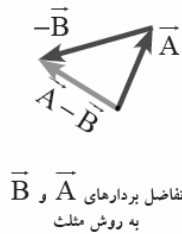
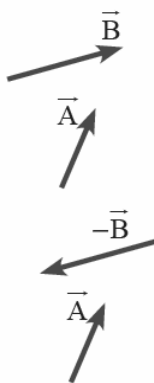


نکته هرگاه انتهای آخرین بردار بر ابتدای بردار اول منطبق گردد (یک چند ضلعی بسته تشکیل شود)، مجموع بردارها صفر خواهد بود.

نکته در حالتی که بردارها موازی یا هم‌راستا باشند، برای جمع و تفریق آن‌ها کافی است با در نظر گرفتن جهت بردارها آن‌ها را روی یک محور ترسیم نمود.

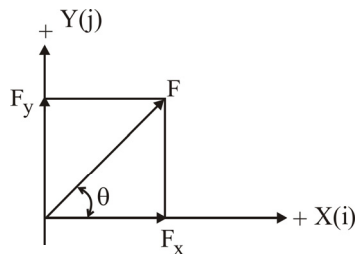
عملیات تفریق دو یا چند بردار به روش‌های فوق با استفاده از تعریف بردار مخالف مطابق شکل امکان‌پذیر است. یعنی:

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$



تجزیه بردارها:

- حالت اول \Leftarrow اگر نیرو در ربع اول قرار بگیرد، می‌دانیم که در این ربع x و y هر دو مثبت می‌باشند.

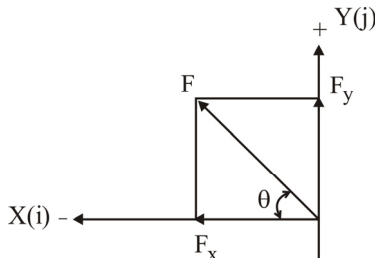


$$\vec{F} : \begin{cases} F_x = +F \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{F_x}{F} \\ F_y = +F \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{F_y}{F} \end{cases}$$

مثال:

$$\vec{F} = F \cos \theta \vec{i} + F \sin \theta \vec{j}$$

- حالت دوم \Leftarrow اگر نیرو در ربع دوم قرار بگیرد و می‌دانیم که در این ربع x منفی ولی y مثبت است.

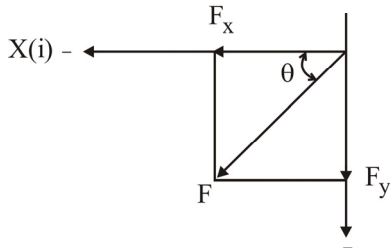


$$\vec{F} : \begin{cases} F_x = -F \cos \theta \\ F_y = +F \sin \theta \end{cases}$$

$$\vec{F} = -F \cos \theta \vec{i} + F \sin \theta \vec{j}$$



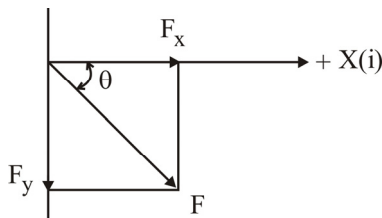
- حالت سوم \Leftarrow اگر نیرو در ربع سوم قرار بگیرد و می‌دانیم که در این ربع x و y هر دو منفی می‌باشند.



$$F \begin{cases} F_x = -F \cos \theta \\ F_y = -F \sin \theta \end{cases}$$

$$\vec{F} = -F \cos \theta \vec{i} - F \sin \theta \vec{j}$$

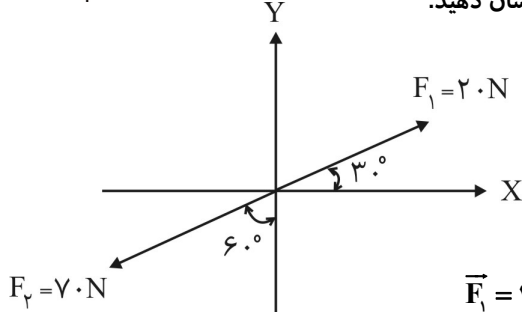
- حالت چهارم \Leftarrow اگر نیرو در ربع چهارم قرار بگیرد و می‌دانیم که در این ربع x مثبت ولی y منفی است.



$$F \begin{cases} F_x = +F \cos \theta \\ F_y = -F \sin \theta \end{cases}$$

$$\vec{F} = +F \cos \theta \vec{i} - F \sin \theta \vec{j}$$

مثال: در شکل زیر هر یک از نیروها را تجزیه کرده و به شکل برداری نشان دهید.



$$\vec{F}_1 : \begin{cases} F_x = 20 \cdot \cos 30^\circ \\ F_y = 20 \cdot \sin 30^\circ \end{cases}$$

$$\vec{F}_2 : \begin{cases} F_x = -70 \cdot \sin 60^\circ \\ F_y = -70 \cdot \cos 60^\circ \end{cases}$$

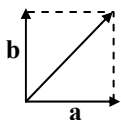
$$\vec{F}_1 = 20 \cdot \cos 30^\circ \vec{i} + 20 \cdot \sin 30^\circ \vec{j} = 17 \vec{i} + 10 \vec{j}$$

$$\vec{F}_2 = -70 \cdot \sin 60^\circ \vec{i} - 70 \cdot \cos 60^\circ \vec{j} = -61 \vec{i} - 35 \vec{j}$$

تعیین اندازه‌ی یک بردار با استفاده از مؤلفه‌های متعامد آن:

- اگر بر سیستمی دو نیروی متعامد اثر کرده باشند، اندازه‌ی برآیند آن‌ها با توجه به قضیه‌ی فیثاغورث از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$R = \sqrt{a^2 + b^2}$$



زمانی می‌گوییم سیستم دو نیرویی متعامد است که زاویه بین دو نیرو ۹۰ درجه باشد.

زاویه‌ی بردار با افق:

- در محور مختصات محور x را با \vec{i} و محور y را با \vec{j} نمایش می‌دهیم، یک بردار را برحسب مؤلفه‌های آن می‌توان به صورت

$$\vec{R} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$$

زیر نوشت:



- به عنوان مثال برای بردار مثال فوق خواهیم داشت: $\vec{R} = 10 \cdot \vec{i} + 10 \cdot \vec{j}$ زاویه‌ی بردار با افق از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{F_y}{F_x} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{100}{100} \right) \Rightarrow \underline{\underline{\theta = 45^\circ}}$$

نکته اعداد طلایی

F_1	F_2	R
3	4	5
+3	+4	+5
6	8	10
+3	+4	+5
9	12	15

F_1	F_2	R
30	40	50
60	80	100
90	120	150

F_1	F_2	R
300	400	500
600	800	1000
900	1200	1500

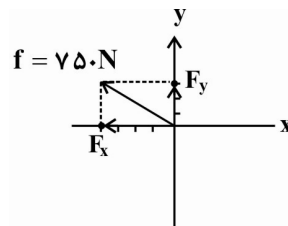
مثال: در شکل مقابل نیروی F را به صورت برداری بنویسید. (نهایی - فرداد ۸۸)

پاسخ: نیروی F را به مؤلفه‌های متعامد تجزیه می‌کنیم:

$$F_y = 75 \cdot \frac{3}{5} = 45 \cdot N$$

$$F_x = 75 \cdot \frac{4}{5} = 60 \cdot N$$

$$\vec{F} = F_{x_i} + F_{y_j} \Rightarrow \vec{F} = -60 \cdot \vec{i} + 45 \cdot \vec{j}$$



مثال: نیروهای $\vec{T} = 2\vec{i}$, $\vec{P} = 3\vec{j}$, $\vec{F} = 5\vec{i} - 8\vec{j}$ بر نقطه‌ی A اثر می‌کنند، مقدار برآیند این نیروها و زاویه‌ی آن با افق را تعیین کنید. (نهایی - فرداد ۸۹)

کنید. (نهایی - فرداد ۸۹)

پاسخ: با محاسبه‌ی برآیند مؤلفه‌های نیروها روی محورهای X و Y داریم:

$$R_x = \Sigma F_x = 5 + 2 = 7$$

$$R_y = \Sigma F_y = -8 + 3 = -5$$

$$R = \sqrt{7^2 + (-5)^2} = 8.6$$

$$\theta = \tan^{-1} = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{-5}{7} = -35 / 53^\circ$$

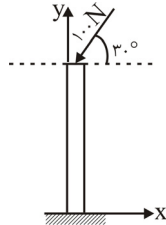


پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱ ۲ ۳ ۴

(سراسری-۸۵)



۹. مؤلفه‌ی امتداد x نیروی نشان داده شده در شکل زیر چند نیوتن است؟

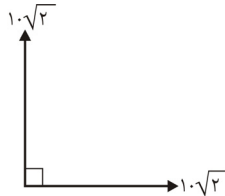
(۱) $-۵۰\sqrt{۳}$

(۲) $+۵۰\sqrt{۳}$

(۳) -۵۰

(۴) $+۵۰$

(سراسری-۸۴)



۱۰. برآیند دو نیروی مساوی و متعامد مقابل کدام است؟

(۱) $۲۰\sqrt{۲}$

(۲) $۱۰\sqrt{۲}$

(۳) ۴۰

(۴) ۲۰

(سراسری-۸۴)

۱۱. مقدار برآیند دو بردار $\vec{F}_1 = ۵\vec{i} - ۳\vec{j}$ ، $\vec{F}_2 = \vec{i} + ۳\vec{j}$ کدام است؟

(۴) $\sqrt{۳۴} + \sqrt{۱۰}$

(۳) $\sqrt{۱۴} + \sqrt{۱۰}$

(۲) ۶

(۱) ۴۰

۱۲. اگر تصویربرداری روی دو محور عمود بر هم به ترتیب $F_x = ۳\text{KN}$ و $F_y = ۴\text{KN}$ باشد، مقدار بردار چند نیوتن است؟

(سراسری-۸۳)

(۴) ۵۰۰۰

(۳) ۲۵۰۰

(۲) ۲۵

(۱) ۵

۱۳. دو مؤلفه متعامد یک بردار به ترتیب عبارتند از $F_x = \sqrt{۳}\text{KN}$ و $F_y = ۳\text{KN}$ ، زاویه این بردار با افق چند درجه است؟

(سراسری-۸۳)

(۴) ۷۵

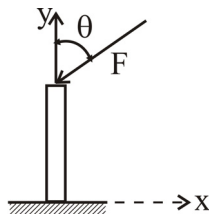
(۳) ۶۰

(۲) ۳۰

(۱) صفر

(سراسری-۸۲)

۱۴. مؤلفه F_y در نیروی F کدام است؟



(۱) $F_y = F\sin\theta$

(۲) $F_y = -F\sin\theta$

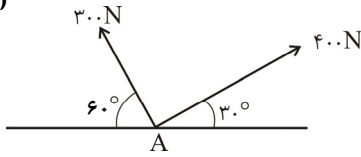
(۳) $F_y = F\cos\theta$

(۴) $F_y = -F\cos\theta$



(سراسری - ۸۱)

۱۵. در شکل زیر برآیند دو نیروی نشان داده شده در نقطه A چند نیوتن است؟



۴۲۵/۵ (۲)

۴۵۰ (۱)

۵۰۰ (۴)

۴۷۲/۵ (۳)

(سراسری - ۸۰)

۱۶. حداقل و حداکثر برآیند دو بردار با مقادیر ۵۰ و ۷۰ نیوتن و در جهت‌های دلخواه چند نیوتن است؟

۷۰,۲۰ (۴)

۱۲۰,۵۰ (۳)

۷۰,۵۰ (۲)

۱۲۰,۲۰ (۱)

(سراسری - ۸۰)

۱۷. مقدار اندازه‌ی بردار $\vec{F} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ بر حسب نیوتن کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

(آزاد - ۸۰)

۱۸. اگر نیروی $\vec{F}_1 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ و نیروی $\vec{F}_2 = 2\vec{i} + 7\vec{j}$ باشد، نیروی $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ کدام است؟

$5\vec{i} + 4\vec{j}$ (۴)

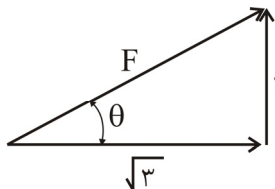
$\vec{i} + \vec{j}$ (۳)

$5\vec{i}$ (۲)

\vec{i} (۱)

(سراسری - ۷۹)

۱۹. در شکل زیر زاویه بردار F با افق چند درجه است؟



۱۵ (۱)

۳۰ (۲)

۴۵ (۳)

۶۰ (۴)

(آزاد - ۷۹)

۲۰. مقدار برآیند بردار $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(آزاد - ۷۹)

۲۱. مقدار برآیند دو بردار F_1 و F_2 کدام است؟ ($F_1 = 2\vec{i} + 7\vec{j}$) و ($F_2 = 3\vec{i} - 7\vec{j}$)

$F = 5\vec{i} - 14\vec{j}$ (۴)

$F = -\vec{i} + 14\vec{j}$ (۳)

(۱) ۵ در امتداد محور x ها (۲) ۵ در امتداد محور y ها

(آزاد - ۷۸)

۲۲. زاویه بردار $\vec{F} = \sqrt{3}\vec{i} + 1\vec{j}$ با افق چند درجه است؟

۷۵ (۴)

۶۰ (۳)

۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

(آزاد - ۷۸)

۲۳. برآیند دو نیروی عمود بر هم ۳۰ نیوتنی و ۴۰ نیوتنی چند نیوتن است؟

۷۰ (۴)

۵۰ (۳)

$35\sqrt{2}$ (۲)

صفر (۱)

(آزاد - ۷۸)

۲۴. مقدار برآیند دو نیروی $F_1 = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ و $F_2 = -3\vec{i} - 4\vec{j}$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۵ (۳)

صفر (۲)

-۵ (۱)

(سراسری - ۷۵)

۲۵. مشخصه‌های مهم نیرو به طور کامل در کدام گزینه داده شده است؟

(۲) جهت - نقطه اثر - برآیند - امتداد

(۱) برآیند - مقدار - امتداد - جهت

(۴) جهت - مقدار - نقطه اثر - امتداد

(۳) جهت - مقدار - برآیند - امتداد



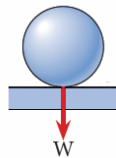
فصل سوم

نیرو و سامانه‌ی نیرویی

نیرو: کمیتی است برداری که می‌تواند باعث ایجاد حرکت، تغییر شکل و یا چرخش اجسام گردد.

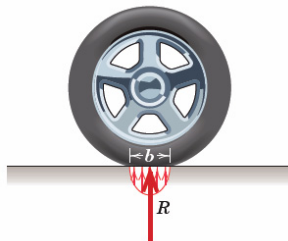
انواع نیرو:

(۱) **فازمی:** نیروهایی هستند که در خارج از وجود جسم به آن وارد می‌شود.

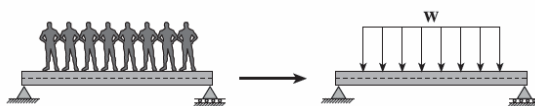


نکته استاتیک، فقط به نیروهای خارجی توجه دارد.

نیروهای متمرکز: نیروهایی که به طول کوچکی از جسم وارد می‌شود را متمرکز می‌گویند.



نیروهای گسترده: نیروهایی هستند که در طول قابل توجهی از جسم پخش می‌شوند.



(۲) **داخلی:** نیروهایی هستند که در داخل جسم و بین ذرات تشکیل دهنده آن ایجاد می‌شوند. مانند نیرویی که شخص هنگام اجرای بارفیکس در دستان خود احساس می‌کند.

نکته در مقاومت مصالح به نیروهای داخلی توجه می‌شود.

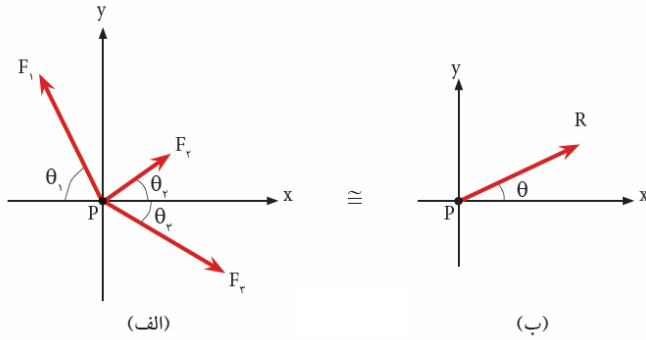
برآیند دو یا چند نیرو:

منظور از برآیند دو یا چند نیرو عبارت است از جمع برداری آن‌ها، بنابراین بردار برآیند به تنهایی اثر همه‌ی نیروهای وارد بر جسم را دارد.

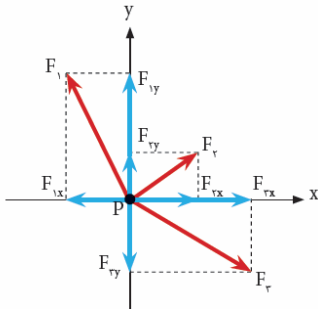


محاسبه‌ی برآیند سامانه‌ی چند نیرویی وارد به نقطه‌ی مادی:

زمانی که بر یک نقطه چندین نیرو وارد می‌شود، به کمک تجزیه‌ی بردارها می‌توان اندازه‌ی برآیند این نیروها (R) و راستای برآیند با محور x یعنی (θ) را تعیین کرد:



کام اول: تجزیه هر یک از نیروها روی محورهای x و y :



کام دوم: نمایش برداری تمامی نیروها بر حسب بردارهای یک‌ه‌ی \vec{i} و \vec{j}

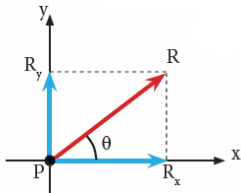
کام سوم: محاسبه‌ی جمع جبری نیروهای هم‌راستا روی محورهای x و y :

$$R_x = \sum F_x \quad , \quad R_y = \sum F_y$$

کام چهارم: نمایش برداری بردار برآیند (R):

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j}$$

کام پنجم: نمایش ترسیمی بردار برآیند:



کام ششم: محاسبه‌ی اندازه‌ی (مقدار) برآیند با استفاده از رابطه‌ی فیثاغورث:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$



گام هفتم: محاسبه‌ی زاویه‌ی برآیند با امتداد محور xها با استفاده از رابطه‌ی فیثاغورث و با توجه به شکل گام پنجم:

$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{R_y}{R_x} \right|$$

- اگر دو بردار F_1 و F_2 را با هم جمع جبری کنیم یک مولفه x و یک مولفه y به دست می‌آید که به این بردار، بردار برآیند گویند.

$$\vec{F}_1 = 17\vec{i} + 10\vec{j} \quad \text{و} \quad \vec{F}_2 = -61\vec{i} - 35\vec{j}$$

$$\vec{R} = (17 - 61)\vec{i} + (10 - 35)\vec{j} = -44\vec{i} - 25\vec{j}$$

- مقدار عددی بردار $F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$ از رابطه فیثاغورث به دست می‌آید.

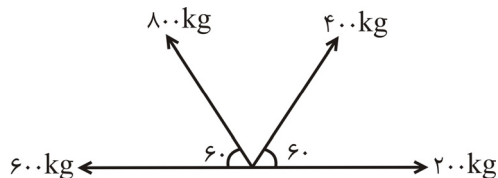
$$\vec{F} = 6\vec{i} + 8\vec{j} \Rightarrow F = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$\vec{F} = 3\vec{i} - 6\vec{j} \Rightarrow F = \sqrt{3^2 + (-6)^2} = \sqrt{45} = 6.7$$

مثال: مقدار عددی بردار برآیند $F_1 = 3\vec{i} + 10\vec{j}$ و $F_2 = -13\vec{i} - 5\vec{j}$ را به دست آورید.

$$\begin{aligned} \sum F_x &= -10 \\ \sum F_y &= 5 \end{aligned} \Rightarrow \vec{R} = -10\vec{i} + 5\vec{j} \quad (\text{مقدار برداری}), \quad R = \sqrt{(-10)^2 + 5^2} = \sqrt{125} \quad (\text{مقدار عددی})$$

مثال:



برآیند نیروهای متقارب شکل روبه‌رو چند کیلوگرم است؟

$$\sum F_x = 20 + 40 \cdot \cos 60^\circ - 80 \cdot \cos 60^\circ - 60$$

$$\Rightarrow F_x = -60 \text{ (kg)}$$

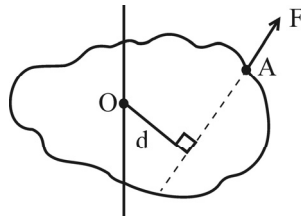
$$\sum F_y = 40 \cdot \sin 60^\circ + 80 \cdot \sin 60^\circ = 60 \cdot \sqrt{3} \text{ (kg)}$$

$$R = \sqrt{(60)^2 + (60 \cdot \sqrt{3})^2} = 120 \cdot \sqrt{3} \text{ (kg)}$$

گشتاور، لنگر (ممان):

- اگر نیرو تمایل داشته باشد که جسمی را نسبت به یک محور به چرخش در آورد به این عمل (میل به چرخاندن) گشتاور، گفته می‌شود. واحد گشتاور حاصل ضرب نیرو در فاصله است.

$$M = F \cdot d$$



$$F \leftarrow \text{مقدار نیرو}$$

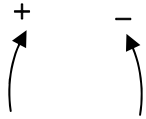
$$d \leftarrow \text{فاصله عمودی امتداد نیرو از نقطه چرخش}$$



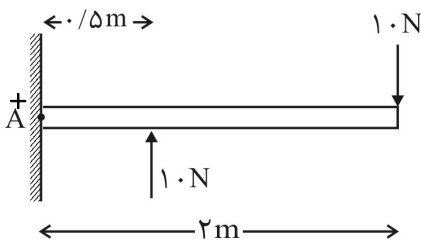
□ قرارداد در گشتاور:

- اگر نیرو جسم یا نقطه‌ی مورد نظر را در جهت عقربه‌های ساعت بچرخاند گشتاورش مثبت

و اگر عکس این قضیه باشد گشتاورش منفی است.



مثال:

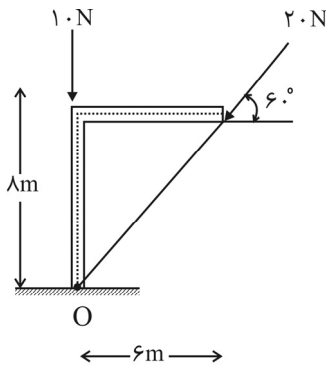


- گشتاور نیروهای نشان داده شده را نسبت به نقطه‌ی A به دست آورید.

$$\left(\sum M_A = +10 \times 2 - 10 \times 0.5 = 15 \text{ N.m} \right)$$

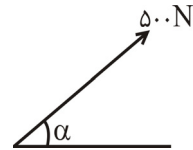
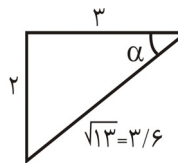
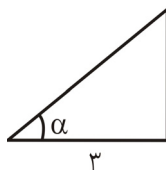
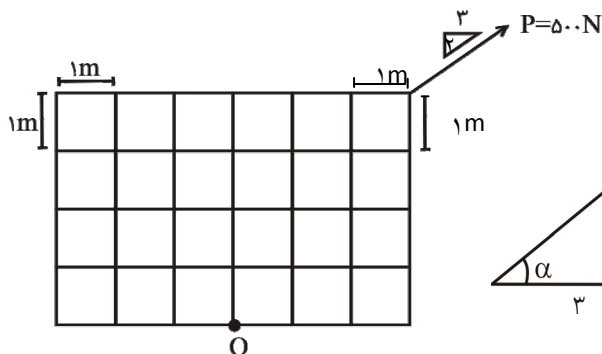
به یاد داشته باشیم که نیرو همیشه به صورت ساده بر روی یک سازه قرار نمی‌گیرد، بلکه ممکن است که نیرو با زاویه وارد شود که در این صورت ابتدا نیرو را تجزیه کرده و سپس عملیات گشتاورگیری را انجام می‌دهیم.

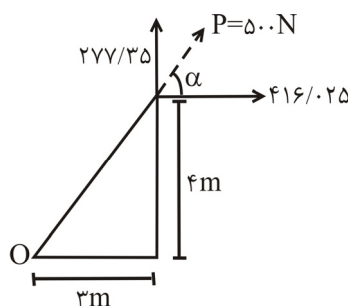
نکته اگر امتداد نیرویی از نقطه‌ی ای بگذرد، نیرو نسبت به آن نقطه گشتاوری ایجاد نمی‌کند.



مثال: مطلوبست محاسبه‌ی گشتار نیروی $p = 500 \text{ N}$ حول نقطه‌ی O با استفاده از اصل قابلیت انتقال.

(اندازه‌ی کلیه‌ی شبکه‌ها $1 \times 1 \text{ m}$ می‌باشد.)





$$\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$P_y = P \sin \alpha \Rightarrow P_y = 500 \times 0.8 = 400 \text{ N}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$P_x = P \cos \alpha \Rightarrow P_x = 500 \times 0.6 = 300 \text{ N}$$

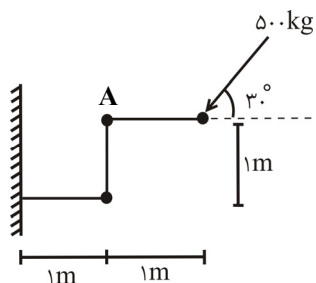
$$M_1 = 400 \times 3 = 1200 \text{ N.m}$$

$$M_2 = 300 \times 4 = 1200 \text{ N.m}$$

$$M = M_1 + M_2 = -1200 + 1200 = 0$$

مثال:

گشتاور نیرو حول نقطه‌ی A را به دست آورید.



به دلیل این که مؤلفه‌ی افقی نیرو از نقطه‌ی A عبور

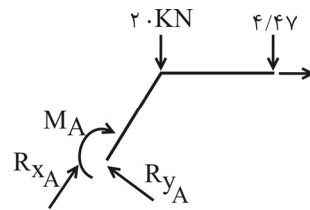
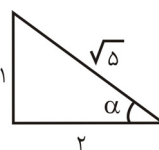
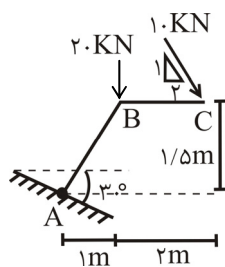
می‌کند حول نقطه‌ی A لنگری ایجاد نمی‌کند و تنها

مؤلفه‌ی قائم آن ایجاد گشتاور می‌کند.

$$M_A = 50 \cdot \sin 3^\circ \cdot (2) = 20 \cdot \text{kg.m}$$

مثال:

دیagram آزاد تیر مقابل را رسم نموده و مقدار گشتاور حول نقطه‌ی A را به دست آورید.



$$M_A = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = 4.6 \text{ kN.m}$$

نکته گشتاور کمیته‌ی است برداری که آن را با نماد \uparrow نمایش می‌دهند و جهت آن مطابق ضرب بردارها خواهد بود.