فصل ۱

نور و بازتاب نور

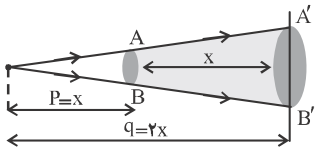
پاسخ‌ها از: سیدعلی میرنوری

۱– گزینه‌ی «۴»

هنگامی‌که خورشید به‌طور مایل می‌تابد، از اجسامی مانند درخـت بـر روی زمین سایه تشکیل می‌شود و اگر پرتوهـای خورشـید عمـود بـر سطح زمین بتابند تقریباً هیچ سایه‌ای از ایـن اجسـام بـر روی زمیـن تشکیل نمی‌شود. لذا از طلوع خورشید تا ظهر، سایه‌ی اجسام کوچک شده و از آن پس تا غروب آفتاب، مجدداً این سایه بزرگ می‌شود.

۲– گزینه‌ی «۴»

با رسم صفحه‌ی کدر و چشمه‌ی نقطه‌ای نور، ابعاد سایه‌ی ایجاد شده را به‌صورت زیر با استفاده از تشابه مثلث‌ها بررسی می‌کنیم. اگـر S' مساحت سایه و S مساحت قرص کدر باشد داریم:

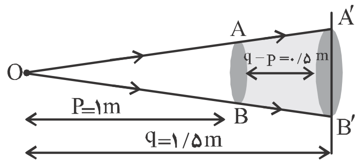


$$\Delta OAB \sim \Delta O'A'B'$$

$$\frac{S'}{S}=\left(\frac{q}{p}\right)^{۲}\xrightarrow[p=x]{q=۲x}\frac{S'}{S}=(۲)^{۲}\rightarrow\frac{S'}{S}=۴$$

۳– گزینه‌ی «۲»

با رسم پرتوها و تشابه مثلث‌ها، می‌توان مساحت سایه را به‌صورت زیر بررسی کرد که در آن S' مسـاحت سـایه و S مسـاحت قـرص کـدر است.



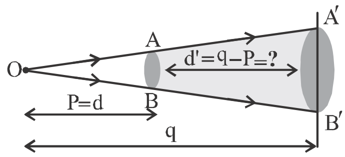
$$\Delta OAB \sim \Delta OA'B'$$

$$\frac{S'}{S}=\left(\frac{q}{p}\right)^{۲}\xrightarrow[p=۱m]{q=۱/۵m}\frac{S'}{S}=(۱/۵)^{۲}\rightarrow\frac{S'}{S}=\frac{۹}{۴}$$

۴– گزینه‌ی «۲»

اگر قطر سکه برابر AB و قطر سایه‌ی آن $A'B'$ باشد، بـا توجـه بـه تشابه مثلث‌هایی که به‌صورت زیر ترسیم می‌شوند، داریم:

$$\Delta OAB \sim \Delta OA'B' \rightarrow \frac{A'B'}{AB}=\frac{q}{p}\xrightarrow[p=d]{A'B'=۳AB}$$

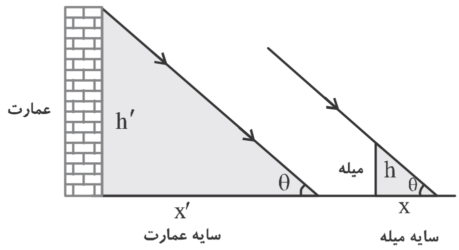


$$۳=\frac{q}{d}\rightarrow q=۳d$$

$$d'=q-p\xrightarrow[p=d]{q=۳d}d'=۳d-d\rightarrow d'=۲d$$

۵– گزینه‌ی «۳»

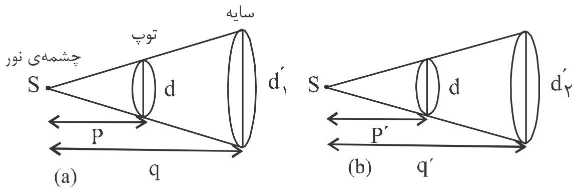
چون میله و عمارت در یک مکان و یک موقع بررسی مـی‌شـوند، زاویـه‌ی تابش خورشید برای هر دو یکسان بوده، لـذا می‌توان سـایه‌ی آن‌هـا را بـا توجه به تشابه دو مثلث ایجاد شده به‌صورت زیر بررسی کرد:



$$\frac{h'}{h}=\frac{x'}{x}\xrightarrow[x'=۸m,\,x=۱/۶m]{h=۲m}\frac{h'}{۲}=\frac{۸}{۱/۶}\rightarrow h'=۱۰m$$

۶– گزینه‌ی «۳»

با رسم شکل، دو بار به تحلیل سؤال می‌پردازیم:



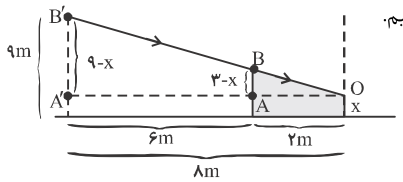
$$\frac{d'_{۱}}{d}=\frac{q}{p}\xrightarrow{d'_{۱}=۲d}\frac{q}{p}=۲\xrightarrow{p=۲m}q=۴m$$

$$\frac{d'_{۲}}{d}=\frac{q'}{p'}\xrightarrow{d'_{۲}=۳d}\frac{q'}{p'}=۳\ (۱)$$

$$q'-p'=q-p=۲m(۲)\xrightarrow{(۱),(۲)}p'=۱m$$

۷– گزینه‌ی «۱»

مطابق شکل مسیر پرتوهایی را که باعث تشکیل سایه، از میله بر روی پرده می‌شوند رسم کرده و با استفاده از تشابه مثلث‌هـا، طـول سـایه (x) را محاسبه می‌کنیم.

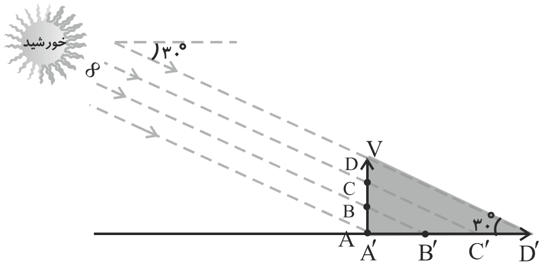


$$\Delta OAB \sim \Delta OA'B' \rightarrow \frac{۹-x}{۳-x}=\frac{۸}{۲}\rightarrow x=۱m$$

۸– گزینه‌ی «۲»

در حل چنین مسائلی، جسم در حال حرکـت را، هماننـد یـک ذره‌ی مادی در نظر می‌گیریم، لذا حرکت جسم، همانند حرکـت ایـن ذره‌ی مادی و حرکت سایه‌ی آن بر روی سطح افقی را به‌صورت زیر بررسـی می‌کنیم. دقت کنید که از طـرف خورشـید پرتوهـای نـور بـه‌صـورت موازی می‌تابند. از این‌رو هنگامی‌که جسم از نقـاط A، B، C و D مـی‌گـذرد، سـایه‌ی آن بـر روی زمیـن از نقـاط A'، B'، C' و D'

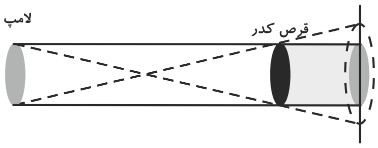
خواهد گذشت. لذا اگر سرعت جسم V باشد سرعت سایه‌ی آن بر روی زمین V' بوده و در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ایجاد شده داریم:



$$\tan ۳۰^\circ = \frac{V}{V'} \xrightarrow{\tan ۳۰ = \frac{۱}{\sqrt{۳}}} \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{V}{V'} \to V' = \sqrt{۳}V$$

۹- گزینه‌ی «۴»

چون قطر قرص کدر و قطر چشمه‌ی گسترده‌ی نور یکسان است، با جابه‌جا کردن قرص کدر (نزدیک و یا دور کردن از چشمه)، قطر سایه تغییر نمی‌کند (که فقط در گزینه‌ی «۴» چنین است) از طرفی با نزدیک کردن جسم کدر به چشمه‌ی نور، پهنای نیم سایه افزایش می‌یابد.

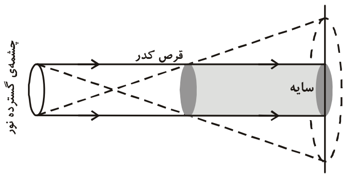


۱۰- گزینه‌ی «۱»

به طور کلی اگر چشمه‌ی نور گسترده و جسم کدر از هم دور شوند، الزاماً پهنای نیم‌سایه کاهش می یابد.

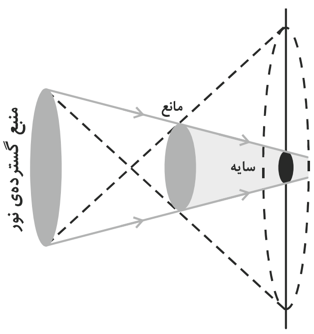
۱۱- گزینه‌ی «۱»

چون قطر قرص کدر و قطر چشمه‌ی گسترده‌ی نور یکسان است، با جابه‌جا کردن قرص کدر (نزدیک و یا دور کردن از چشمه)، قطر سایه تغییر نمی‌کند و اگر جسم کدری از چشمه‌ی گسترده دور و به پرده نزدیک شود، پهنای نیم سایه‌ی آن الزاماً کاهش می‌یابد.



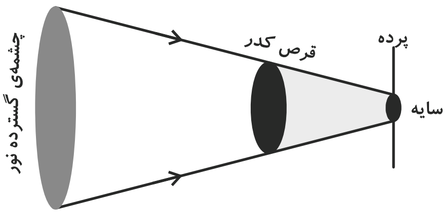
۱۲- گزینه‌ی «۲»

در این‌جا ابعاد مانع کدر کوچک‌تر از منبع نورانی است، لذا سایه نیز از مانع کوچک‌تر است. با دور کردن منبع نورانی از مانع، پرتوها تقریباً به طور موازی به مانع تابیده، لذا قطر سایه افزایش و پهنای نیم سایه کاهش می‌یابد.



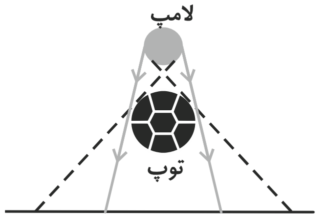
۱۳- گزینه‌ی «۳»

در این‌جا سطح مقطع منبع نور بزرگ‌تر از جسم است، لذا سایه‌ی تشکیل شده کوچک‌تر از جسم خواهد بود، از این‌رو با دور کردن پرده از قرص، قطر سایه کوچک‌تر می‌شود.



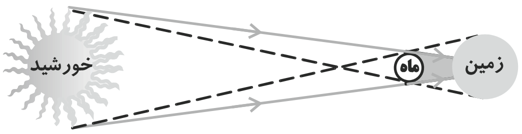
۱۴- گزینه‌ی «۱»

می‌دانیم که قطر توپ فوتبال از قطر لامپ بزرگ‌تر بوده، لذا قطر سایه‌ی توپ بر روی زمین نیز از قطر توپ بزرگ‌تر است. با نزدیک شدن توپ به کف اتاق قطر سایه‌ی توپ و پهنای نیم سایه هر دو کاهش می‌یابد.



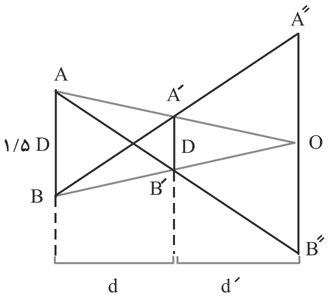
۱۵- گزینه‌ی «۳»

اگر فرض کنیم که در هر دو حالت سایه‌ی ماه بر روی زمین بیافتد، با نزدیک شدن ماه به زمین، سایه‌ی ماه بر روی زمین بزرگ‌تر شده ولی پهنای نیم‌سایه‌ی آن کوچک‌تر می‌شود.



۱۶- گزینه‌ی «۱»

با توجه به این مطلب که اگر پرده از مخروط تشکیل سایه خارج نشود، سایه از بین می‌رود، با نوشتن تشابه مثلث‌ها داریم:



$$\overset{\Delta}{OA'B'} \sim \overset{\Delta}{OAB} \Rightarrow \frac{۱/۵D}{D} = \frac{d'+d}{d'}$$

$$\Rightarrow ۱/۵d' = d'+d \Rightarrow d' = ۲d$$

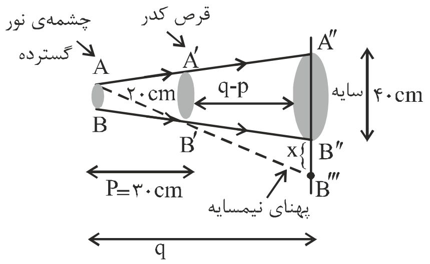
$$\overset{\Delta}{BA'B'} \sim \overset{\Delta}{BA''O} \Rightarrow \frac{OA''}{D} = \frac{d+d'}{d} \xrightarrow{d'=۲d}$$

$$\frac{OA''}{D} = \frac{d+۲d}{d} = ۳ \Rightarrow OA'' = ۳D$$

قطر نیم‌سایه $A''B'' = ۲OA'' = ۲\times ۳D = ۶D$

۱۷- گزینه‌ی «۲»

با رسم شکل و استفاده از تشابه مثلث‌ها، پهنای نیمسایه را محاسبه می‌کنیم.



$$\Delta AA''B''' \sim \Delta AA'B' \rightarrow \frac{۴۰+x}{۲۰}=\frac{q}{۳۰} \rightarrow ۴۰+x=\frac{۲}{۳}q \quad (۱)$$

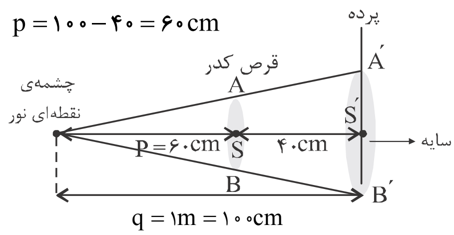
$$\Delta AB'B \sim \Delta B'B''B'''$$

$$\rightarrow \frac{x}{۴}=\frac{q-۳۰}{۳۰} \rightarrow x=\frac{q-۳۰}{۷/۵} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} x=۵\,cm$$

۱۸- گزینه‌ی «۴» **درصد پاسخ درست (٪۱۳)**

$$p=۱۰۰-۴۰=۶۰\,cm$$

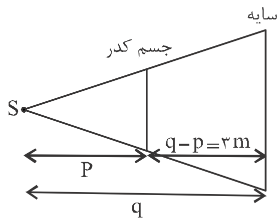


$$\frac{S'}{S}=\left(\frac{q}{p}\right)^۲ \Rightarrow \frac{\pi r'^۲}{۳۶\pi}=\left(\frac{۱۰۰}{۶۰}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{r'}{۶}=\frac{۱۰}{۶} \Rightarrow r'=۱۰\,cm$$

۱۹- گزینه‌ی «۲»

با توجه به شکل داریم:

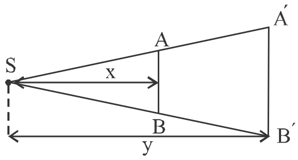


$$\frac{\text{مساحت سایه}\ s'}{\text{مساحت جسم کدر}\ s}=\left(\frac{q}{p}\right)^۲ \xrightarrow{s'=۴s} ۴=\left(\frac{q}{p}\right)^۲$$

$$\rightarrow \frac{q}{p}=۲ \xrightarrow{q-p=۳m} \begin{cases} p=q-۳ \\ \frac{q}{p}=۲ \end{cases} \rightarrow q=۶m$$

۲۰- گزینه‌ی «۲» **درصد پاسخ درست (٪۹)**

در شکل زیر، طرح ساده‌ای از چشمه‌ی نقطه‌ای نور، قرص کدر و سایه‌ی آن بر روی دیوار کشیده شده است. با توجه به تشابه دو مثلث $\overset{\Delta}{SAB}$ و $\overset{\Delta}{SA'B'}$، می‌توان نوشت:



$$\overset{\Delta}{SAB} \sim \overset{\Delta}{SA'B'} \Rightarrow \frac{A'B'}{AB}=\frac{y}{x} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \text{حالت اول}: \frac{۳AB}{AB}=\frac{y}{d} \Rightarrow y=۳d \\ \text{حالت دوم}: \frac{۲AB}{AB}=\frac{y}{x} \Rightarrow x=\frac{y}{۲}=\frac{۳d}{۲} \end{cases}$$

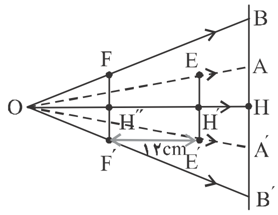
بنابراین برای آن‌که قطر سایه‌ی قرص کدر از سه برابر به دو برابر قطر قرص کاهش یابد، باید آن را به اندازه‌ی $\frac{۳d}{۲}-d=\frac{d}{۲}$ به دیوار نزدیک‌تر کرد.

۲۱- گزینه‌ی «۳» **درصد پاسخ درست (٪۸)**

با توجه به شکل زیر اگر رابطه‌ی تشابه را در دو حالت بنویسیم؛ داریم:

$$\overset{\Delta}{OEE'} \sim \overset{\Delta}{OAA'} \Rightarrow \frac{EE'}{AA'}=\frac{\overline{OH'}}{\overline{OH}} \Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{\overline{OH'}}{\overline{OH}} \quad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{OFF'} \sim \overset{\Delta}{OBB'} \Rightarrow \frac{FF'}{BB'}=\frac{\overline{OH''}}{\overline{OH}} \Rightarrow \frac{۱}{۳}=\frac{\overline{OH''}}{\overline{OH}} \quad (۲)$$



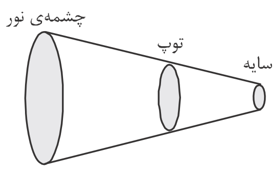
و با توجه به شکل داریم:

$$\overline{OH'}=\overline{OH''}+۱۲ \quad (۳)$$

با حل همزمان معادله‌های (۱)، (۲) و (۳) داریم:

$$\overline{OH'}=۳۶cm\ ,\ \overline{OH''}=۲۴cm, \overline{OH}=۷۲cm$$

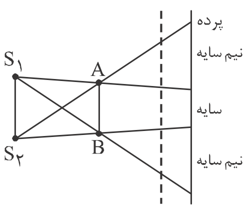
۲۲- گزینه‌ی «۴»



بدیهی است، در حالتی که چشمه‌ی نور گسترده است و توپ کوچک‌تر از چشمه است، سایه‌ی توپ نیز کوچک‌تر از توپ خواهد بود.

در این حالت، با نزدیک کردن چشمه به توپ، سایه‌ی توپ کوچک‌تر از حالت قبل خود می‌شود.

۲۳- گزینه‌ی «۲» **درصد پاسخ درست (٪۲۵)**



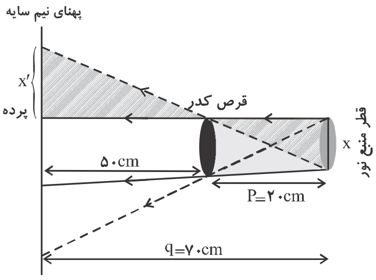
در شکل مقابل طرح ساده‌ای از مسأله را رسم کرده‌ایم. توجه کنید که رعایت اندازه‌ی نسبی چشمه و جسم کدر در شکل الزامی است.

ملاحظه می‌شود اگر پرده را از وضعیت اولیه به حالت خط‌چین منتقل کنیم، سایه بزرگ‌تر و نیم‌سایه کوچک‌تر می‌شود.

بدیهی است که اگر پرده را از جسم کدر دور کنیم، نیم‌سایه بزرگ‌تر و سایه کوچک‌تر می‌شود. در حالتی که چشمه را به جسم نزدیک کنیم یا جسم کدر را به چشمه نزدیک‌تر کنیم، سایه کوچک‌تر و نیم‌سایه بزرگ‌تر خواهد شد.

۲۴- گزینه‌ی «۳»

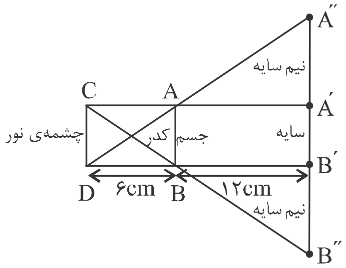
با تشابه دو مثلث هاشور زده در شکل داریم: (x قطر قرص روشن است.)



$$\frac{x'}{x}=\frac{50}{20}\xrightarrow{x'=4cm}\frac{4}{x}=\frac{50}{20}\to x=1/6cm$$

۲۵- گزینه‌ی «۱» **درصد پاسخ درست (۲۵٪)**

با توجه به شکل زیر و با استفاده از تشابه مثلث‌ها، پهنای نیم‌سایه و قطر سایه را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید وقتی قطر جسم کدر و چشمه‌ی نور گسترده با هم برابر باشد، قطر سایه‌ی بر روی پرده برابر با قطر جسم کدر می‌شود.



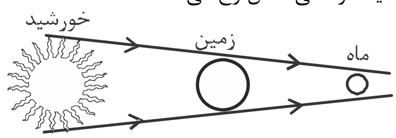
$$\text{قطر سایه}=A'B'=AB=CD=5cm$$

$$\overset{\Delta}{CDB}\sim\overset{\Delta}{BB'B''}\Rightarrow$$

$$\frac{B'B''}{CD}=\frac{B'B}{BD}\Rightarrow\frac{B'B''}{5}=\frac{12}{6}\Rightarrow B'B''=10cm$$

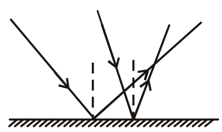
۲۶- گزینه‌ی «۱»

هنگامی که ماه گرفتگی رخ می‌دهد، ماه در سایه‌ی زمین قرار می‌گیرد و از دید ناظر واقع بر سطح ماه، خورشید دیده نمی‌شود، از این رو از دید او خورشید گرفتگی کامل رخ می‌دهد.



۲۷- گزینه‌ی «۱»

اگر پرتوهای تابش به سطح آینه‌ی تخت همگرا بوده (و در سطح آینه همرس نشوند)، پرتوهای بازتاب نیز همگرا خواهد بود.

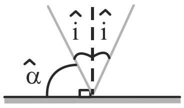


۲۸- گزینه‌ی «۲»

اگر زاویه‌ی تابش به اندازه‌ی $\hat{\alpha}$ تغییر کند، زاویه‌ی بازتاب نیز به همان اندازه‌ی $\hat{\alpha}$ تغییر می‌کند.

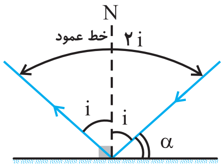
۲۹- گزینه‌ی «۱»

$$\begin{cases}\hat{\alpha}+\hat{i}=90^\circ\\ 2\hat{i}=\frac{1}{4}\hat{\alpha}\end{cases}\Rightarrow 8\hat{i}+\hat{i}=90^\circ\Rightarrow\hat{i}=10^\circ$$



۳۰- گزینه‌ی «۳»

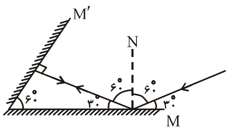
اگر زاویه‌ی تابش را «$\hat{i}$» بنامیم، زاویه‌ی بین پرتوهای تابش و بازتابش «$2i$» خواهد بود. لذا با توجه به شکل داریم:



$$\hat{i}+\hat{\alpha}=90\xrightarrow[\hat{i}=2\hat{\alpha}]{2\hat{i}=4\hat{\alpha}}\begin{cases}\hat{\alpha}=30^\circ\\ \hat{i}=60^\circ\end{cases}$$

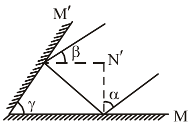
۳۱- گزینه‌ی «۱»

روش اول: با توجه به قانون‌های بازتابش، مسیر پرتوهای تابش و بازتابش را رسم می‌کنیم، چون پرتوی تابش بر سطح آینه‌ی M' عمود می‌شود (با توجه به این‌که جمع زاویه‌های داخلی یک مثلث 180° است) به‌راحتی می‌توان دریافت که زاویه‌ی تابش به سطح M' برابر صفر است.



روش دوم: اگر زاویه‌ی بین دو آینه «γ» و زاویه‌ی تابش (یا بازتابش) سطح هر یک از آینه‌ها به‌ترتیب α و β باشد داریم:

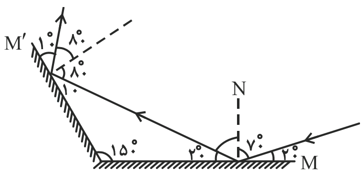
$$\hat{\gamma}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}$$



در این‌جا داریم: $\hat{\gamma}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}\xrightarrow[\hat{\alpha}=60^\circ]{\hat{\gamma}=60^\circ}60=60+\hat{\beta}\to\hat{\beta}=0$

۳۲- گزینه‌ی «۴»

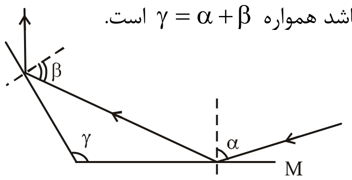
روش اول: پرتوهای تابش و بازتابش را با استفاده از قانون‌های بازتابش رسم می‌کنیم.



سپس با توجه به این‌که مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° است. زاویه‌ی تابش به آینه‌ی M' را محاسبه می‌کنیم.

روش دوم: اگر زاویه‌ی بین دو آینه‌ی تخت γ و زاویه‌های تابش (یا بازتابش) آینه‌ها α و β باشد همواره $\gamma=\alpha+\beta$ است.

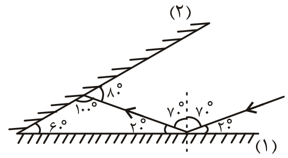
در این‌جا داریم:



$$\gamma=\hat{\alpha}+\hat{\beta}\xrightarrow[\hat{\alpha}=70^\circ]{\hat{\gamma}=150^\circ}150=70+\hat{\beta}\to\hat{\beta}=80^\circ$$

۳۳- گزینه‌ی «۴»

به راحتی با ادامه‌ی پرتو بازتابش از سطح آینه‌ی «۱» می‌توان زاویه‌ی بین پرتو تابش به سطح آینه‌ی «۲» و سطح آینه را به‌دست آورد.



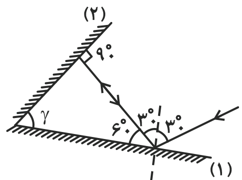
۳۴- گزینه‌ی «۱»

می‌دانیم اگر پرتوی نوری تحت زاویه‌ی تابش θ به دو آینه‌ی تخت که با هم زاویه‌ی θ می‌سازند، بتابد، منطبق بر خودش بازتاب می‌یابد. بنابراین در این سؤال باید $\hat{\alpha}=\hat{\beta}$ باشد تا پرتوی نور روی خودش بازتاب شود.

۳۵- گزینه‌ی «۳»

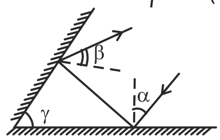
روش اول: اگر زاویه‌ی بین دو آینه را γ بنامیم، با توجه به رسم مسیر پرتوهای تابش و بازتابش و استفاده از قانون‌های بازتاب داریم:

(تذکر: شرط آن‌که پرتوی تابش و بازتاب از سطح یک آینه بر هم منطبق باشند این است که پرتو، عمود بر سطح آینه بتابد یعنی زاویه‌ی تابش صفر باشد.)



با توجه به این‌که مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث ۱۸۰° است، داریم:

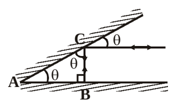
$$\hat{\gamma}+۹۰+۶۰=۱۸۰\rightarrow\hat{\gamma}=۳۰^\circ$$



روش دوم: اگر زاویه‌ی تابش (یا بازتاب) از سطح آینه‌ها α و β و زاویه‌ی بین دو آینه γ باشد داریم:

$$\hat{\gamma}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}\xrightarrow[\hat{\beta}=۰]{\hat{\alpha}=۳۰^\circ}\hat{\gamma}=۳۰+۰\rightarrow\hat{\gamma}=۳۰^\circ$$

۳۶- گزینه‌ی «۳»



مجموع زوایای داخلی مثلث ABC برابر ۱۸۰° است، بنابراین داریم:

$$\hat{\theta}+\hat{\theta}+۹۰^\circ=۱۸۰^\circ\Rightarrow\hat{\theta}=۴۵^\circ$$

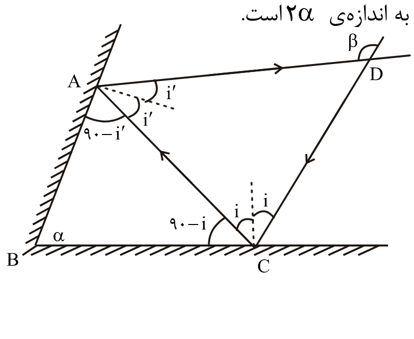
۳۷- گزینه‌ی «۲»

با استفاده از قانون‌های بازتاب در آینه‌ها و توجه به این‌که مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث ۱۸۰° است داریم:

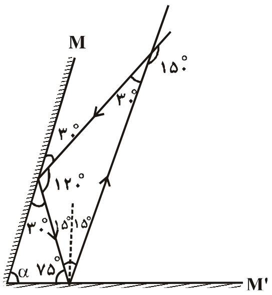
مثلث ABC: $۹۰^\circ-i+۹۰^\circ-i'+\alpha=۱۸۰^\circ\rightarrow\alpha=i+i'$

مثلث ACD: $\beta=۲i+۲i'=۲(i+i')=۲\alpha$

به‌طور کلی می‌توان گفت: در دو آینه تخت متقاطع که امتداد آن‌ها با هم زاویه حاده‌ی α می‌سازند زاویه‌ی انحراف پرتو بازتاب نهایی نسبت به پرتو تابش اولیه به اندازه‌ی ۲α است.



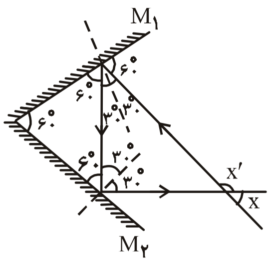
۳۸- گزینه‌ی «۳»



در شکل مقابل زاویه‌های نامعلوم مشخص شده‌اند که با توجه به برابری زاویه‌ی تابش و بازتاب و این‌که مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰° است، می‌توان نوشت:

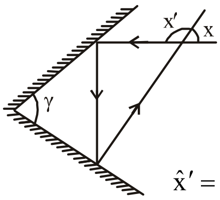
$$\hat{\alpha}+۷۵^\circ+۳۰^\circ=۱۸۰^\circ\Rightarrow\hat{\alpha}=۷۵^\circ$$

۳۹- گزینه‌ی «۴»



روش اول: با رسم پرتوهای تابش و بازتابش، همچنین با استفاده از قانون‌های بازتابش و این مطلب که هر زاویه‌ی خارجی در مثلث برابر مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیرمجاور است، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

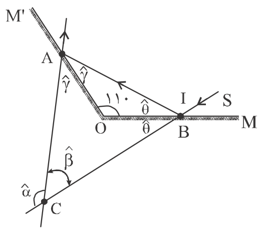
$$\hat{x}'=۲\times۳۰+۲\times۳۰\rightarrow\hat{x}'=۱۲۰^\circ$$



روش دوم: اگر مطابق شکل زاویه‌ی بین دو آینه $\hat{\gamma}$ باشد، می‌توان زاویه‌ی $\hat{x}'$ را به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$\hat{x}'=۲\hat{\gamma}\xrightarrow{\hat{\gamma}=۶۰^\circ}\hat{x}'=۱۲۰^\circ$$

۴۰- گزینه‌ی «۴»



مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر ۱۸۰° است، بنابراین داریم:

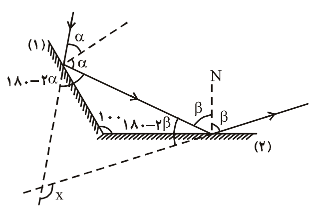
$$AOB:\hat{\gamma}+۱۱۰^\circ+\hat{\theta}=۱۸۰^\circ$$

$$\hat{\gamma}+\hat{\theta}=۷۰^\circ\rightarrow۲\hat{\gamma}+۲\hat{\theta}=۱۴۰\xrightarrow{\hat{\alpha}=۲\hat{\gamma}+۲\hat{\theta}}\hat{\alpha}=۱۴۰^\circ$$

۴۱- گزینه‌ی «۳»

در این‌جا زاویه‌ی بین امتداد پرتوی تابش به آینه‌ی (۱) و امتداد پرتوی بازتابش از آینه‌ی (۲) مطلوب است، لذا به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

روش اول: با استفاده از قانون‌های بازتابش و رسم پرتوهای تابش و بازتابش از سطح آینه‌ها داریم:



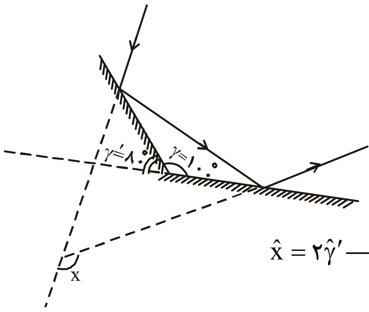
هر زاویه‌ی خارجی برابر مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیرمجاور در هر مثلث است.

$$\hat{x}=۱۸۰-۲\hat{\alpha}+۱۸۰-۲\hat{\beta}$$

$$\rightarrow\hat{x}=۳۶۰-۲(\hat{\alpha}+\hat{\beta})\xrightarrow{\hat{\gamma}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}}x=۳۶۰-۲\hat{\gamma}$$

$$\xrightarrow{\hat{\gamma}=۱۰۰^\circ}\hat{x}=۳۶۰-۲۰۰\rightarrow\hat{x}=۱۶۰^\circ$$

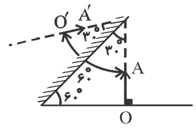
روش دوم:



$$\hat{x}=۲\hat{\gamma}' \xrightarrow{\hat{\gamma}'=۸۰^\circ} \hat{x}=۱۶۰^\circ$$

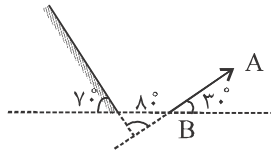
۴۲- گزینه‌ی «۲»

زاویه‌ی بین امتداد جسم و امتداد تصویرش در یک آینـه‌ی تخـت، دو برابر زاویه‌ی بین امتداد جسم و امتداد آینه است. با توجه به شکل، زاویـه‌ی بـین امتـداد جسـم و آینه ۳۰° اسـت، لـذا زاویـه‌ی بـین امتـداد جسـم و امتـداد تصویرش ۶۰° خواهد بود.



۴۳- گزینه‌ی «۳»

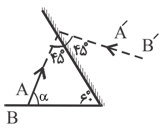
زاویه‌ی بین امتداد جسم و تصویرش، دو برابر زاویه‌ی بین امتداد جسم و آینه است، لذا داریم:



$۱۶۰^\circ = ۲\times ۸۰ =$ زاویه‌ی بین امتداد جسم و تصویرش

۴۴- گزینه‌ی «۴»

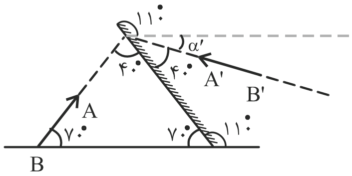
اگر راستای تصویر بر راستای جسم عمود باشد، راستای جسم با آینه زاویه‌ی ۴۵° می‌سازد، لذا داریم:



$$\alpha+۴۵^\circ+۶۰^\circ=۱۸۰^\circ \rightarrow \alpha=۷۵^\circ$$

۴۵- گزینه‌ی «۱»

با توجه به زاویه‌ی بین جسم و آینه و زاویه‌ی بین (α) تصویر و سطح افقی را تعیین می‌کنیم:



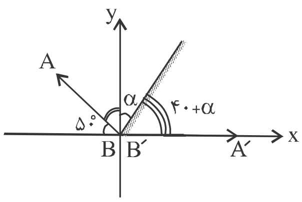
$$\hat{\alpha}=۱۸۰-۷۰\times ۲=۴۰^\circ$$

$$\hat{\alpha}'=۱۸۰-(۱۱۰+\alpha) \xrightarrow{\hat{\alpha}=۴۰^\circ} \hat{\alpha}'=۳۰^\circ$$

۴۶- گزینه‌ی «۱»

زاویه‌ی بین امتداد جسم و آینه، برابر زاویه‌ی بین امتداد تصویر و آینه است.

با توجه به شکل داریم:



$$۵۰^\circ+۴۰^\circ+\alpha+۴۰^\circ+\alpha=۱۸۰^\circ \rightarrow \alpha=۲۵^\circ$$

۴۷- گزینه‌ی «۴»

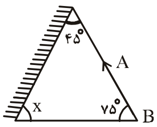
تصویر در آینه‌ی تخت وارونی جانبی دارد و مجموع زمانی که ساعت در آینه نشان می‌دهد و زمانی که ساعت واقعاً آن را نشان مـی‌دهـد برابر ۱۲ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$۴:۵۰'+x:y'=۱۲:۰۰' \Rightarrow y=۱۰', x=۷$$

بنابراین اگر مستقیماً بـه سـاعت نگـاه کـنـیم، سـاعت ۷ و ۱۰ دقیقه خواهد بود.

۴۸- گزینه‌ی «۳»

اگر AB بـا سـطح آینـه زاویـه‌ی ۴۵° بسازد در این صورت تصـویرش بـر AB عمود می‌شود.

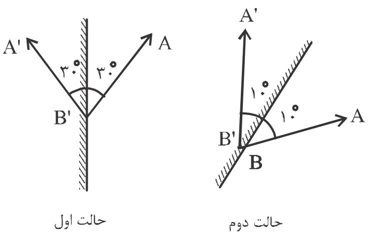


در ایـن حالـت زاویـه‌ی آینـه بـا سـطح افقـی برابـر بـا $\hat{x}=۱۸۰-(۴۵+۷۵)=۶۰^\circ$ و بـا امتـداد قـائم زاویـه‌ی $\hat{\alpha}'=۹۰-۶۰=۳۰^\circ$ می‌باشد. این زاویـه پـس از دوران آینـه بـه اندازه‌ی ۱۰° ایجاد شده پس زاویه‌ی اولیه‌ی آینه با امتداد قائم برابر است با:

$$\hat{\alpha}=۳۰-۱۰=۲۰^\circ$$

۴۹- گزینه‌ی «۲»

مطابق شکل با امتداد جسم و آینه، زاویـه‌ی بین جسـم و آینـه را یافته و به صورت زیر عمل می‌کنیم:



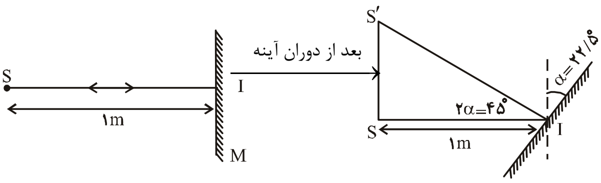
همان طور که می‌بینید، تصویر در جهت دوران آینه چرخیده است

$۲۰^\circ = ۲\times ۱۰ =$ زاویه‌ی بین جسم و تصویر

$۴۰^\circ = (۲\times ۳۰)-(۲\times ۱۰) =$ مقدار دوران تصویر

۵۰- گزینه‌ی «۳»

اگر با ثابت نگه‌داشتن پرتوی تـابش، آینـه بـه انـدازه‌ی « α » دوران کند، پرتوی بازتاب نسبت به حالت قبلـی خـود بـه انـدازه‌ی « ۲α » دوران می‌کند. در این‌جا داریم:



در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ایجاد شده داریم:

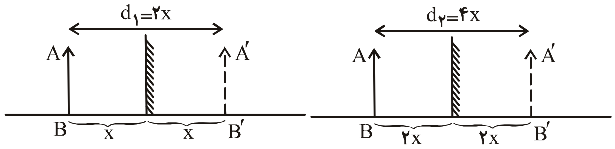
$$\tan ۴۵^\circ=\frac{SS'}{SI} \xrightarrow{SI=۱m} ۱=\frac{SS'}{۱} \rightarrow SS'=۱m$$

۵۱- گزینه‌ی «۱»

در آینه‌ی تخت، همواره فاصله‌ی بین آینه و جسم، برابر فاصله‌ی بین آینه و تصویر جسم است، لذا اگر فاصله‌ی بین جسم و آینه‌ی تخت نصف شود، فاصله‌ی بین تصویر جسم تا آینه‌ی تخت نیز نصف خواهد شـد. از طرفـی در آینه‌ی تخت،همواره طول تصویر و طول جسم برابر است.

۵۲- گزینه‌ی «۱»

اگر فاصله‌ی شی تا آینه‌ی تخت دو برابر شود،فاصله‌ی تصویر تا آینه نیز دو برابر شده و فاصله‌ی جسم تا تصویرش نیز دو برابر می‌شود.



$$\frac{d_۲}{d_۱}=\frac{۴x}{۲x}\to\frac{d_۲}{d_۱}=۲$$

۵۳- گزینه‌ی «۳»

وقتی جسم۲۰ سانتی‌متر از آینه دور شود، تصویرش نیز ۲۰cm نسبت به محل اولش از آینه دور می‌شود. برای جبران این ۲۰cm، لازم است آینه را به اندازه‌ی ۱۰cm به جسم نزدیک کنیم، زیرا آینه به هر میزان که جابه‌جا شود، تصویر به اندازه‌ی دو برابر آن و در جهت آینه جابه‌جا خواهد شد.

۵۴- گزینه‌ی «۳»

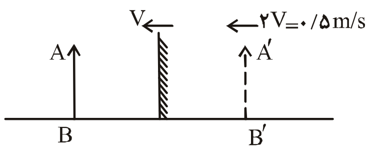
به‌طور کلی اگر شخص به‌اندازه‌ی d جابه‌جا شود، تصویرش نیز به اندازه‌ی d، در خلاف حرکت جسم جابه‌جا شده و اگر آینه به اندازه‌ی d' جابه‌جا شود، تصویر جسم به اندازه‌ی $۲d'$ در همان جهت حرکت آینه جابه‌جا می‌شود. حال اگر آینه و شخصی در دو سوی مخالف حرکت کرده و به هم نزدیک شوند، فاصله‌ی بین جسم و تصویرش به اندازه‌ی $۲d+۲d'$ کم می‌شود، ولی جابه‌جایی تصویر نسبت به وضع اول تصویر به صورت زیر است:

$$\text{جابه‌جایی تصویر نسبت به وضع اول آن}=۲d'+d\xrightarrow[d'=۳۰cm]{d=۴۰cm}$$

$$\text{جابه‌جایی تصویر نسبت به وضع اول آن}=۲\times۳۰+۴۰=۱۰۰cm$$

۵۵- گزینه‌ی «۳»

به‌طور کلی اگر اینه‌ی تختی با سرعت **V** (در امتدادی عمود بر جسم) در یک سو حرکت کند، تصویر جسم با سرعت **۲V** در همان جهت حرکت می‌کند. در این‌جا چون تصویر به شخص نزدیک می‌شود، آینه نیز به شخص نزدیک می‌شود.

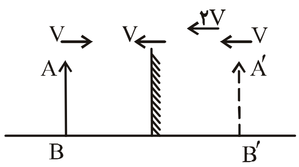


$$۲V=۰/۵\frac{m}{s}$$
$$\to V=۰/۲۵\frac{m}{s}$$

۵۶- گزینه‌ی «۳»

می‌دانیم که در آینه‌های تخت، اگر جسم با سرعت V حرکت کند،تصویرش نیز با سرعت V در خلاف حرکت جسم حرکت می‌کند.از طرفی اگر آینه با سرعت V حرکت کند تصویرش با سرعت ۲V به حرکت درآمده،

لذا سرعت انتقال تصویر برآیند این دو سرعت یعنی ۳V خواهد بود.



۵۷- گزینه‌ی «۴»

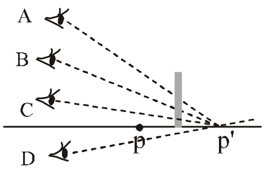
به‌طور کلی اگر جسم با سرعت V و آینه با سرعت V' در دو سوی مخالف حرکت کرده و به هم نزدیک شوند، سرعت تصویر نسبت به جسم به‌صورت زیر خواهد بود، در این‌جا داریم:

$$\text{سرعت تصویر نسبت به جسم}=۲V+۲V'\xrightarrow[V=۳\frac{m}{s}]{V'=۲\frac{m}{s}}$$

$$\text{سرعت تصویر نسبت به جسم}=۲\times۲+۲\times۳=۱۰\frac{m}{s}$$

۵۸- گزینه‌ی «۴»

تصویر P همان P' است که در پشت آینه تشکیل می‌شود و در میدان دید بیننده‌ی **D** قرار ندارد و برای او در آینه، قابل رؤیت نیست.

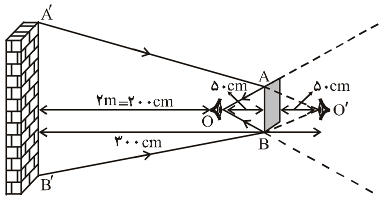


۵۹- گزینه‌ی «۳»

به‌طور کلی اگر تصویر جسم،کل طول آینه را پر کند، طول آینه نصف طول جسم خواهد بود. در این‌جا چون طول جسم (قسمتی از بدن شخص) یک متر است، طول آینه نیم متر خواهد بود.

۶۰- گزینه‌ی «۴»

در ابتدا با رسم پرتوهای تابش، تصویری از دیوار را که توسط شخص دیده می‌شود رسم می‌کنیم.



با تشابه دو مثلث $O'AB$ و $O'A'B'$ داریم:

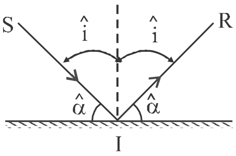
$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{۳۰۰}{۵۰}\to\frac{A'B'}{AB}=۶\xrightarrow[\text{مساحت آینه } S]{\text{مساحت تصویر } S'}\frac{S'}{S}=\left(\frac{A'B'}{AB}\right)^۲$$

$$\xrightarrow{A'B'=۶AB}\frac{S'}{S}=(۶)^۲=۳۶\xrightarrow{S=۱۰۰cm^۲}\frac{S'}{۱۰۰}=۳۶$$

$$\to S'=۳۶۰۰cm^۲$$

۶۱- گزینه‌ی «۳» درصد پاسخ درست (۱۴٪)

با توجه به شکل مقابل و با توجه به این که زاویه‌ی بین پرتوهای تابش و بازتاب برابر $۲\hat{i}$ است، ابتدا زاویه‌ی تابش $(\hat{i})$ را حساب می‌کنیم.



$$\hat{\alpha}=۲/۵(۲\hat{i})\Rightarrow\hat{\alpha}=۵\hat{i}$$

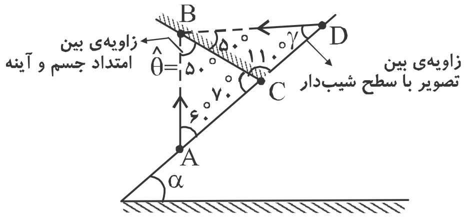
$$\hat{i}+\hat{\alpha}=۹۰^\circ\Rightarrow\hat{i}+۵\hat{i}=۹۰^\circ\Rightarrow۶\hat{i}=۹۰^\circ\Rightarrow\hat{i}=۱۵^\circ$$

وقتی زاویه‌ی تابش را ۳۵ درجه افزایش دهیم، در حالت جدید زاویه‌ی تابش برابر با $\hat{i}'=15^\circ+35^\circ=50^\circ$ می‌شود، در نتیجه در این حالت زاویه‌ی بین پرتوی تابش و بازتاب برابر است با:

$$2\hat{i}'=2\times 50^\circ=100^\circ$$

۶۲- گزینه‌ی «۲» درصد پاسخ درست (۱۴٪)

برای یافتن زاویه‌ی بین امتداد جسم و امتداد آینه هر دو را امتداد می‌دهیم تا یک‌دیگر را قطع کنند شکل حاصل مثلثی خواهد بود که زوایای داخل آن باید دارای مجموع 180° باشند. از طرفی می‌دانیم زاویه‌ای که جسم با آینه‌ی تخت می‌سازد، برابر است با زاویه‌ای که تصویر با آینه می‌سازد. آن‌گاه تصویر را امتداد می‌دهیم تا سطح شیب‌دار را قطع کند و مجدداً زاویه‌ی آن را به‌دست می‌آوریم:

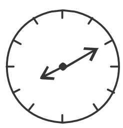


$$\overset{\Delta}{ABC}: 60^\circ+70^\circ+\hat\theta=180^\circ \Rightarrow \hat\theta=50^\circ$$

$$\overset{\Delta}{CBD}: 50^\circ+110^\circ+\hat\gamma=180^\circ \Rightarrow \hat\gamma=20^\circ$$

۶۳- گزینه‌ی «۲» درصد پاسخ درست (۵۰٪)

در آینه‌های تخت تصویر نسبت به محور قائم قرینه می‌شود که به این خاصیت وارونی جانبی می‌گویند. اگر به‌طور مستقیم به ساعت نگاه کنیم، شکل روبه‌رو را می‌بینیم که در این حالت ساعت $8:10'$ است.



توجه کنید که در ساعت عقربه‌ای، مجموع زمانی که در آینه نشان داده می‌شود و زمانی که مستقیماً از روی ساعت خوانده می‌شود، برابر با ۱۲ می‌باشد. (مگر آن که ساعت ۱۲ باشد!)

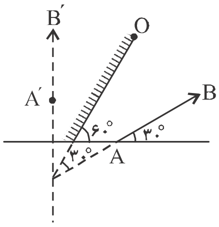
۶۴- گزینه‌ی «۴» درصد پاسخ درست (۷٪)

طبق ویژگی‌های آینه‌ی تخت، تصویر و جسم نسبت به آینه تقارن دارند. اگر راستای تصویر بر راستای جسم عمود شود، باید زاویه‌ی بین راستای هر کدام و سطح آینه برابر با 45° باشد. در این صورت باید سطح آینه با افق زاویه‌ای برابر $180^\circ-(45^\circ+40^\circ)=95^\circ$ بسازد.

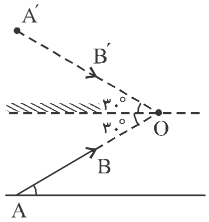
این زاویه ابتدا برابر با 60° است، پس باید آینه $95^\circ-60^\circ=35^\circ$ در خلاف جهت عقربه‌های ساعت بچرخد.

۶۵- گزینه‌ی «۴» درصد پاسخ درست (۵٪)

در حالت اول زاویه‌ی بین راستای جسم و راستای آینه برابر با 30° است و زاویه‌ی بین راستای جسم و راستای تصویرش برابر با $60^\circ=2\times30^\circ$ می‌باشد. اگر آینه را به اندازه‌ی 60° به‌صورت ساعت‌گرد حول نقطه‌ی **O** دوران دهیم، باز هم زاویه بین راستای جسم و راستای آینه برابر با 30° و زاویه‌ی بین راستای جسم و راستای تصویرش برابر با 60° خواهد شد.



(قبل از دوران)



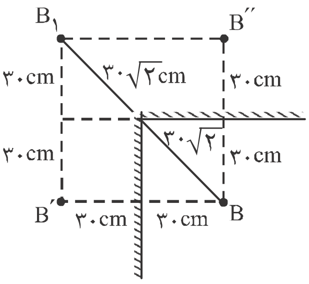
(پس از دوران)

۶۶- گزینه‌ی «۲»

با توجه به شکل تصاویر ایجاد شده را می‌یابیم.

با توجه به این‌که فاصله‌ی B تا هر یک از آینه‌ها $30cm$ است.

فاصله‌ی B' و B'' نیز از آینه‌های مقابل آن $30cm$ می‌باشد.

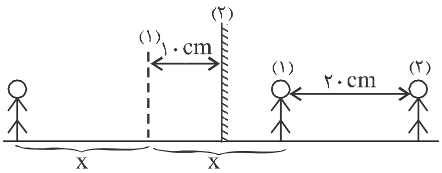


حال اگر دورترین تصویر از **B** را با B_1 نمایش دهیم، فاصله‌ی BB_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$BB_1=30\sqrt{2}+30\sqrt{2}=60\sqrt{2}cm$$

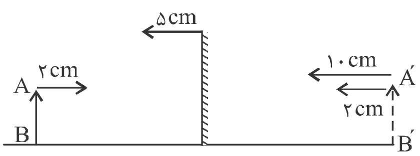
۶۷- گزینه‌ی «۴» درصد پاسخ درست (۳۰٪)

می‌دانیم که فاصله‌ی جسم تا آینه‌ی تخت همواره برابر با فاصله‌ی تصویر تا آینه می‌باشد. بنابراین در صورتی‌که شخص ثابت بماند، اگر آینه $10cm$ ازشخص دور شود، تصویر شخص به اندازه‌ی $2\times10=20cm$ از او دور می‌شود. دقت کنید، جهت حرکت تصویر با جهت حرکت آینه یکسان است.



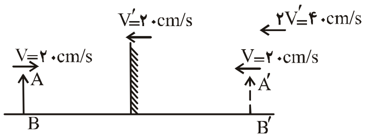
۶۸- گزینه‌ی «۱» درصد پاسخ درست (۳۱٪)

اگر جسم $2cm$ به طرف راست حرکت کند، با توجه به برابر فاصله‌ی جسم و تصویر از آینه، تصویر $2cm$ به طرف چپ جابه‌جا می‌شود و اگر آینه $5cm$ به طرف چپ برود، تصویر آن $2\times5=10cm$ به طرف چپ می‌رود در نتیجه جسم در مجموع $12cm$ به طرف چپ جابه‌جا می‌شود.



۶۹- گزینه‌ی «۱»

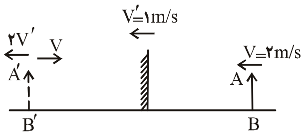
با توجه به شکل،دو عامل در حرکت تصویر موثرند، یکی حرکت جسم و دیگری حرکت آینه، لذا برآیند این عوامل را در نظر می‌گیریم. چون سرعت جسم $۲۰cm/s$ است سرعت تصویر نیز $۲۰cm/s$ (در خلاف حرکت جسم) و چون سرعت آینه $۲۰cm/s$ است سرعت تصویر $۴۰cm/s$ (در همان جهت حرکت آینه) خواهد بود. لذا برای تعیین سرعت انتقال تصویر داریم:



$$\text{سرعت انتقال تصویر} = ۲V' + V = ۴۰ + ۲۰ = ۶۰\frac{cm}{s}$$

۷۰- گزینه‌ی «۲»

اگر بخواهیم که تصویر ساکن بماند، باید آینه‌ی تخت با سرعتی به اندازه‌ی نصف سرعت جسم و در همان جهت حرکت جسم جابه‌جا شود. در این‌جا چون سرعت جسم $۲\frac{m}{s}$ است سرعت آینه $۱\frac{m}{s}$ و در همان جهت حرکت جسم خواهد بود و داریم:



$$\text{سرعت انتقال تصویر} = ۲V' - V = ۰ \xrightarrow{V=۲\frac{m}{s}} ۲V' - ۲ = ۰$$

$$\rightarrow V' = ۱\frac{m}{s}$$

۷۱- گزینه‌ی «۳»

چون فاصله‌ی جسم از آینه **۲m** است، فاصله‌ی تصویر از آینه نیز **۲m** و فاصله‌ی جسم از تصویرش **۴m** است. اگر جسم به اندازه‌ی **d** و آینه به اندازه‌ی d' در دو سوی مخالف حرکت کرده و به هم نزدیک شوند،جابه‌جایی تصویر نسبت به جسم به‌صورت زیر خواهد بود.

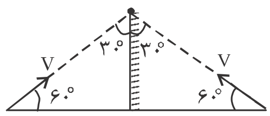
$$\text{جابه‌جایی تصویر نسبت به جسم} = ۲d + ۲d' \xrightarrow[d'=۳۰cm]{d=۳۰cm}$$

$$\text{جابه‌جایی تصویر نسبت به جسم} = ۲\times۳۰ + ۲\times۳۰ = ۱۲۰cm = ۱/۲m$$

یعنی فاصله‌ی جسم از تصویرش **۱/۲m** کاهش یافته لذا فاصله‌ی بین جسم و تصویرش در حالت جدید **۲/۸m** خواهد بود.

$$\text{فاصله‌ی جدید جسم از تصویرش} = ۴ - ۱/۲ = ۲/۸m$$

۷۲- گزینه‌ی «۲»



در این‌جا سرعت تصویر نیز **V** است و امتداد حرکت تصویر با سطح آینه زاویه‌ی $۳۰°$ می‌سازد.

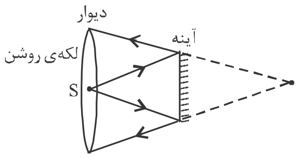
حال برای تعیین سرعت انتقال تصویر نسبت به شیء (V') داریم:

$$V' = ۲V\cos۶۰° \xrightarrow{\cos۶۰=\frac{۱}{۲}} V' = ۲V \times \frac{۱}{۲}$$

$$\rightarrow V' = V = ۱۰\frac{m}{s}$$

۷۳- گزینه‌ی «۴»

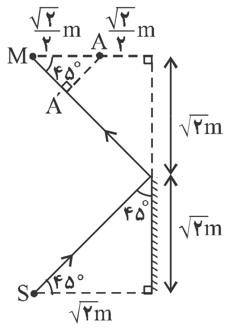
همواره قطر لکه‌ی روشن دو برابر قطر آینه است.



۷۴- گزینه‌ی «۲»

درصد پاسخ درست (۰٪)

با توجه به شکل زیر، اگر ناظر A در راستای پرتوی بازتاب از انتهای آینه قرار گیرد، می‌تواند نقطه‌ی نورانی S را ببیند، اما برای این که حداقل جابه‌جایی را داشته باشد، کوتاه‌ترین فاصله از نقطه‌ی A تا راستای پرتوی بازتاب، طی مسیری در راستای عمود بر پرتوی بازتاب است (مسیر AA')، لذا داریم: $\overline{AA'} = \overline{A'M}$



$$\xrightarrow{\cos۴۵° = \frac{\overline{A'M}}{\overline{AM}}} \overline{A'M} = \overline{AM}\cos۴۵°$$

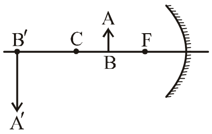
$$\Rightarrow \overline{A'M} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۲}{۴} \Rightarrow \overline{AA'} = \overline{A'M} = \frac{۱}{۲}m$$

۷۵- گزینه‌ی «۱»

چون می‌خواهیم تصویر کوچک‌تر از جسم باشد، الزاماً تصویر حقیقی بوده و فاصله‌ی تصویر از آینه کمتر از فاصله‌ی جسم تا آینه بوده یعنی تصویر، جلوی جسم و بین جسم و آینه خواهد بود لذا $P > ۲f$ است.

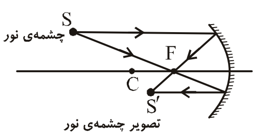
۷۶- گزینه‌ی «۱»

چون تصویر حقیقی است پس جسم خارج فاصله‌ی کانونی قرار داشته و از آن‌جا که تصویر بزرگ‌تر از جسم است، تصویر دورتر از جسم نسبت به آینه قرار گرفته، یعنی جسم بین F و C قرار دارد.



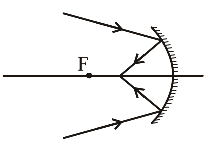
۷۷- گزینه‌ی «۴»

چون دسته پرتوهای بازتاب همگرا هستند، تصویر حقیقی بوده و چون تصویر بین آینه و جسم تشکیل می‌شود، جسم خارج از فاصله‌ی ۲f بوده یعنی $P > ۲f$ است.



۷۸- گزینه‌ی «۳»

اگر پرتوهای تابش همگرا به آینه‌ی معقر بتابند، پرتوهای بازتاب همگرا بوده و بین کانون و راس آینه جمع می‌شوند و تصویری حقیقی ایجاد می‌کنند.



۷۹- گزینه‌ی «۲»

هرگاه جسمی در مقابل یک آینه جابه‌جا شود، تصویرش پیوسته در خلاف جهت حرکت جسم، حرکت می‌کند.

۸۰- گزینه‌ی «۴»

تصویر همواره در خلاف جهت حرکت جسم حرکت می‌کند. چون در این‌جا جسم تغییر جهت نمی‌دهد، تصویرش نیز تغییر جهت نمی‌دهد.

۸۱- گزینه‌ی «۴»

هنگامی که جسم در فاصله‌ی کانونی آینه‌ی مقعر قرار گیرد، تصویر مجازی‌اش، بزرگ‌تر از جسم و در پشت آینه تشکیل می‌شود. از طرفی می‌دانیم که در آینه‌ها، جسم و تصویرش در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، لذا اگر در اینجا جسم با سرعت V در فاصله‌ی کانونی به آینه نزدیک شود، تصویر مجازی‌اش با سرعت متوسط بزرگ‌تر از V به آینه نزدیک می‌شود.

۸۲- گزینه‌ی «۴»

منظور از تصویر وارونه آن است که تصویر حقیقی است و بنابراین محدوده‌ی مورد نظر نباید در فاصله‌ی کانونی آینه باشد. از طرف دیگر هر چه به طرف مرکز آینه پیش رویم، فاصله‌ی جسم و تصویر حقیقی کاهش می‌یابد، بنابراین جسم باید به مرکز نزدیک شود و محدوده‌ی مورد نظر شامل فاصله‌ی کانونی نباشد که تنها در گزینه‌ی «۴» این چنین است.

۸۳- گزینه‌ی «۱»

برای حل چنین مسئله‌هایی، مکان تصویر را در دو لحظه‌ی شروع حرکت و پایان حرکت جسم، تعیین می‌کنیم. در این‌جا جسم از فاصله‌ی بسیار دور (بی‌نهایت) تا مرکز آینه (C) جابه‌جا شده لذا تصویرش از کانون $(p_1 = \infty \to q_1 = f)$ تا مرکز $(p_2 = r \to q_2 = r)$ آینه جابه‌جا می‌شود.

۸۴- گزینه‌ی «۳»

هنگامی که جابه‌جایی تصویر کوچک‌تر از جابه‌جایی جسم باشد، بزرگی تصویر نیز کوچک‌تر از جسم بوده، از این‌رو همواره $p > q$ خواهد بود، یعنی اگر جسم در فاصله‌های دورتر از مرکز آینه جابه‌جا شود، تصویرش همواره کوچک‌تر از جسم، لذا جابه‌جایی و سرعت تصویر کوچک‌تر از جابجایی و سرعت جسم خواهد بود.

۸۵- گزینه‌ی «۲»

با توجه به شکل داده شده در سؤال، چون تصویر نسبت به جسم مستقیم است، تصویر مجازی است و برای تعیین شعاع آینه داریم:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \xrightarrow[q=-20cm]{p=10cm} \frac{1}{10}-\frac{1}{20}=\frac{1}{f} \to f=20cm$$

$$\xrightarrow{r=2f} r=2\times 20 \to r=40cm$$

۸۶- گزینه‌ی «۲»

چون جسم در فاصله‌ی کانونی آینه قرار گرفته $(p < f)$، تصویری مجازی تشکیل می‌شود. برای تعیین فاصله‌ی تصویر از آینه داریم:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \xrightarrow[f=12cm]{p=8cm} \frac{1}{8}+\frac{1}{q}=\frac{1}{12} \to \frac{1}{q}=\frac{1}{12}-\frac{1}{8}$$

$$\to q=-24cm$$

(توجیه علامت منفی این است که تصویر مجازی است)

۸۷- گزینه‌ی «۲»

در این‌جا چون شعاع آینه و فاصله‌ی جسم از آینه معلوم است، برای پیدا کردن محل تصویر داریم:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \xrightarrow[p=20cm]{f=\frac{R}{2}=\frac{30}{2}=15cm} \frac{1}{20}+\frac{1}{q}=\frac{1}{15}$$

$$\to \frac{1}{q}=\frac{1}{15}-\frac{1}{20} \to q=60cm$$

چون $q > 0$ است، تصویر حقیقی است.

۸۸- گزینه‌ی «۳»

چون تصویر بر روی دیوار تشکیل شده، فاصله‌ی بین دیوار و آینه برابر q است و نوع تصویر حقیقی است، لذا داریم:

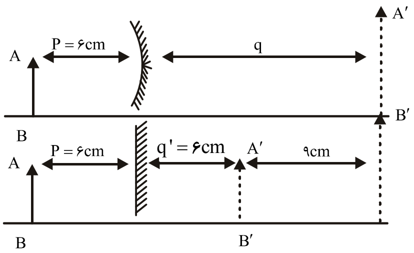
$$m=\frac{A'B'}{AB}=\frac{q}{p} \xrightarrow[q=15m]{m=5} 5=\frac{15}{p} \to p=3m$$

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \to \frac{1}{3}+\frac{1}{15}=\frac{1}{f} \to f=\frac{15}{6}m \xrightarrow{r=2f}$$

$$r=2\times\frac{15}{6} \to r=5m$$

۸۹- گزینه‌ی «۴»

با رسم شکل در هر دو حالت داریم:

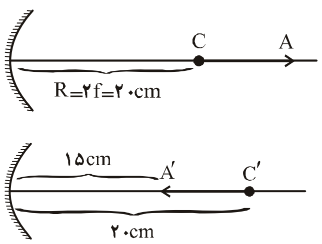


با توجه به شکل، بدیهی است که $q = 6 + 9 = 15cm$ است. حال داریم:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \xrightarrow[q=-15cm]{p=6cm} \frac{1}{6}-\frac{1}{15}=\frac{1}{f}$$

$$\to f=10cm \xrightarrow{r=2f} r=20cm$$

۹۰- گزینه‌ی «۲»



در این‌جا ابتدا محل تشکیل تصویر نقاط A و C (ابتدا و انتهای جسم) را تعیین کرده و بعد از آن با استفاده از شکل، طول تصویر را محاسبه می‌کنیم.

برای نقطه‌ی A: $\frac{1}{P_A}+\frac{1}{q_A}=\frac{1}{f} \xrightarrow[f=10cm]{P_A=30cm}$

$$\frac{1}{30}+\frac{1}{q_A}=\frac{1}{10} \to q_A=15cm$$

برای نقطه‌ی C: $p_C = r \to q_C = r = 20cm$

$$A'C' = 20-15 = 5cm$$

۹۱- گزینه‌ی «۱»

فاصله‌ی جسم تا آینه دو برابر فاصله‌ی کانونی است، یعنی جسم روی C قرار دارد، لذا تصویر حقیقی و هم اندازه‌ی جسم، روی C و وارونه تشکیل می‌شود.

$$p = r \rightarrow q = r$$
$$m = 1$$

۹۲- گزینه‌ی «۲»

روش اول: در این‌جا رابطه‌ی بین p و f داده شده، لذا برای تعیین بزرگ‌نمایی آینه به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$m = \frac{f}{p-f} \xrightarrow{p=3f} m = \frac{f}{3f-f} \rightarrow m = \frac{1}{2}$$

روش دوم: اگر نسبت $\frac{P}{f}$ را n بنامیم، آن‌گاه بزرگ‌نمایی آینه‌ی کروی مقعر به‌صورت زیر است:

$$m = \frac{1}{n-1} \xrightarrow{n=\frac{p}{f}=3} m = \frac{1}{3-1}$$
$$\rightarrow m = \frac{1}{2}$$

۹۳- گزینه‌ی «۴»

چون فاصله‌ی کانونی f و بزرگ‌نمایی m معلوم و مقدار p مطلوب است، از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم.

$$m = \frac{f}{p-f} \xrightarrow[f=60cm]{m=2} 2 = \frac{60}{p-60} \Rightarrow p = 90cm$$

۹۴- گزینه‌ی «۴»

در این‌جا فاصله‌ی جسم تا کانون آینه داده شده، لذا از رابطه‌های نیوتن در آینه‌های کروی به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم. (a فاصله‌ی جسم از کانون است.)

$$f = ma \xrightarrow[a=30cm]{m=2} f = 2 \times 30 = 60cm$$
$$\xrightarrow{r=2f} r = 120cm$$

۹۵- گزینه‌ی «۴»

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p} = 2 \Rightarrow q = 2p$$

چون آینه مقعر و تصویر بزرگ‌تر از جسم است، بنابراین تصویر می‌تواند حقیقی یا مجازی باشد. داریم:

حالت اول، تصویر حقیقی $\Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{2p} = \frac{1}{f}$

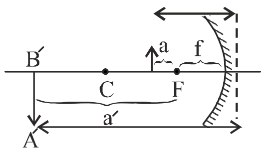
$$\Rightarrow \frac{3}{2p} = \frac{1}{f} \Rightarrow p = \frac{3}{2}f$$

حالت دوم، تصویر مجازی $\Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{2p} = \frac{1}{f}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2p} = \frac{1}{f} \Rightarrow p = \frac{1}{2}f$$

۹۶- گزینه‌ی «۱»

اگر فاصله جسم تا کانون را a و فاصله‌ی تصویر تا کانون را a' در نظر بگیریم، با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} a = p - f \rightarrow p = a + f \\ a' = q - f \rightarrow q = a' + f \end{cases}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{a+f} + \frac{1}{a'+f} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{a + a' + 2f}{(a+f)(a'+f)} = \frac{1}{f} \rightarrow$$

$$af + a'f + 2f^2 = aa' + af + a'f + f^2 \rightarrow aa' = f^2$$

۹۷- گزینه‌ی «۲»

در این‌جا فاصله‌ی جسم از کانون آینه (a) و نیز فاصله‌ی تصویر از کانون آینه (a') معلوم است، لذا با استفاده از رابطه‌ی نیوتن در آینه‌های کروی، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$aa' = f^2 \xrightarrow[a'=9cm]{a=1cm} 1 \times 9 = f^2 \rightarrow f = 3cm$$

$$\xrightarrow{r=2f} r = 6cm$$

۹۸- گزینه‌ی «۲»

هنگامی‌که جسم بر روی C (مرکز آینه) قرار می‌گیرد، تصویر حقیقی‌اش نیز بر روی C (همان نقطه) تشکیل شده که در این حالت فاصله‌ی جسم تا تصویر حقیقی‌اش کمترین مقدار یعنی صفر خواهد بود.

$$p = 2f \rightarrow q = 2f \ , \ d_{min} = 0$$

۹۹- گزینه‌ی «۱»

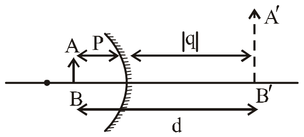
چون تصویر روی پرده تشکیل شده است، حقیقی است و تصویر حقیقی و بزرگ‌تر از جسم از آینه‌ی مقعر ایجاد می‌شود، بنابراین داریم:

$$m = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow m = \frac{4}{2} = 2 \ , \ m = \frac{q}{p} \Rightarrow q = 2p$$

$$q - p = 30cm \Rightarrow 2p - p = 30cm$$
$$\Rightarrow q = 60cm \ , \ p = 30cm$$

۱۰۰- گزینه‌ی «۳»

روش اول: در این‌جا تصویر مجازی بوده، یعنی جسم و تصویرش در دو طرف آینه قرار دارند، لذا با معلوم بودن فاصله‌ی جسم از تصویرش و نیز بزرگ‌نمایی آینه به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:



$$\begin{cases} d = p + |q| = 40cm \\ m = \frac{|q|}{p} = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{تصویر مجازی}} \begin{cases} p = 10cm \\ q = -30cm \end{cases}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \xrightarrow[q=-30cm]{p=10cm} \frac{1}{10} - \frac{1}{30} = \frac{1}{f} \rightarrow f = 15cm$$

روش دوم: بـا معلـوم بـودن d (فاصلـه‌ی جسـم از تصـویرش) و بزرگنمایی m، داریم:

$$f=\left|\frac{md}{m^{۲}-۱}\right|\xrightarrow[d=۴۰]{m=۳}f=\frac{۳\times ۴۰}{۹-۱}\to f=۱۵cm$$

۱۰۱- گزینه‌ی «۱»

چون در آینه‌ی مقعر جسم و تصویر در طرفین آینه قرار دارند پس تصویر حتماً مجازی است و تصویر مجازی در آینه‌ی مقعر حتماً بزرگ‌تر از جسم است، پس فقط گزینه‌ی «۱» صحیح است و نیازی به حل مسأله نیست.

۱۰۲- گزینه‌ی «۳»

برای حل این تست دو حالت را می‌توان در نظر گرفت:

۱- تصویر حقیقی است. در آینه‌ها فاصله‌ی جسم از تصویر حقیقی‌اش برابر $|p-q|$ می‌باشد، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} m=۵=\dfrac{q}{p}\to q=۵p \\ |p-q|=۹۶ \end{cases}\to\begin{cases} p=۲۴ \\ q=۱۲۰ \end{cases}\to\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}$$

$$\to\frac{۱}{۲۴}+\frac{۱}{۱۲۰}=\frac{۱}{f}\to f=۲۰\to r=۴۰cm$$

۲- تصویر مجازی است. در آینه‌ها فاصله‌ی جسم از تصویر مجازی آن برابر است با $p+q$، برای تعیین شعاع داریم:

$$\begin{cases} m=۵=\dfrac{q}{p}\to q=۵p \\ |p+q|=۹۶ \end{cases}\to\begin{cases} p=۱۶ \\ q=۸۰ \end{cases}\to\frac{۱}{p}-\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}$$

$$\to\frac{۱}{۱۶}-\frac{۱}{۸۰}=\frac{۱}{f}\to f=۲۰\to r=۴۰cm$$

می‌بینیم جواب در هر دو حالت یکسان است.

۱۰۳- گزینه‌ی «۱»

رابطه‌ی بین بزرگنمایی، فاصله‌ی جسم تا تصویر و فاصله‌ی کانونی به صورت مقابل است:

$$f=\frac{md}{|m^{۲}-۱|}\xrightarrow[d=۱۵cm]{m=\frac{۱}{۲}}f=\frac{\frac{۱}{۲}\times ۱۵}{|\frac{۱}{۴}-۱|}=۱۰cm$$

۱۰۴- گزینه‌ی «۳»

تصویر حقیقی در همان طرف جسم تشکیل شده لذا فاصله‌ی تصویر از جسم (D) به صورت زیر است:

$$m=\frac{q}{p}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow p=۲q$$

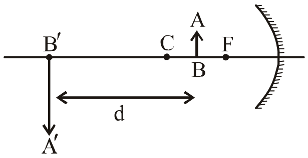
$$D=p-q=۳۰cm\Rightarrow ۲q-q=۳۰cm$$

$$\Rightarrow q=۳۰cm, p=۶۰cm$$

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{۶۰}+\frac{۱}{۳۰}=\frac{۱}{f}$$

$$\Rightarrow f=۲۰cm\Rightarrow r=۲f=۴۰cm$$

۱۰۵- گزینه‌ی «۲»



روش اول: در این‌جا تصویر حقیقی بوده و با توجه به بـزرگنمـایی داده شـده، $q>p$ است. با توجه به معلوم بودن فاصله‌ی جسم از تصـویرش (d) و نیـز بزرگنمایی m، داریم:

$$\begin{cases} d=q-p=۶۰cm \\ m=\dfrac{q}{p}=۳ \end{cases}\to\begin{cases} p=۳۰cm \\ q=۹۰cm \end{cases}$$

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\xrightarrow[q=۹۰cm]{p=۳۰cm}\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۹۰}=\frac{۱}{f}$$

$$\to f=\frac{۴۵}{۲}cm\xrightarrow{r=۲f}r=۴۵cm$$

روش دوم: بـا معلـوم بـودن فاصلـه‌ی جسـم از تصـویرش (d) و نیـز بزرگنمایی خطی آینه (m)، برای تعیین f و در نهایت R مـی‌تـوان نوشت:

$$f=\left|\frac{md}{m^{۲}-۱}\right|\xrightarrow[d=۶۰cm]{m=۳}f=\frac{۳\times ۶۰}{۹-۱}\to f=\frac{۴۵}{۲}cm$$

$$\xrightarrow{r=۲f}r=۴۵cm$$

۱۰۶- گزینه‌ی «۱»

با توجه به بزرگنمایی در هـر حالـت، فاصلـه‌ی جسـم را بـر حسـب فاصله‌ی کانونی تعیین می‌کنیم:

$$m=\frac{f}{p-f}\xrightarrow{m_{۱}=۲}۲=\frac{f}{p_{۱}-f}$$

$$\to ۲p_{۱}=۳f\to p_{۱}=\frac{۳f}{۲}$$

$$m=\frac{f}{p-f}\xrightarrow{m_{۲}=\frac{۱}{۲}}\frac{۱}{۲}=\frac{f}{p_{۲}-f}\to p_{۲}=۳f$$

تغییر فاصله‌ی جسم از آینه (ΔP) برابر است با:

$$\Delta P=P_{۲}-P_{۱}=۳f-\frac{۳f}{۲}=\frac{۳}{۲}f$$

روش دوم:

$$\Delta p=\left|\frac{۱}{m_{۱}}-\frac{۱}{m_{۲}}\right|f\xrightarrow[m_{۲}=\frac{۱}{۲}]{m_{۱}=۲}\Delta p=\left|\frac{۱}{۲}-۲\right|f$$

$$\to\Delta p=\frac{۳}{۲}f$$

۱۰۷- گزینه‌ی «۲»

روش اول: هرگاه فاصله‌ی یک جسم تا آینه‌ی مقعر، **n** برابر فاصلـه‌ی کانونی باشد، بزرگنمائی از رابطه‌ی $M=\dfrac{۱}{n-۱}$ به‌دست می‌آید.

$$\left.\begin{array}{l} m_۱ = \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{n-۱} \to n = ۴ \to P_۱ = ۴f \\ m_۲ = \frac{۲}{۳} = \frac{۱}{n-۱} \to n = \frac{۵}{۲} \to P_۲ = \frac{۵}{۲}f \end{array}\right|$$

$$\Rightarrow \Delta P = ۴f - \frac{۵}{۲}f = \frac{۳}{۲}f = ۱۵ \Rightarrow f = ۱۰cm$$

روش دوم:

$$\left.\begin{array}{l} m_۱ = \frac{f}{P_۱ - f} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow P_۱ = ۴f \\ m_۲ = \frac{f}{P_۲ - f} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow P_۲ = ۲/۵f \end{array}\right|$$

$$\Rightarrow \Delta P = ۴f - ۲/۵f = ۱/۵f = ۱۵ \to f = ۱۰cm$$

روش سوم:

$$\Delta p = \left|\frac{۱}{m_۱} - \frac{۱}{m_۲}\right| f \xrightarrow[m_۱=\frac{۱}{۳},\, m_۲=\frac{۲}{۳}]{\Delta p=۱۵cm} ۱۵ = \left|۳ - \frac{۳}{۲}\right| f \to$$

$$f = ۱۰cm$$

۱۰۸- گزینه‌ی «۴»

در حالت اول فاصله‌ی جسم از آینه‌ی مقعر برابر $P_۱ = \frac{f}{۲}$ و در حالت دوم برابر $P_۲ = \frac{f}{۴}$ است. در نتیجه با استفاده از رابطه‌ی $m = \frac{f}{f-P}$ بزرگ‌نمایی در حالت‌های اول و دوم برابر $m_۱ = ۲$ و $m_۲ = \frac{۴}{۳}$ است و تصویر مجازی در فاصله‌ی $q_۱ = f$ و $q_۲ = \frac{f}{۳}$ از آینه قرار دارد و بنابراین تصویر به آینه نزدیک شده به اندازه‌ی $\frac{۲f}{۳}$ است.

۱۰۹- گزینه‌ی «۲»

در هر بار، فاصله‌ی جسم تا آینه را برحسب فاصله‌ی کانونی آینه تعیین کرده، سپس با استفاده از معلوم بودن جابه‌جایی جسم بین دو وضعیت، فاصله‌ی کانونی را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم. (در هر دو حالت تصویر حقیقی است.)

روش اول:

$$\left\{\begin{array}{l} m_۱ = \frac{q_۱}{p_۱} \xrightarrow{m_۱=۳} ۳ = \frac{q_۱}{p_۱} \to q_۱ = ۳p_۱ \\ \frac{۱}{p_۱} + \frac{۱}{q_۱} = \frac{۱}{f} \xrightarrow{q_۱=۳p_۱} \frac{۱}{p_۱} + \frac{۱}{۳p_۱} = \frac{۱}{f} \\ \to \frac{۴}{۳p_۱} = \frac{۱}{f} \to p_۱ = \frac{۴}{۳}f \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} m_۲ = \frac{q_۲}{p_۲} \xrightarrow{m_۲=\frac{۱}{۲}m_۱=\frac{۳}{۲}} \frac{۳}{۲} = \frac{q_۲}{p_۲} \to q_۲ = \frac{۳}{۲}p_۲ \\ \frac{۱}{p_۲} + \frac{۱}{q_۲} = \frac{۱}{f} \xrightarrow{q_۲=\frac{۳}{۲}p_۲} \frac{۱}{p_۲} + \frac{۱}{\frac{۳}{۲}p_۲} = \frac{۱}{f} \\ \to \frac{۵}{۳p_۲} = \frac{۱}{f} \to p_۲ = \frac{۵}{۳}f \end{array}\right.$$

$$\Delta p = p_۲ - p_۱ \xrightarrow[p_۱=\frac{۴}{۳}f]{p_۲=\frac{۵}{۳}f} \Delta p = \frac{۵}{۳}f - \frac{۴}{۳}f \xrightarrow{\Delta p=۵cm}$$

$$۵ = \frac{۱}{۳}f \to f = ۱۵cm$$

روش دوم:

$$m_۱ = \frac{f}{p_۱ - f} \xrightarrow{m_۱=۳} ۳ = \frac{f}{p_۱ - f} \to p_۱ - f = \frac{۱}{۳}f$$

$$\to p_۱ = \frac{۴}{۳}f$$

$$m_۲ = \frac{f}{p_۲ - f} \xrightarrow{m_۲=\frac{۳}{۲}} \frac{۳}{۲} = \frac{f}{p_۲ - f} \to p_۲ - f = \frac{۲}{۳}f$$

$$\to p_۲ = \frac{۵}{۳}f$$

$$\Delta p = p_۲ - p_۱ \xrightarrow[p_۱=\frac{۴}{۳}f]{p_۲=\frac{۵}{۳}f} \Delta p = \frac{۵}{۳}f - \frac{۴}{۳}f \xrightarrow{\Delta p=۵cm}$$

$$۵ = \frac{۱}{۳}f \to f = ۱۵cm$$

روش سوم:

$$\Delta P = \left|\frac{۱}{m_۲} - \frac{۱}{m_۱}\right| f \xrightarrow[\Delta P=۵cm]{m_۲=\frac{۳}{۲} \text{ و } m_۱=۳} ۵ = \left|\frac{۱}{\frac{۳}{۲}} - \frac{۱}{۳}\right| f$$

$$\to f = ۱۵cm$$

۱۱۰- گزینه‌ی «۱»

در هر بار، فاصله‌ی جسم تا آینه را برحسب فاصله‌ی کانونی آینه تعیین می‌کنیم، سپس با استفاده از معلوم بودن جابه‌جایی جسم بین دو وضعیت، فاصله‌ی کانونی را به‌صورت زیر محاسبه می‌نماییم. (دقت کنید که در هر دو حالت تصویر حقیقی است. چرا؟)

روش اول :

$$\left\{\begin{array}{l} m_۱ = \frac{q_۱}{p_۱} \xrightarrow{m_۱=۲} ۲ = \frac{q_۱}{p_۱} \to q_۱ = ۲p_۱ \\ \frac{۱}{p_۱} + \frac{۱}{q_۱} = \frac{۱}{f} \xrightarrow{q_۱=۲p_۱} \frac{۱}{p_۱} + \frac{۱}{۲p_۱} = \frac{۱}{f} \\ \to \frac{۳}{۲p_۱} = \frac{۱}{f} \to p_۱ = \frac{۳}{۲}f \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} m_۲ = \frac{q_۲}{p_۲} \xrightarrow{m_۲=۴} ۴ = \frac{q_۲}{p_۲} \to q_۲ = ۴p_۲ \\ \frac{۱}{p_۲} + \frac{۱}{q_۲} = \frac{۱}{f} \xrightarrow{q_۲=۴p_۲} \frac{۱}{p_۲} + \frac{۱}{۴p_۲} = \frac{۱}{f} \\ \to \frac{۵}{۴p_۲} = \frac{۱}{f} \to p_۲ = \frac{۵}{۴}f \end{array}\right.$$

$$\Delta p = p_۱ - p_۲ \xrightarrow[p_۲=\frac{۵}{۴}f]{p_۱=\frac{۳}{۲}f} \Delta p = \frac{۳}{۲}f - \frac{۵}{۴}f \xrightarrow{\Delta p=۲cm}$$

$$۲=\frac{۱}{۴}f\to f=۸cm$$

روش دوم:

$$m_۱=\frac{f}{p_۱-f}\xrightarrow{m_۱=۲}۲=\frac{f}{p_۱-f}\to p_۱-f=\frac{۱}{۲}f$$

$$\to p_۱=\frac{۳}{۲}f$$

$$m_۲=\frac{f}{p_۲-f}\xrightarrow{m_۲=۴}۴=\frac{f}{p_۲-f}\to p_۲-f=\frac{۱}{۴}f$$

$$\to p_۲=\frac{۵}{۴}f$$

$$\Delta p=p_۲-p_۱\xrightarrow[p_۲=\frac{۵}{۴}f]{p_۱=\frac{۳}{۲}f}\Delta p=\frac{۳}{۲}f-\frac{۵}{۴}f$$

$$\xrightarrow{\Delta p=۲cm}۲=\frac{۱}{۴}f\to f=۸cm$$

روش سوم:

$$\Delta P=\left(\frac{۱}{m_۱}-\frac{۱}{m_۲}\right)f\xrightarrow[m_۱=۲\text{ و }m_۲=۴]{\Delta P=۲cm}۲=\left(\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۴}\right)f$$

$$\to f=۸cm$$

۱۱۱- گزینه‌ی «۱»

روش اول: در ابتدا با توجه به بزرگ‌نمایی آینه، در هر حالت p را محاسبه می‌کنیم. دقت کنید که چون در هر دو حالت بزرگ‌نمایی یکسان است، یکی از تصاویر حقیقی و دیگری مجازی خواهد بود:

حالت اول (تصویر حقیقی) $m_۱=\frac{q_۱}{p_۱}=۶\to q_۱=۶p_۱$

$$\frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{q_۱}=\frac{۱}{f}\xrightarrow[q_۱=۶p_۱]{f=\frac{R}{۲}=\frac{۲۴}{۲}=۱۲cm}\frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{۶p_۱}=\frac{۱}{۱۲}$$

$$\to\frac{۷}{۶p_۱}=\frac{۱}{۱۲}\to p_۱=۱۴cm$$

حالت دوم (تصویر مجازی) $m_۲=\frac{|q_۲|}{p_۲}=۶\xrightarrow{\text{تصویر مجازی}}q_۲=-۶p_۲$

$$\frac{۱}{p_۲}+\frac{۱}{q_۲}=\frac{۱}{f}\xrightarrow[q_۲=-۶p_۲]{f=\frac{R}{۲}=\frac{۲۴}{۲}=۱۲cm}\frac{۱}{p_۲}-\frac{۱}{۶p_۲}=\frac{۱}{۱۲}\to$$

$$\frac{۵}{۶p_۲}=\frac{۱}{۱۲}\to p_۲=۱۰cm$$

و برای تعیین جابه‌جایی جسم (Δp) بین این دو وضعیت داریم:

$$\Delta p=p_۱-p_۲\xrightarrow[p_۲=۱۰cm]{p_۱=۱۴cm}\Delta p=۱۴-۱۰\to\Delta=۴cm$$

روش دوم: در این‌جا چون بزرگ‌نمایی در هر دو حالت یکسان است، یکی از تصاویر حقیقی و دیگری مجازی است. لذا به‌صورت زیر در هر حالت **p** را تعیین کرده و بعد از آن جابه‌جایی جسم را می‌یابیم:

$$\text{تصویر حقیقی } m_۱=\frac{f}{p_۱-f}\xrightarrow[f=\frac{R}{۲}=\frac{۲۴}{۲}=۱۲cm]{m_۱=۶}۶=\frac{۱۲}{p_۱-۱۲}\to$$

$$p_۱-۱۲=۲\to p_۱=۱۴cm$$

$$\text{تصویر مجازی } m_۲=\frac{f}{f-p_۲}\xrightarrow[f=\frac{R}{۲}=\frac{۲۴}{۲}=۱۲cm]{m_۲=۶}۶=\frac{۱۲}{۱۲-p_۲}\to$$

$$۱۲-p_۲=۲\to p_۲=۱۰cm$$

$$\Delta p=p_۱-p_۲\xrightarrow[p_۲=۱۰cm]{p_۱=۱۴cm}\Delta p=۱۴-۱۰\to\Delta p=۴cm$$

روش سوم: چون در این‌جا یکی از تصاویر حقیقی و دیگری مجازی است برای تعیین Δp داریم:

$$\Delta p=\left|\frac{۱}{m_۱}+\frac{۱}{m_۲}\right|f\xrightarrow[f=\frac{r}{۲}=\frac{۲۴}{۲}=۱۲cm]{m_۱=m_۲=۶}\Delta p=\left|\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۶}\right|\times۱۲$$

$$\to\Delta p=۴cm$$

روش چهارم: به‌طور کلی اگر با جابه‌جایی جسم به اندازه‌ی (Δ) بین دو نقطه، بزرگ‌نمایی خطی **(m)** آینه در هر دو حالت یکسان باشد، شعاع آینه به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$r=m.\Delta p\xrightarrow[m=۶]{r=۲۴cm}۲۴=۶\Delta p\to\Delta p=۴cm$$

۱۱۲- گزینه‌ی «۱»

اگر فاصله‌ی تصویر از آینه را با q نمایش دهیم در هر دو بار فاصله‌ی تصویر از آینه یکسان بوده، به گونه‌ای که یکی از تصاویر حقیقی و دیگری مجازی است. لذا داریم:

بار اول (تصویرحقیقی) $\frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{q_۱}=\frac{۱}{f}\xrightarrow[q_۱=q]{p_۱=۲۰cm}\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}$

بار دوم (تصویرمجازی) $\frac{۱}{p_۲}+\frac{۱}{q_۲}=\frac{۱}{f}\xrightarrow[q_۲=-q]{p_۲=۵cm}\frac{۱}{۵}-\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}$

$$\to\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{۵}-\frac{۱}{q}\to\frac{۲}{q}=\frac{۱}{۵}-\frac{۱}{۲۰}$$

$$\to\frac{۲}{q}=\frac{۳}{۲۰}\to q=\frac{۴۰}{۳}cm$$

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\xrightarrow[q=\frac{۴۰}{۳}cm]{p=۲۰cm}\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{\frac{۴۰}{۳}}=\frac{۱}{f}\to$$

$$\frac{۱}{۲۰}+\frac{۳}{۴۰}=\frac{۱}{f}\to\frac{۵}{۴۰}=\frac{۱}{f}\to f=۸cm$$

۱۱۳- گزینه‌ی «۴»

در هر بار، فاصله‌ی جسم از آینه را بر حسب فاصله‌ی کانونی آینه، به‌صورت زیر می‌یابیم:

$$m=\frac{f}{p-f}\xrightarrow{m_۱=۲}۲=\frac{f}{p_۱-f}\Rightarrow p_۱=\frac{۳}{۲}f$$

$$m=\frac{f}{p-f}\xrightarrow{m_۲=۱}۱=\frac{f}{p_۲-f}\Rightarrow p_۲=۲f$$

حال با توجه به جابه‌جایی جسم داریم:

$$\Delta P=۲f-\frac{۳}{۲}f=\frac{۱}{۲}f\xrightarrow{\Delta P=۵cm}۵=\frac{۱}{۲}f$$

$$\Rightarrow f=۱۰cm\xrightarrow{r=۲f}r=۲۰cm$$

روش دوم:

$$\Delta p=\left|\frac{۱}{m_۱}-\frac{۱}{m_۲}\right|f\xrightarrow[\Delta p=۵cm]{m_۱=۲,m_۲=۱}$$

$$۵=\left|۱-\frac{۱}{۲}\right|f\Rightarrow f=۱۰cm\to r=۲۰cm$$

۱۱۴- گزینه‌ی «۳»

وقتی که جای جسم و تصویر حقیقی‌اش عوض شود، (نقاط مزدوج) بزرگ‌نمایی عکس می‌شود.

۱۱۵- گزینه‌ی «۴»

فاصله‌ی جسم تا تصویر حقیقی‌اش در آینه‌ی مقعر برابر اختلاف p و q است. از طرفی، اگر جسم را به محل این تصویر منتقل کنیم، طبق ویژگی مربوط به نقاط مزدوج، تصویر نیز به محل جسم منتقل می‌شود و بزرگنمایی برابر نسبت q به p است، اکنون مسئله را در حالت دوم حل می‌کنیم، با توجه به این که تصویر نسبت به حالت قبل ۴ برابر شده است، خواهیم داشت:

$$\begin{cases}q-p=۳۰cm\\ \frac{q}{p}=۴(\frac{p}{q})\end{cases}\to\begin{matrix}p=۳۰cm\\ q=۶۰cm\end{matrix}$$

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\to\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۶۰}=\frac{۱}{f}\to f=۲۰cm$$

۱۱۶- گزینه‌ی «۱»

در حالت اول $m=۲\Rightarrow q=۲p\quad,\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲p}+\frac{۱}{p}=\frac{۱}{f}\Rightarrow f=\frac{۲p}{۳}\quad(۱)$$

در حالت دوم $\Rightarrow p'=q'\Rightarrow m'=۱\Rightarrow\frac{۱}{p+۳}+\frac{۱}{p+۳}=\frac{۱}{f}$

$$\Rightarrow f=\frac{p+۳}{۲}\ (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)و(۲)}\frac{۲p}{۳}=\frac{p+۳}{۲}\Rightarrow ۴p=۳p+۹$$

$$\Rightarrow p=۹\Rightarrow f=\frac{۱۲}{۲}=۶cm$$

روش دوم:

$$\Delta p=\left|\frac{۱}{m_۱}-\frac{۱}{m_۲}\right|f\xrightarrow[\Delta p=۳cm]{m_۱=۲,m_۲=۱}۳=\left|\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۱}\right|f$$

$$\to f=۶cm$$

۱۱۷- گزینه‌ی «۳»

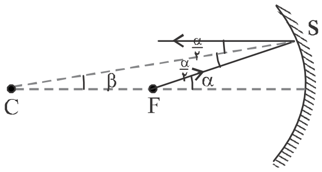
با نصف شدن سطح آینه، شعاع و فاصله‌ی کانونی آینه تغییر نمی‌کنند.

۱۱۸- گزینه‌ی «۳»

به‌طور کلی تصویر مجازی نسبت به شیء حقیقی مستقیم است و در آینه‌ی مقعر تصویر مجازی بزرگ‌تر از شیء است.

۱۱۹- گزینه‌ی «۲» درصد پاسخ درست (۱۵٪)

می‌دانیم پرتویی که از مرکز آینه‌ی مقعر گذشته و به سطح آن برخورد می‌کند، بر سطح آینه عمود است و بر روی خودش بازتاب می‌شود. از طرفی می‌دانیم اگر پرتویی از کانون آینه‌ی مقعر گذشته و به سطح آینه برسد، موازی با محور اصلی بازتاب می‌شود. از طرفی با توجه به برابری زاویه‌ی تابش و بازتاب و این نکته که مجموع دو زاویه‌ی تابش و بازتاب باید برابر با زاویه‌ی α شود، زاویه‌ی $\hat{S}$ در مثلث $\overset{\Delta}{FSC}$ برابر با $\frac{\alpha}{۲}$ خواهد شد. با توجه به این‌که در هر مثلث، اندازه‌ی زاویه‌ی خارجی با مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیرمجاور برابر است، می‌توان نوشت:



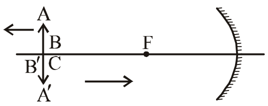
$$\hat{\alpha}=\hat{\beta}+\frac{\hat{\alpha}}{۲}\Rightarrow\hat{\beta}=\frac{\hat{\alpha}}{۲}\Rightarrow\hat{\alpha}=۲\hat{\beta}\Rightarrow\hat{\alpha}=۲\times۴=۸^\circ$$

دقت کنید با توجه به نتایج بالا، مثلث $\overset{\Delta}{FSC}$ متساوی‌الساقین است.

۱۲۰- گزینه‌ی «۳»

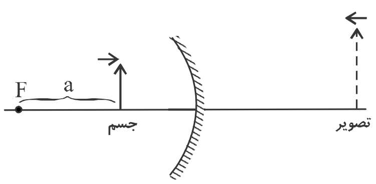
هنگامی‌که جسم روی مرکز آینه قرار گرفته، تصویرش نیز روی مرکز آینه بوده و هنگامی‌که جسم از آینه دور می‌شود، تصویرش به آینه نزدیک شده و هنگامی که جسم در فاصله‌ی خیلی دور (بی‌نهایت) قرار می‌گیرد، تصویرش روی کانون آینه خواهد بود.

از طرفی می‌دانیم که هر چقدر تصویر به کانون آینه نزدیک‌تر شود،کوچک‌تر خواهد شد.



۱۲۱- گزینه‌ی «۱» درصد پاسخ درست (۳۱٪)

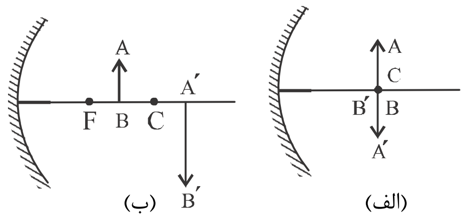
چون جسم در فاصله‌ی کانونی آینه‌ی مقعر قرار دارد، تصویر آن مجازی و در پشت آینه تشکیل می‌شود. از طرف دیگر در آینه‌ها همواره جسم و تصویر در خلاف جهت یک‌دیگر حرکت می‌کنند، بنابراین وقتی جسم از کانون دور و به آینه نزدیک می‌شود، تصویر نیز به آینه نزدیک خواهد شد. در ضمن طبق رابطه‌ی $m=\frac{f}{a}$ (a فاصله‌ی جسم از کانون است.) با دور شدن جسم از کانون و افزایش مقدار a ، بزرگ‌نمایی **(m)** کاهش یافته و طول تصویر کوچک‌تر خواهد شد.



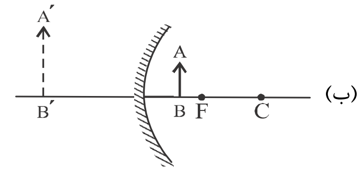
۱۲۲- گزینه‌ی «۳»

در ابتدا که تصویری وارونه و هم طول با جسم تشکیل می‌شود، جسم بر روی مرکز آینه قرار دارد. با تغییر شکل آینه از حالت الف به حالت ب، شعاع آینه افزایش می‌یابد، در نتیجه جسم بین مرکز و سطح آینه‌ی جدید قرار می‌گیرد. در این صورت یک تصویری حقیقی و بزرگ‌تر و دورتر از آینه تشکیل می‌شود (اگر جسم بین مرکز و کانون

باشد) و یا این‌که تصویری مجازی و بزرگ‌تر و دورتر از آینه تشکیل می‌شود (اگر جسم در فاصله‌ی کانونی قرار گیرد).

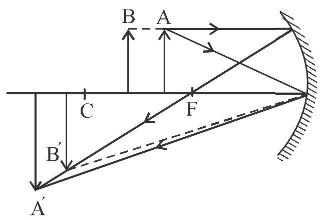


یا:



۱۲۳– گزینه‌ی «۳» **درصد پاسخ درست (۱۵٪)**

چون تصویر A' وارونه است، الزاما حقیقی است. بنابراین جسم و تصویر در یک سمت آینه واقع‌اند. چون تصویر A' بزرگ‌تر از جسم است. با توجه به حالت‌های مختلف جسم و تصویر در آینه‌ی مقعر، می‌توان حدس زد که جسم بین کانون و مرکز و تصویر آن خارج از مرکز آینه‌ی مقعر قرار دارد. هر چه در این حالت جسم از کانون دور شود و به مرکز نزدیک‌تر شود، تصویر آن از بی‌نهایت به سمت مرکز می‌آید و اندازه‌ی آن کوچک‌تر می‌شود. بنابراین تصویر E که به مرکز نزدیک‌تر است و اندازه‌ی آن کوچک‌تر است می‌تواند تصویر جسم B باشد.



نکته: جسم اگر در مرکز باشد تصویر آن در مرکز خواهد بود و اگر نسبت به آینه دورتر از مرکز باشد تصویر آن بین مرکز و کانون خواهد بود.

۱۲۴– گزینه‌ی «۲»

در ابتدا که تصویری مستقیم و بزرگ‌تر تشکیل شده است، تصویر مجازی است و جسم در فاصله‌ی کانونی بین کانون و آینه قرار دارد یعنی $p_۱ < f$ است. در حالت دوم که فاصله‌ی جسم از آینه دو برابر می‌شود یعنی $p_۲ = ۲p_۱ \rightarrow p_۲ < ۲f$، جسم بین مرکز و آینه قرار دارد و می‌دانیم که در این صورت همواره $q > p$ و تصویر همواره بزرگ‌تر از جسم است.

$$p < ۲f \rightarrow q > p \quad , \quad m > ۱$$

۱۲۵– گزینه‌ی «۳»

با توجه به این که آینه در هر دو حالت یکسان است، فاصله‌ی کانونی نیز یکسان بوده لذا داریم:

$$\frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{q_۱}=\frac{۱}{p_۲}+\frac{۱}{q_۲}\xrightarrow[p_۲=۸cm]{p_۱=۲۴cm,q_۱=۴۸cm}$$

$$\frac{۱}{۲۴}+\frac{۱}{۴۸}=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{q_۲}\rightarrow q_۲=-۱۶cm$$

توجیه علامت منفی این است که تصویر مجازی است.

۱۲۶– گزینه‌ی «۲» **درصد پاسخ درست (۲۹٪)**

با توجه به رابطه‌ی آینه‌های مقعر در حالتی که تصویر حقیقی است، داریم:

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\xrightarrow[f=۱۲cm]{q=۳۶cm}\frac{۱}{p}+\frac{۱}{۳۶}=\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow p=۱۸cm$$

اکنون بنا به رابطه‌ی بزرگ‌نمایی خطی آینه‌ها، می‌توان نوشت:

$$m=\frac{q}{p}=\frac{A'B'}{AB}\Rightarrow\frac{۳۶}{۱۸}=\frac{A'B'}{۴}\Rightarrow A'B'=۸cm$$

۱۲۷– گزینه‌ی «۳»

می‌دانیم که فاصله‌ی کانونی آینه، نصف شعاع آینه است، لذا داریم:

$$m=\frac{q}{p}\xrightarrow{m=۲}۲=\frac{q}{p}\rightarrow q=۲p$$

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\xrightarrow[f=\frac{۳۲}{۲}=۱۶cm]{q=۲p}\frac{۱}{p}+\frac{۱}{۲p}=\frac{۱}{۱۶}\rightarrow\frac{۳}{۲p}=\frac{۱}{۱۶}$$

$$\rightarrow P=۲۴cm$$

۱۲۸– گزینه‌ی «۲» **درصد پاسخ درست (۱۸٪)**

روش اول: چون آینه مقعر و تصویر مستقیم است. جسم در فاصله‌ی کانون آن قرار دارد و تصویر مجازی است و در حالت اول داریم:

$$m_۱=\frac{q_۱}{p_۱}=۵\Rightarrow q_۱=۵p_۱$$

$$\frac{۱}{p_۱}-\frac{۱}{q_۱}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{p_۱}-\frac{۱}{۵p_۱}=\frac{۱}{f}\Rightarrow f=\frac{۵}{۴}p_۱$$

در حالت دوم که جسم را $۳۰cm$ به آینه نزدیک می‌کنیم، تصویر مجازی است و داریم:

$$m_۲=\frac{q_۲}{p_۲}=۲\Rightarrow q_۲=۲p_۲$$

$$\frac{۱}{p_۲}-\frac{۱}{۲p_۲}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{۲p_۲}=\frac{۱}{f}$$

$$\xrightarrow[f=\frac{۵}{۴}p_۱]{p_۲=p_۱-۳۰}\frac{۱}{۲(p_۱-۳۰)}=\frac{۴}{۵p_۱}\rightarrow p_۱=۸۰cm$$

$$\Rightarrow r=۲f\xrightarrow{f=\frac{۵}{۴}p_۱}r=\frac{۵}{۲}p_۱=\frac{۵}{۲}\times۸۰=۲۰۰cm$$

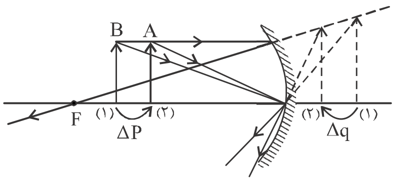
روش دوم: وقتی جسمی مقابل آینه‌ی کروی به اندازه‌ی Δp جابه‌جا می‌شود و تصاویر هم نوع با بزرگ‌نمایی $m_۱$ و $m_۲$ تشکیل می‌شود، می‌توان از رابطه‌ی $|\Delta p|=\left|\frac{f}{m_۲}-\frac{f}{m_۱}\right|$ استفاده کرد.

$$\xrightarrow[m_۱=۵,m_۲=۲]{\Delta p=۳۰cm}۳۰=\left|\frac{f}{۲}-\frac{f}{۵}\right|\Rightarrow۳۰=\frac{۳f}{۱۰}$$

$$\Rightarrow f=۱۰۰cm\Rightarrow r=۲f=۲۰۰cm$$

۱۲۹- گزینه‌ی «۲» **درصد پاسخ درست (۲۴٪)**

چون $p=20cm$ و $f=\frac{60}{2}=30cm$ می‌باشد لذا $p<f$ و تصویر مجازی است. از طرفی می‌دانیم در آینه‌ها جهت حرکت جسم و تصویر خلاف جهت هم می‌باشد، یعنی وقتی جسم به آینه نزدیک می‌شود، تصویر مجازی آن هم به آینه نزدیک می‌شود و گزینه‌های «۱ و ۳» صحیح نمی‌باشند. از طرفی چون طول تصویر بزرگ‌تر از طول جسم است، فاصله‌ای که تصویر می‌پیماید بزرگ‌تر از فاصله‌ای است که جسم طی می‌کند. بنابراین تصویر بیش‌تر از ۱cm به آینه نزدیک می‌شود.



$\Delta p \leftarrow$ جابه‌جایی جسم

$\Delta q \leftarrow$ جابه‌جایی تصویر

$\Delta q > \Delta p$

۱۳۰- گزینه‌ی «۳»

در ابتدا محدوده‌ی جابه‌جایی جسم را می‌یابیم.

$$m=\left|\frac{f}{p-f}\right| \xrightarrow{p_1=\frac{3}{2}f} m_1=\frac{f}{\frac{1}{2}f}=2 \to q_1=2p_1$$

$$\xrightarrow{p_1=\frac{3}{2}f} q_1=3f$$

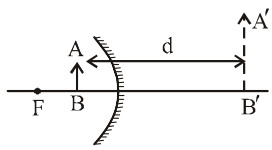
$$m=\left|\frac{f}{p-f}\right| \xrightarrow{p_2=3f} m_2=\frac{f}{2f}=\frac{1}{2} \to q_2=\frac{1}{2}p_2$$

$$\xrightarrow{p_2=3f} q_2=\frac{3}{2}f$$

در مدتی که جسم Δp را طی کرده، تصویر Δq را پیموده است، یعنی داریم:

$$\begin{array}{l} \overline{V}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{3f-\frac{3}{2}f}{\Delta t}=\frac{\frac{3}{2}f}{\Delta t} \\ \overline{V'}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{\frac{3}{2}f-3f}{\Delta t}=-\frac{\frac{3}{2}f}{\Delta t} \end{array} \to \left|\overline{V'}\right|=V$$

۱۳۱- گزینه‌ی «۲»



روش اول: چون تصویر نسبت به جسم مستقیم است، تصویر مجازی بوده و با توجه به معلوم بودن بزرگ‌نمایی خطی آینه (m) و نیز فاصله‌ی جسم از تصویرش (d)، داریم:

$$\begin{cases} d=|q|+p=45cm \\ m=\frac{|q|}{p}=2 \end{cases} \xrightarrow{\text{تصویر مجازی}} \begin{cases} p=15cm \\ q=-30cm \end{cases}$$

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \xrightarrow[q=-30cm]{p=15cm} \frac{1}{15}-\frac{1}{30}=\frac{1}{f} \to f=30cm$$

روش دوم: با توجه به معلوم بودن فاصله‌ی جسم از تصویرش (d) و نیز بزرگ‌نمایی خطی(m)، برای تعیین f به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$f=\left|\frac{md}{m^2-1}\right| \xrightarrow[d=45cm]{m=2} f=\frac{2\times 45}{4-1} \to f=30cm$$

۱۳۲- گزینه‌ی «۴»

در هر بار تصویر حقیقی است. (چون هر بار جسم خارج از فاصله‌ی کانونی آینه قرار می‌گیرد). در هر بار q و بعد از آن d را محاسبه می‌کنیم:

بار اول $\frac{1}{p_1}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{f} \xrightarrow[p_1=30cm]{f=10cm} \frac{1}{30}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{10} \to$

$$\frac{1}{q_1}=\frac{1}{10}-\frac{1}{30} \to q_1=15cm$$

$$d_1=p_1-q_1 \xrightarrow[q_1=15cm]{p_1=30cm} d_1=30-15 \to d_1=15cm$$

بار دوم $\frac{1}{p_2}+\frac{1}{q_2}=\frac{1}{f} \xrightarrow[p_2=15cm]{f=10cm} \frac{1}{15}+\frac{1}{q_2}=\frac{1}{10} \to$

$$\frac{1}{q_2}=\frac{1}{10}-\frac{1}{15} \to q_2=30cm$$

$$d_2=q_2-p_2 \xrightarrow[p_2=15cm]{q_2=30cm} d_2=30-15 \to d_2=15cm$$

$$\to \frac{d_2}{d_1}=1$$

۱۳۳- گزینه‌ی «۳»

نقاط مزدوج نقاطی هستند که اگر جسم در یکی از این نقاط قرار گیرد، تصویرش در دیگری تشکیل خواهد شد. در این حالت با جابه‌جا شدن جسم از یک نقطه به نقطه‌ای دیگر، بزرگ‌نمایی از m به $\frac{1}{m}$

$$m_1=\frac{1}{3} \xrightarrow{m_2=\frac{1}{m_1}} m_2=3$$

تبدیل می‌شود.

نسبت طول تصویر در حالت جدید به قبلی همانند نسبت بزرگ‌نمایی جدید به قبلی است. $\frac{(A'B')_2}{(A'B')_1}=\frac{m_2}{m_1}=\frac{3}{\frac{1}{3}}=9$

۱۳۴- گزینه‌ی «۱»

فاصله‌ی جسم از آینه را در حالت دوم محاسبه کرده، سپس جابه‌جایی جسم را بین دو وضعیت اول و دوم می‌یابیم.

$$\begin{cases} m_2=\frac{q_2}{p_2} \xrightarrow{m_2=2} 2=\frac{q_2}{p_2} \to q_2=2p_2 \\ \frac{1}{p_2}+\frac{1}{q_2}=\frac{1}{f} \xrightarrow[f=12cm]{q_2=2p_2} \frac{1}{p_2}+\frac{1}{2p_2}=\frac{1}{12} \\ \to \frac{3}{2p_2}=\frac{1}{12} \to p_2=18cm \end{cases}$$

$$\Delta p=p_2-p_1 \xrightarrow[p_1=16cm]{p_2=18cm} \Delta p=18-16 \to \Delta p=2cm$$

چون $p_2>p_1$ است، جسم از آینه دور شده است.

۱۳۵- گزینه‌ی «۳»

با توجه به این که در هر دو حالت تصویر حقیقی است، داریم:

$$m_۱=\frac{q_۱}{p_۱}\xrightarrow[p_۱=۴۸cm]{m_۱=\frac{۱}{۲}}\frac{۱}{۲}=\frac{q_۱}{۴۸}\to q_۱=۲۴cm$$

$$\frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{q_۱}=\frac{۱}{f}\to\frac{۱}{۴۸}+\frac{۱}{۲۴}=\frac{۱}{f}\to f=۱۶cm$$

هنگامی که طول تصویر حقیقی با طول جسم برابر شود، جسم بر روی مرکز آینه قرار گرفته، لذا داریم:

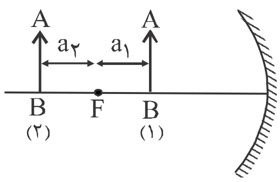
$$P_۲=R=۲f\xrightarrow{f=۱۶cm}P_۲=۳۲cm$$

$$|\Delta P|=|P_۱-P_۲|=۴۸-۳۲\to\Delta P=۱۶cm$$

و از آنجا که $P_۲<P_۱$ است، جسم به آینه نزدیک شده است.

۱۳۶- گزینه‌ی «۱»

هنگامی که جسم در دو نقطه در دو طرف کانون آینه و به طور قرینه قرار می‌گیرد، بزرگ‌نمایی در هر دو حالت یکسان و یکی از تصاویر حقیقی و دیگری مجازی است.



$$\begin{cases}a_۱=a_۲\\a'_۱=a'_۲\\m_۱=m_۲\end{cases}$$

۱۳۷- گزینه‌ی «۱» **درصد پاسخ درست (۷٪)**

بزرگ‌نمایی ابتدا $\frac{۶}{۵}$ و سپس $\frac{۹}{۵}$ است. بنابراین با نزدیک شدن جسم به آینه، تصویر در حال بزرگ‌تر شدن است، یعنی جسم به کانون آینه نزدیک‌تر می‌شود و لذا نمی‌تواند در فاصله‌ی کانونی جابه‌جا شود، یعنی تصویر نمی‌تواند مجازی باشد و حقیقی است و جسم بین کانون و مرکز آینه قرار دارد. از طرفی چون تصویر در خارج از فاصله‌ی **2F** قرار گرفته و از آینه دور می‌شود، اندازه‌ی سرعتش همواره افزایش می‌یابد، یعنی حرکت تندشونده دارد.

۱۳۸- گزینه‌ی «۱»

در ابتدا بزرگ‌نمایی را در لحظه‌ی موردنظر می‌یابیم:

$$m=\frac{f}{p-f}\xrightarrow{p=۳f}m=\frac{f}{۲f}\to m=\frac{۱}{۲}$$

و رابطه‌ی بین بزرگی سرعت تصویر و سرعت جسم به صورت زیر است. (V' سرعت تصویر و V سرعت جسم است)

$$V'=-m^۲V\xrightarrow[V=۸\frac{m}{s}]{m=\frac{۱}{۲}}|V'|=(\frac{۱}{۲})^۲(۸)\to|V'|=۲\frac{m}{s}$$

۱۳۹- گزینه‌ی «۳»

دسته پرتوهای تابش همگرا به آینه‌ی کوژ، ممکن است، دارای پرتوهای بازتاب همگرا یا واگرا یا حتی موازی باشند.

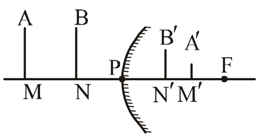
۱۴۰- گزینه‌ی «۴»

در آینه‌های محدب، از جسمی که در فاصله‌ی خیلی دور (اصطلاحاً بی‌نهایت) قرار می‌گیرد، تصویر مجازی و کوچک‌تر از جسم، روی کانون آینه تشکیل می‌شود. از این‌رو، از خورشید (جسم در بی‌نهایت دور) تصویری مجازی روی کانون آینه تشکیل می‌شود یعنی در این‌جا داریم:

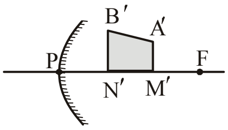
$$f=۳۰cm\xrightarrow{R=۲f}R=۶۰cm$$

۱۴۱- گزینه‌ی «۴»

می‌دانیم که تصویر اجسام در مقابل آینه‌ی کوژ، همواره کوچک‌تر از جسم بوده و در پشت آینه، نسبت به جسم مستقیم و در فاصله‌ی کانونی تشکیل می‌شود، طوری‌که هر چه تصویر به کانون آینه نزدیک‌تر باشد، تصویر کوچک‌تر می‌شود. اگر BN را یک جسم در نظر بگیریم، تصویر $B'N'$ حاصل می‌شود.

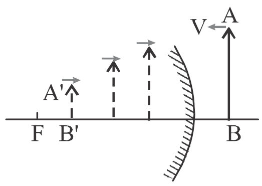


هم‌چنین اگر AM را یک جسم در نظر بگیریم که دورتر قرار گرفته، تصویر $A'M'$ حاصل می‌شود که آن نیز از آینه دورتر (نسبت به $B'N'$) و به کانون آینه نزدیک‌تر، لذا کوچک‌تر خواهد بود (نسبت به $B'N'$). حال با اتصال نقطه‌های A' و B' به هم، تصویر $A'B'N'M'$ حاصل می‌شود.



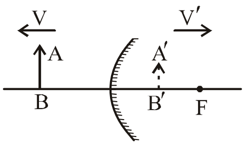
۱۴۲- گزینه‌ی «۱»

می‌دانیم که در آینه‌ی محدب، از جسمی که در مقابل آینه قرار می‌گیرد، تصویری مجازی و کوچک‌تر از جسم در پشت آینه تشکیل می‌شود. از طرفی می‌دانیم که در آینه‌ها، جسم و تصویرش در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. بنابراین با نزدیک کردن جسم به اندازه‌ی d به آینه، تصویر کم‌تر از d به آینه نزدیک شده و اندازه تصویر همواره افزایش می‌یابد. دقت کنید که اندازه‌ی تصویر همواره کوچک‌تر از اندازه‌ی جسم است.



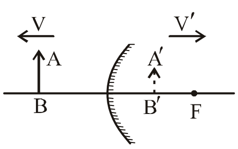
۱۴۳- گزینه‌ی «۲»

به طور کلی در آینه‌ها، جسم و تصویرش در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. تصویر در آینه‌ی محدب، همواره در پشت آینه و در فاصله‌ی کانونی آینه است، لذا با دور شدن جسم از آینه، تصویر جسم نیز از آینه دور شده و چون به کانون آینه نزدیک می‌شود، کوچک‌تر خواهد شد.



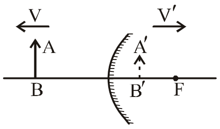
۱۴۴- گزینه‌ی «۱»

هنگامی که جسم در کنار آینه قرار گرفته، تصویرش نیز در کنار آینه است، با دور شدن جسم از آینه تا فاصله‌ی خیلی دور، تصویر مجازی جسم از آینه تا کانون آینه، از آینه دور می‌شود.



۱۴۵– گزینه‌ی «۳»

با دور شدن جسم از آینه‌ی محدب، تصویر مجازی جسم نیز از آینه دور شده و به کانون نزدیک می‌شود، به گونه‌ای که تصویر مرتباً کوچک‌تر شده و سرعتش نیز مرتباً کاهش می‌یابد. به‌طور کلی اگر طول تصویر بزرگ‌تر شود، سرعتش نیز افزایش یافته و با کوچک‌تر شدن طول تصویر، سرعتش نیز کاهش می‌یابدو حرکتش کندشونده خواهد بود.



۱۴۶– گزینه‌ی «۳»

اگر جسم در فاصله‌ی دور از آینه باشد، تصویرش روی **f** تشکیل می‌شود یعنی $q_1 = f$ و اگر جسم در $p = f$ باشد:

$$\frac{1}{p}-\frac{1}{q}=-\frac{1}{f} \to \frac{1}{f}-\frac{1}{q}=-\frac{1}{f} \to -\frac{1}{q}=-\frac{2}{f} \to q_2=\frac{f}{2}$$

$$\Delta q = f-\frac{1}{2}f=\frac{1}{2}f$$

۱۴۷– گزینه‌ی «۳»

هنگامی که جسم در فاصله‌ی خیلی دور از آینه قرار گرفته، تصویر جسم بر روی کانون آینه بوده و با قرار گرفتن جسم در فاصله‌ای از آینه برابر فاصله‌ی کانونی آینه، تصویر جسم در فاصله‌ای از آینه به اندازه‌ی نصف فاصله‌ی کانونی قرار می‌گیرد (چرا؟) یعنی تصویر از کانون تا وسط فاصله‌ی کانونی جابه‌جا می‌شود.

۱۴۸– گزینه‌ی «۱»

در آینه‌ی محدب همواره طول تصویر کم‌تر از طول جسم و فاصله‌ی تصویر تا آینه نیز کم‌تر از فاصله‌ی جسم تا آینه است.

$$m=\frac{A'B'}{AB}=\frac{q}{p}<1 \xrightarrow[p=d_1 \text{ و } q=d_2]{A'B'=l_2\,,\,AB=l_1}$$

$$m=\frac{l_2}{l_1}=\frac{d_2}{d_1}<1 \to \begin{cases} l_2<l_1 \\ d_2<d_1 \end{cases}$$

۱۴۹– گزینه‌ی «۳»

روش اول: با توجه به معلوم بودن شعاع آینه و بزرگ‌نمایی خطی آینه، فاصله‌ی تصویر از آینه را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم: (دقت کنید که کانون آینه‌ی محدب مجازی است)

$$\begin{cases} m=\frac{A'B'}{AB}=\frac{|q|}{p} \xrightarrow{m=\frac{1}{2}} \frac{1}{2}=\frac{|q|}{p} \\ \to p=2|q| \xrightarrow{\text{تصویر مجازی}} p=-2q \\ \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \xrightarrow[p=-2q]{f=-\frac{R}{2}=-\frac{20}{2}=-10cm} -\frac{1}{2q}+\frac{1}{q}=-\frac{1}{10} \\ \to \frac{1}{2q}=-\frac{1}{10} \to q=-5cm \end{cases}$$

(توجیه علامت منفی این است که تصویر مجازی است)

روش دوم: به‌طور کلی در آینه‌ی محدب اگر $m=\frac{1}{2}$ باشد، تصویر مجازی و $q=\frac{1}{2}f$ است.

$$q=\frac{1}{2}f \xrightarrow{f=-10cm} q=-5cm$$

۱۵۰– گزینه‌ی «۲»

با توجه به معلوم بودن شعاع آینه و فاصله‌ی جسم از آینه، برای پیدا کردن فاصله‌ی تصویر از آینه داریم:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \xrightarrow[p=15cm]{f=-\frac{R}{2}=-\frac{20}{2}=-10cm} \frac{1}{15}+\frac{1}{q}=-\frac{1}{10}$$

$$\to \frac{1}{q}=-\frac{1}{10}-\frac{1}{15} \to q=-6cm$$

(توجیه علامت منفی این است که تصویر مجازی است.)

۱۵۱– گزینه‌ی «۲»

روش اول: با توجه به معلوم بودن بزرگ‌نمایی خطی آینه، برای تعیین رابطه‌ی بین فاصله‌ی جسم از آینه و فاصله‌ی کانونی آینه به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} m=\frac{|q|}{p} \xrightarrow{m=\frac{1}{6}} \frac{1}{6}=\frac{|q|}{p} \xrightarrow{\text{تصویر مجازی}} q=-\frac{1}{6}p \\ \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \xrightarrow[q=-\frac{1}{6}p]{\text{کانون آینه‌ی محدب مجازی است}} \\ \frac{1}{p}-\frac{6}{p}=-\frac{1}{f} \to -\frac{5}{p}=-\frac{1}{f} \to f=\frac{1}{5}p \end{cases}$$

روش دوم: برای تعیین رابطه‌ی بین **p** و **f**، با استفاده از بزرگ‌نمایی خطی **m**، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$m=\frac{f}{p+f} \xrightarrow{m=\frac{1}{6}} \frac{1}{6}=\frac{f}{p+f}$$

$$\to 6f=p+f \to p=5f \to f=\frac{1}{5}p$$

۱۵۲– گزینه‌ی «۱»

با توجه به رابطه‌ی بین P و R، برای تعیین بزرگ‌نمایی آینه، q را تعیین و سپس m را می‌یابیم:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \xrightarrow[p=2R=4f]{\text{کانون آینه‌ی محدب مجازی است}} \frac{1}{4f}+\frac{1}{q}=-\frac{1}{f}$$

$$\to \frac{1}{q}=-\frac{1}{f}-\frac{1}{4f} \to q=-\frac{4}{5}f$$

$$m=\frac{|q|}{p} \xrightarrow[p=4f]{|q|=\frac{4}{5}f} m=\frac{\frac{4}{5}f}{4f} \to m=\frac{1}{5}=0/2$$

روش دوم: اگر رابطه‌ی بین p و f (یا R) معلوم باشد، برای تعیین بزرگ‌نمایی خطی m در آینه‌ی محدب داریم:

$$m=\frac{f}{p+f} \xrightarrow{p=2R=4f} m=\frac{f}{4f+f}=\frac{1}{5}=0/2$$

۱۵۳– گزینه‌ی «۴»

اگر فاصله‌ی جسم از تصویرش را با d و فاصله‌ی کانونی آینه را بـا f و بزرگنمایی آینه را با m نمایش دهیم، در آینه‌های کروی داریم:

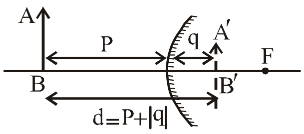
$$f=\frac{md}{|m^۲-۱|}\xrightarrow[f=۲۰cm]{d=۷۵cm}۲۰=\frac{۷۵m}{۱-m^۲}$$

$$\to ۲۰m^۲+۷۵m-۲۰=۰\to (m-\frac{۱}{۴})(m+۴)=۰$$

$$\to m=\frac{۱}{۴}\quad \text{ق ق}$$

۱۵۴– گزینه‌ی «۱»

روش اول: در آینه‌ی محدب، تصویر مجازی بوده و با توجه بـه معلـوم بودن فاصله‌ی جسم و تصویرش و بزرگ‌نمایی خطی آینه، برای تعیین f به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:



$$\begin{cases} d=p+|q|=۱۶cm \\ m=\frac{A'B'}{AB}=\frac{|q|}{p}=\frac{۱}{۳}\end{cases}\xrightarrow{\text{تصویر مجازی}}\begin{cases} p=۱۲cm \\ q=-۴cm\end{cases}$$

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\xrightarrow[q=-۴cm]{p=۱۲cm}\frac{۱}{۱۲}-\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{f}$$

$$\to f=-۶cm\to |f|=۶cm$$

روش دوم: اگر d فاصله‌ی جسم از تصویر و m، بزرگ‌نمایی خطی آینه باشد، برای تعیین f داریم:

$$f=\left|\frac{md}{m^۲-۱}\right|\xrightarrow[d=۱۶cm]{m=\frac{۱}{۳}}f=\left|\frac{\frac{۱}{۳}\times ۱۶}{\frac{۱}{۹}-۱}\right|\to f=۶cm$$

۱۵۵– گزینه‌ی «۲»

جابه‌جایی جسم در مقابل آینه بـین دو نقطـه را Δp مـی‌نـامیم. در ابتدا، هر بار رابطه‌ی بین p و f را تعیین کـرده، سـپس بـا توجـه بـه معلوم بودن Δp، f (یا R) را محاسبه می‌کنیم:

روش اول:

$$\begin{cases} m_۱=\frac{|q_۱|}{p_۱}\xrightarrow{m_۱=\frac{۱}{۵}}\frac{۱}{۵}=\frac{|q_۱|}{p_۱} \\ \to q_۱=-\frac{۱}{۵}p_۱ \\ \frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{q_۱}=\frac{۱}{f}\xrightarrow[q_۱=-\frac{۱}{۵}p_۱]{\text{کانون آینه‌ی محدب مجازی است}} \\ \frac{۱}{p_۱}-\frac{۱}{\frac{۱}{۵}p_۱}=-\frac{۱}{f}\to\frac{۱}{p_۱}-\frac{۵}{p_۱}=-\frac{۱}{f}\to p_۱=۴f\end{cases}$$

$$\begin{cases} m_۲=\frac{|q_۲|}{p_۲}\xrightarrow{m_۲=\frac{۱}{۳}}\frac{۱}{۳}=\frac{|q_۲|}{p_۲} \\ \xrightarrow{\text{تصویر مجازی}}q_۲=-\frac{۱}{۳}p_۲ \\ \frac{۱}{p_۲}+\frac{۱}{q_۲}=\frac{۱}{f}\xrightarrow[q_۲=-\frac{۱}{۳}p_۲]{\text{کانون آینه‌ی محدب مجازی است}} \\ \frac{۱}{p_۲}-\frac{۱}{\frac{۱}{۳}p_۲}=-\frac{۱}{f}\to\frac{۱}{p_۲}-\frac{۳}{p_۲}=-\frac{۱}{f}\to p_۲=۲f\end{cases}$$

$$\Delta p=p_۱-p_۲\xrightarrow[p_۲=۲f]{p_۱=۴f}\Delta p=۴f-۲f$$

$$\xrightarrow{\Delta p=۱۰cm}۱۰=۲f\to r=۱۰cm$$

روش دوم:

$$m_۱=\frac{f}{p_۱+f}\xrightarrow{m_۱=\frac{۱}{۵}}\frac{۱}{۵}=\frac{f}{p_۱+f}$$

$$\to p_۱+f=۵f\to p_۱=۴f$$

$$m_۲=\frac{f}{p_۲+f}\xrightarrow{m_۲=\frac{۱}{۳}}\frac{۱}{۳}=\frac{f}{p_۲+f}\to p_۲+f=۳f$$

$$\to p_۲=۲f$$

$$\Delta p=p_۱-p_۲=۴f-۲f$$

$$\xrightarrow{\Delta p=۱۰cm}۱۰=۲f\to r=۱۰cm$$

۱۵۶– گزینه‌ی «۲»

در هر بار فاصله‌ی تصویر تا آینه را می‌یابیم و سپس نسبت آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$m=\frac{f}{p+f}\begin{cases} p_۱=۳f\to m_۱=\frac{f}{۴f}\to m_۱=\frac{۱}{۴} \\ \to q_۱=\frac{۱}{۴}p_۱\xrightarrow{p_۱=۳f}q_۱=\frac{۳}{۴}f \\ p_۲=\frac{۱}{۳}p_۱=f\to m_۲=\frac{f}{۲f} \\ \to m_۲=\frac{۱}{۲}\to q_۲=\frac{۱}{۲}p_۲\xrightarrow{p_۲=f}q_۲=\frac{۱}{۲}f\end{cases}$$

$$\frac{q_۲}{q_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}f}{\frac{۳}{۴}f}\to\frac{q_۲}{q_۱}=\frac{۲}{۳}$$

۱۵۷– گزینه‌ی «۲»

با نزدیک‌تر شدن جسـم بـه آینـه‌ی محـدب بـه انـدازه‌ی d، تصـویر مجازی‌اش نیز به آینه ولی کم‌تر از d نزدیک می‌شود. در اینجا بـرای هر حالت قرار گرفتن جسم در مقابل آینه‌ی محدب، داریم:

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\xrightarrow[\text{محدب مجازی است}]{\text{تصویر و کانون آینه‌ی}}$$

$$\begin{cases} \frac{۱}{p_۱}-\frac{۱}{q_۱}=-\frac{۱}{f}\xrightarrow{p_۱=۶۰cm}\frac{۱}{۶۰}-\frac{۱}{q_۱}=-\frac{۱}{f} \\ \frac{۱}{p_۲}-\frac{۱}{q_۲}=-\frac{۱}{f}\xrightarrow{p_۲=۲۰cm}\frac{۱}{۲۰}-\frac{۱}{q_۲}=-\frac{۱}{f}\end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{1}{60}-\frac{1}{q_1}=\frac{1}{20}-\frac{1}{q_2} \rightarrow \frac{1}{20}-\frac{1}{60}=\frac{1}{q_2}-\frac{1}{q_1}$$

$$\rightarrow \frac{1}{30}=\frac{q_1-q_2}{q_1q_2} \xrightarrow{q_1-q_2=5cm} \frac{1}{30}=\frac{5}{q_1q_2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} q_1q_2=150 \\ q_1-q_2=5\end{cases} \rightarrow \begin{cases} q_1=15cm\\ q_2=10cm\end{cases}$$

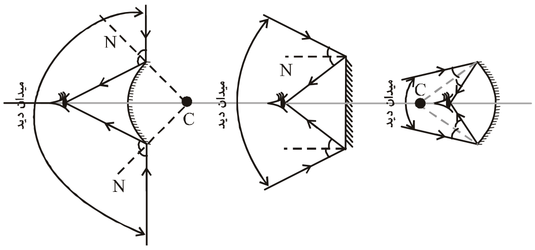
حال داریم:

$$\frac{1}{p_1}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{f} \xrightarrow{\text{تصویر در آینه‌ی محدب مجازی است}} \frac{1}{60}-\frac{1}{15}=\frac{1}{f}$$

$$\rightarrow f=-20cm \rightarrow |r|=40cm$$

۱۵۸– گزینه‌ی «۲»

برای مقایسه‌ی میدان دید آینه‌ها، با استفاده از قانون‌های بازتابش به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:



آینه‌ی مقعر　　آینه‌ی تخت　　آینه‌ی محدب

۱۵۹– گزینه‌ی «۲»

در هر بار فاصله‌ی تصویر از آینه را برحسب f محاسبه کرده و بزرگ‌نمایی آینه را تعیین می‌کنیم و در نهایت آن‌ها را نسبت به هم می‌سنجیم. دقت کنید که نسبت بزرگ‌نمایی دو آینه همانند نسبت طول تصاویر آن‌ها است:

روش اول:

آینه‌ی مقعر:

$$\frac1p+\frac1q=\frac1f \xrightarrow{p=\frac f2} \frac{1}{\frac f2}+\frac1q=\frac1f$$

$$\rightarrow \frac1q=\frac1f-\frac2f\rightarrow q=-f$$

$$m=\frac{|q|}{p}\xrightarrow[p=\frac f2]{|q|=f} m=\frac{f}{\frac f2}\rightarrow m=2$$

آینه‌ی محدب:

$$\frac1{p'}+\frac1{q'}=\frac1f \xrightarrow{p'=\frac f2}\frac{1}{\frac f2}+\frac1{q'}=-\frac1f$$

$$\rightarrow \frac1{q'}=\frac{-1}{f}-\frac2f\rightarrow q'=-\frac f3$$

$$m'=\frac{|q'|}{p'}\xrightarrow[p'=\frac f2]{|q'|=\frac f3} m'=\frac{\frac f3}{\frac f2}\rightarrow m'=\frac23$$

$$\frac{m}{m'}=\frac{2}{\frac23}=3$$

روش دوم:

$$\text{آینه‌ی مقعر}\ m=\left|\frac{f}{p-f}\right| \xrightarrow{p=\frac f2} m=\frac{f}{\left|\frac f2-f\right|}\rightarrow m=2$$

$$\text{آینه‌ی محدب}\ m'=\frac{f}{p+f}\xrightarrow{p=\frac f2} m'=\frac{f}{\frac f2+f}\rightarrow m'=\frac23$$

$$\frac{m}{m'}=\frac{2}{\frac23}=3$$

۱۶۰– گزینه‌ی «۲»

با توجه به شکل داده شده در سؤال، چون تصویر نسبت به جسم مستقیم است، تصویر مجازی است، از طرف دیگر چون تصویر بزرگ‌تر از جسم است و پشت وسیله‌ی نوری تشکیل شده،این وسیله‌ی نوری «آینه‌ی مقعر» است. دقت کنید که اگر آینه محدب باشد تصویر مجازی الزاماً کوچک‌تر از جسم بوده (یعنی گزینه‌ی «۱» نیست) از طرفی تصویر مجازی در عدسی‌ها در همان طرف جسم تشکیل می‌شود (گزینه‌ی (۳ و ۴) نیست).

۱۶۱– گزینه‌ی «۱»

چون تصویر مستقیم است، تصویر مجازی است و چون طرف دیگر وسیله‌ی نوری تشکیل می‌شود، این وسیله آینه است و چون تصویر بزرگ‌تر از جسم است، آینه مقعر (کاو) است.

۱۶۲– گزینه‌ی «۱»

چون طول تصویر مجازی ایجاد شده کوچک‌تر از جسم است ($m=\frac23<1$)، آینه، محدب (کوژ) است (می‌دانیم که در آینه‌ی مقعر طول تصویر مجازی بزرگ از طول جسم یعنی $m>1$ است). با معلوم بودن p و m برای تعیین f داریم:

$$m=\frac{A'B'}{AB}=\frac{|q|}{p}\xrightarrow{m=\frac23}\frac23=\frac{|q|}{p}$$

$$\xrightarrow[p=15cm]{} q=-10cm$$

$$\frac1p+\frac1q=\frac1f\xrightarrow[q=-10cm]{p=15cm}\frac1{15}-\frac1{10}=\frac1f$$

$$\rightarrow f=-30cm$$

(توجیه علامت منفی این است که کانون آینه مجازی بوده، لذا آینه، محدب (کوژ) است)

۱۶۳– گزینه‌ی «۱»

چون بیش‌ترین فاصله‌ی تصویر از آینه یک عدد مشخص است، الزاماً آینه‌ی محدب (کوژ) است (می‌دانیم که بیش‌ترین فاصله‌ی تصویر تا آینه‌ی مقعر یک عدد نامشخص، اصطلاحاً بی‌نهایت است) و در آینه‌ی محدب بیش‌ترین فاصله‌ی تصویر از آینه برابر فاصله‌ی کانونی آینه است.

$$f=q_{max}\xrightarrow{q_{max}=30cm} f=30cm$$