

نگاه به آینده

فصل اول

ریاضیات (چهارم)

پیشنهاد برای تدریس دبیران و مطالعه‌ی دانش‌آموز
(در کلاس یا به صورت خودآموزی)

تعداد سؤال تشریحی	تعداد سؤال چهار گزینه‌ای	برنامه‌ی پیشنهادی برای مطالعه	مبحث
۵	۱۵	شنبه ۱۹ تیر الی جمعه ۱ مرداد	درک شهودی، استدلال تمثیلی، استدلال استقرایی، محدودیت‌های استدلال استقرایی، استقرای ریاضی، استدلال استنتاجی
۵	۱۵	شنبه ۲ مرداد الی جمعه ۱۵ مرداد	مثال نقض، دنباله و مفهوم آن، دنباله‌ی حسابی
۵	۱۵	شنبه ۱۶ مرداد الی جمعه ۲۹ مرداد	مثال نقض، دنباله و مفهوم آن، دنباله‌ی حسابی، دنباله‌ی هندسی
۵	۱۵	شنبه ۳۰ مرداد الی جمعه ۱۲ شهریور	دنباله‌ی هندسی، دنباله‌ی مربعی، دنباله‌ی مثلثی، دنباله‌ی فیبوناچی و نسبت طلایی
—	۲۰	شنبه ۱۳ شهریور الی جمعه ۲۶ شهریور	استدلال، دنباله‌ها (مرور مباحث گذشته)

توجه: در صورتی که بخشی از مباحث را به طور کامل مطالعه نکردید، می‌توانید در هفته‌ی بعد یا در زمان‌های دوره مطالعه کنید.



■ ریاضی پایه

برنامه‌ی پیشنهادی برای تدریس
دبیران و مطالعه‌ی دانش‌آموزان

مبحث: استدلال

(درک شهودی، استدلال تمثیلی،
استدلال استقرایی، محدودیت‌های
استدلال استقرایی، استقرای ریاضی و
استدلال استنتاجی)
صفحه‌های ۱ تا ۱۴

۱. در هر مورد، به ترتیب از کدام استدلال استفاده شده است؟

الف) کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه، به صورت خط مستقیم است.

ب) چون برف سفید است در نتیجه لباس‌های کثیف پس از شستن مثل برف می‌شوند، پس سفید هستند.

ج) با حرارت چند میله‌ی مختلف در آزمایشگاه نتیجه می‌گیریم که طول میله در اثر حرارت افزایش می‌یابد.

(۱) استدلال استنتاجی - درک شهودی - استدلال استقرایی

(۲) درک شهودی - استدلال استقرایی - استدلال تمثیلی

(۳) درک شهودی - استدلال تمثیلی - استدلال استقرایی

(۴) استدلال استنتاجی - استدلال تمثیلی - استدلال استقرایی

۲. براساس استدلال استقرایی یوهان باود که فاصله‌ی تقریبی سیارات از خورشید را با رابطه‌ی

$$d = 4 + (3 \times 2^{n-2})$$

برای $n \geq 2$ به دست آورد، فاصله‌ی تقریبی سیاره‌ی هفتم از خورشید کدام است؟

$$(1) 1.2 \quad (2) 4 + 6^5 \quad (3) 4 + 6^7 \quad (4) 9^2$$

۳. به کمک ... می‌توان ثابت کرد که مجموع $2n-1$ عدد ... برابر است با ...

$$(1) \text{ استدلال استقرایی - فرد متوالی } - n^2 \quad (2) \text{ استقرای ریاضی - فرد متوالی اولیه } - n^2$$

$$(3) \text{ استدلال استقرایی - فرد متوالی } - (2n-1)^2 \quad (4) \text{ استقرای ریاضی - فرد متوالی اولیه } - (2n-1)^2$$

۴. در اثبات حکم $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2) \times (3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$ به روش استقرای ریاضی، چهعبارتی به فرض $P(k)$ اضافه شود تا حکم ثابت شود؟

$$(1) \frac{1}{(3k+2)(3k+3)} \quad (2) \frac{1}{(3k+1)(3k+4)}$$

$$(3) \frac{1}{(3k+1)(3k+3)} \quad (4) \frac{1}{(3k-1)(3k+2)}$$

۵. اگر \overline{ab} عددی دو رقمی باشد، با استفاده از استدلال ... می‌توان ثابت کرد عدد $\overline{ab} \times 101$ همواره

به صورت ... نوشته می‌شود.

$$(1) \text{ استنتاجی } - \overline{abab} \quad (2) \text{ استقرایی } - \overline{abab}$$

$$(3) \text{ استنتاجی } - \overline{abba} \quad (4) \text{ استقرایی } - \overline{abba}$$

۶. با توجه به رابطه‌ی طول آونگ و زمان نوسان آن در الگوی گاليله، اگر مدت زمان نوسان ۶ ثانیه باشد،

طول آن چند واحد است؟

۶ (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴)

۷. با توجه به الگوی زیر، مجموع ارقام عدد سطر پنجم، در طرف راست تساوی کدام است؟

$(2 \times 3) + 5 = 11$	۱۰ (۱)
$(3 \times 5) + 6 = 21$	۱۱ (۲)
$(5 \times 6) + 7 = 37$	۱۲ (۳)
:	۱۴ (۴)

۸. کدام گزینه‌ی زیر نا درست است؟

(۱) گاليله با استفاده از استدلال استقرایی و با توجه به رفتار نوسانی وزنه‌های آویزان ساعت آونگ‌دار را اختراع کرد.

(۲) درک شهودی، به وسیله‌ی حواس پنج‌گانه انجام می‌گیرد.

(۳) استدلال استنتاجی، روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای مجموعه‌ی محدودی از مشاهدات است.

(۴) یافتن نوعی مشابهت بین مفاهیم گوناگون را استدلال تمثیلی می‌گویند.

۹. برای درک بهتر این حقیقت که حاصل ضرب عدد منفی در عدد منفی، عددی مثبت است از نمایش

فیلمی استفاده می‌کنیم که آب در حال خروج از مخزن است و فیلم را به عقب برمی‌گردانیم. از چه

نوع استدلالی استفاده کرده‌ایم؟

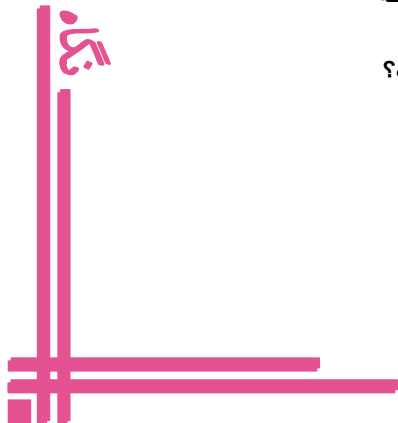
(۱) استدلال تمثیلی (۲) درک شهودی (۳) استدلال استقرایی (۴) استقرای ریاضی

۱۰. حکم $n^2 = n(n-1) + 1 + 3 + 5 + \dots$ را توسط استقرای ریاضی اثبات کرده‌ایم. برای اثبات حکم به

ازای $n = k + 1$ با استفاده از درستی حکم به ازای $n = k$ از کدام رابطه‌ی زیر استفاده شده است؟

(۱) $k^2 + 2k = k(k+2)$ (۲) $4k^2 + 4k + 1 = (2k+1)^2$

(۳) $k^2 + 2k + 1 = (k+1)^2$ (۴) $k^2 - 1 = (k-1)(k+1)$



۱۱. با توجه به شکل زیر، اگر بدون اطلاع از هرگونه روابط ریاضی بگوییم که فاصله‌ی نقطه‌ی A تا E

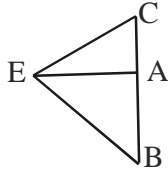
کم‌تر از فاصله‌ی نقطه‌ی B تا E است، این گفته با چه روشی به‌دست آمده است؟

(۱) استدلال استنتاجی

(۲) استدلال استقرایی

(۳) استدلال تمثیلی

(۴) درک شهودی



۱۲. در اثبات رابطه‌ی $2n^2 = (2n - 2) + \dots + 10 + 6 + 2$ به روش استقرای ریاضی، حکم استقراء کدام

می‌تواند باشد؟

$$(۱) \quad 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) = 2(k + 1)^2 \quad (۲) \quad 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k - 1) - 2] = 2(k + 1)^2$$

$$(۳) \quad 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] = 2(k + 1)^2 \quad (۴) \quad 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k - 2) - 2] = 2(k + 1)^2$$

۱۳. اگر خط d_1 با خط d_2 و خط d_3 موازی باشد و براساس اصول هندسی نتیجه بگیریم که

خط d_1 با d_3 موازی است، نوع استدلال کدام است؟

(۱) درک شهودی (۲) تمثیلی (۳) استنتاجی (۴) استقرای ریاضی

۱۴. جمله‌ی «من نباید غذا نخورم.» معادل جمله‌ی «من باید غذا بخورم.» است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت

که «حاصل ضرب دو عدد منفی، عددی مثبت است.» نوع استدلال در این نتیجه‌گیری کدام است؟

(۱) تمثیلی (۲) استنتاجی (۳) استقرایی (۴) درک شهودی

۱۵. با کدام استدلال می‌توان نتیجه گرفت که اگر مجموع ارقام هر عدد دو رقمی را از خود عدد کم کنیم،

عدد حاصل بر ۹ بخش‌پذیر است؟

(۱) استدلال استنتاجی (۲) درک شهودی

(۳) استقرای ریاضی (۴) استدلال تمثیلی

۱۶. با استفاده از استدلال استنتاجی، نتایج زیر را کامل کنید.

(الف)

اگر باران بیارد، زمین مرطوب می‌شود.

الآن باران می‌بارد.

نتیجه: زمین است.

(ب)

۱- خطوط موازی هیچ‌گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

۲- خطوط L_1 و L_2 موازی هستند.

نتیجه: L_1 و L_2

۱۷. آیا نتایج گرفته شده از عبارتهای زیر همواره صحیح هستند؟

جواب خود را توضیح دهید.

(الف) تمام دانش‌آموزانی که ریاضی یاد می‌گیرند می‌توانند استدلال کنند.

حمید دانش‌آموزی است که ریاضی یاد می‌گیرد.

نتیجه: حمید می‌تواند استدلال کند.

(ب) بعضی از دانش‌آموزان با طرز کار کامپیوتر آشنا هستند.

نرگس دانش‌آموز است.

نتیجه: نرگس با طرز کار کامپیوتر آشنا است.

۱۸. نشان دهید که مجموع دو عدد زوج همیشه زوج است.

۱۹. علی، احمد، کامران، داوود و ابراهیم عضو تیم بسکتبال مدرسه‌ی خود هستند. با توجه به اطلاعات زیر،

آن‌ها را بر حسب افزایش قد مرتب کنید.

(الف) حداقل دو نفر از آن‌ها از علی کوتاه‌تر هستند.

(ب) داوود از کامران کوتاه‌تر است.

(پ) احمد کوتاه‌ترین پسر نیست.

(ت) داوود از علی بلندتر است.

۲۰. آیا نتیجه‌ی زیر از عبارات داده شده حاصل می‌شود؟

جواب خود را توضیح دهید.

مثلث متساوی الساقین دارای حداقل دو ضلع مساوی است.

مثلث متساوی الاضلاع دارای سه ضلع مساوی است.

نتیجه: هر مثلث متساوی الاضلاع، یک مثلث متساوی الساقین است.

برنامه‌ی پیشنهادی برای تدریس
دبیران و مطالعه‌ی دانش‌آموزان

مبحث: استدلال، دنباله‌ها

(مثال نقض، مفهوم دنباله، دنباله‌ی

حسابی و دوره‌ی مباحث گذشته)

صفحه‌های ۱ تا ۳۱

۲۱. حکم «توان دوم اعداد گنگ، عددی گنگ است.» با کدام گزینه نقض می‌شود؟

(۱) عدد پی (π) (۲) $2 - \sqrt{3}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

۲۲. کدام عبارت مثال نقض دارد؟

(۱) حاصل ضرب هر عدد زوج در عدد فرد یک رقمی، همواره عددی زوج خواهد بود.

(۲) حاصل جمع هر عدد اول زوج با هر عدد فرد دو رقمی، همواره عددی فرد خواهد بود.

(۳) حاصل جمع هر عدد اول با هر عدد فرد دو رقمی، همواره عددی زوج خواهد بود.

(۴) حاصل تفاضل هر دو عدد فرد صحیح، همواره عددی زوج صحیح خواهد بود.

۲۳. چند گزاره، از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- مجموع مربعات هر دو عدد فرد، عددی فرد است.

- هر ارتفاع هر مثلث همواره درون آن مثلث قرار دارد.

- حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۴. در دنباله‌ای با جمله‌ی عمومی $t_n = \frac{2n}{n^2 + 1}$ ، حاصل $t_5 + t_6$ کدام است؟

(۱) $\frac{91}{85}$ (۲) $\frac{81}{85}$ (۳) $\frac{341}{481}$ (۴) $\frac{331}{481}$

۲۵. اگر $2x - \sqrt{3}$ ، $x - 1$ و $x + \sqrt{3}$ سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی باشند، مقدار x کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۲۶. مجموع چند جمله‌ی اول از دنباله‌ی حسابی $3, 5, 7, \dots$ برابر ۴۴۰ است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۲۲ (۴) ۲۳

۲۷. اگر جمله‌ی عمومی دنباله‌ای $a_n = \frac{n^2 - 1}{n + 3}$ باشد، کدام جمله‌ی این دنباله برابر ۳ است؟

(۱) جمله‌ی دوم (۲) جمله‌ی پنجم (۳) جمله‌ی هفتم (۴) جمله‌ی سوم

۲۸. اگر در یک دنباله‌ی حسابی $a_5 - a_3 = 1$ و $a_6 = -1$ باشد، جمله‌ی چندم دنباله برابر با صفر است؟

(۱) سوم (۲) چهارم (۳) پنجم (۴) ششم

۲۹. در یک دنباله‌ی حسابی، $a_1 + a_2 = 5$ و $a_3 + a_4 = 17$ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) ۳

۳۰. در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی اول و قدرنسبت با هم برابر است. اگر جمله‌ی ششم برابر ۳۰ باشد،

مجموع بیست جمله‌ی اول آن کدام است؟

(۱) ۱۱۵۰ (۲) ۱۰۵۰ (۳) ۹۵۰ (۴) ۹۷۵

۳۱. برای نشان دادن ... عبارت «تفاضل هیچ دو عدد اولی، مکعب کامل نیست.» از ... استفاده می‌کنیم.

(۱) درستی / استدلال استنتاجی

(۲) درستی / استقرای ریاضی

(۳) نادرستی / استدلال استقرایی

(۴) نادرستی / مثال نقض

۳۲. کدام جمله درست است؟

(۱) اگر x عددی گنگ و دلخواه باشد، آن‌گاه هیچ عدد گویایی مانند y وجود ندارد که $x+y$ گویا باشد.

(۲) اگر x عددی گویا و مخالف صفر باشد، آن‌گاه عدد گنگی مانند y وجود دارد که $x.y$ گویا باشد.

(۳) اگر $x.y$ و x گویا باشند آن‌گاه قطعاً y نیز گویا است.

(۴) اگر $x+y$ و $x.y$ اعدادی گویا باشند، آن‌گاه x و y قطعاً گویا هستند.

۳۳. در دنباله‌ی حسابی زیر، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱۰, a , b , c , ۴۲

۷۸ (۲)

۱۰۲ (۱)

۱۰۰ (۴)

۹۴ (۳)

۳۴. بین دو عدد ۵ و $\frac{۲۵}{۳}$ چهار واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم. مجموع این چهار واسطه کدام است؟

۳۲/۵ (۲)

۲۹ (۱)

۴۷/۵ (۴)

۳۵ (۳)

۳۵. در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی عمومی $a_n = 1 + \frac{n}{۳}$ ، قدر نسبت دنباله کدام است؟

۱ (۲)

$\frac{۴}{۳}$ (۱)

$\frac{۱}{۳}$ (۴)

$\frac{۲}{۳}$ (۳)

۳۶. کدام یک از عبارات زیر درست و کدام یک نادرست است.

در صورت نادرست بودن یک مثال نقض پیدا کنید.

الف) اگر ۱ با هر عدد فردی جمع شود، نتیجه همیشه یک عدد زوج است.

ب) توان دوم یک عدد همیشه از آن بزرگ تر است.

پ) مجموع دو زاویه‌ی حادّه کمتر از 180° است.

ت) هر مستطیلی یک مربع است.

۳۷. نمونه‌های زیر را در نظر بگیرید: نتیجه‌ی احتمالی آن است که: «هر عدد طبیعی را می‌توان به

صورت مجموع سه مربع کامل طبیعی نوشت». با ارائه‌ی یک مثال نقض نشان دهید که نتیجه‌گیری

فوق نادرست است.

$$\begin{array}{ll} 6 = 1^2 + 1^2 + 2^2, & 14 = 1^2 + 2^2 + 3^2, \\ 24 = 2^2 + 2^2 + 4^2, & 59 = 1^2 + 3^2 + 7^2, \\ 61 = 3^2 + 4^2 + 6^2, & 89 = 2^2 + 2^2 + 9^2, \end{array}$$

۳۸. کدام یک از احکام زیر درست است؟

الف) اگر x گنگ و y گویا باشد، آن‌گاه $x + y$ گویا است.

ب) اگر x و y هر دو گویا باشند، آن‌گاه $x + y$ گویا است.

احکام درست را اثبات کنید و برای رد احکام نادرست، مثال نقض بیاورید.

۳۹. جاهای خالی را در دنباله‌های حسابی زیر پر کنید:

الف) $10, \square, 50$

ب) $10, \square, \square, 50$

پ) $10, \square, \square, \square, 50$

ت) $10, \square, \square, \square, \square, 50$

ث) $10, \square, \square, \square, \square, \square, 50$

۴۰. کدام یک از دنباله‌های زیر حسابی هستند؟

آن‌ها را معلوم کرده و قدر نسبت آن‌ها را پیدا کنید.

الف) $4, 24, 44, 64, 84, \dots$

ب) $3, 6, 12, 24, 48, \dots$

پ) $5, 5, 5, 5, 5, \dots$

ت) $10, 100, 1000, 10000, 100000, \dots$

برنامه‌ی پیشنهادی برای تدریس
دبیران و مطالعه‌ی دانش‌آموزان

مبحث: دنباله‌ها

(دنباله‌ی هندسی)

صفحه‌های ۳۱ تا ۴۵

۴۱. اگر در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی n ام برابر با $a_n = 3\left(\frac{2}{3}\right)^n$ باشد، مجموع ۴ جمله‌ی اول آن

کدام است؟

(۱) $\frac{65}{7}$

(۲) $\frac{65}{27}$

(۳) $\frac{65}{81}$

(۴) $\frac{130}{27}$

۴۲. اگر حد مجموع یک دنباله‌ی هندسی برابر با ۳ و قدرنسبت آن $\frac{1}{3}$ باشد، جمله‌ی سوم آن کدام

است؟

(۱) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{2}{9}$

(۳) $\frac{4}{7}$

(۴) $\frac{6}{11}$

۴۳. در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، اگر مجموع دو جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی نصف مجموع

جملات سوم و چهارم آن باشد، قدرنسبت این دنباله کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) ۲

(۳) $2\sqrt{2}$

(۴) ۱

۴۴. در یک دنباله‌ی هندسی، نسبت جمله‌ی هفتم به جمله‌ی چهارم ۸ است و جمله‌ی سوم، چهار برابر

قدرنسبت دنباله است. مجموع هفت جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

(۱) ۱۲۷

(۲) ۶۳

(۳) ۲۵۴

(۴) ۱۲۶

۴۵. اگر 2^{3x+1} ، 8^{2x-1} و 2^{5x-1} به ترتیب سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، مقدار x کدام

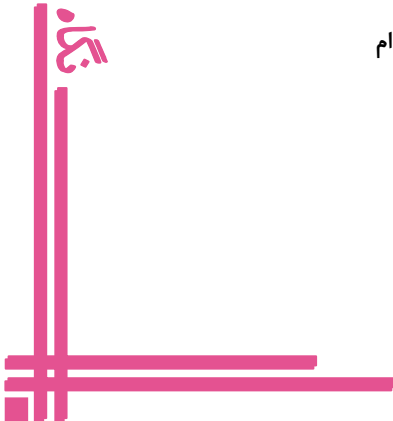
است؟

(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۱



۴۶. در یک دنباله هندسی با جمله عمومی a_n ، $a_1 a_3 = 4$ و $a_3 a_5 = 16$ است. قدرنسبت کدام است؟

(۱) ۲ یا -۲

(۲) $4\sqrt{2}$ یا $-4\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{2}$ یا $-\sqrt{2}$

(۴) $\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$

۴۷. جمله دهم دنباله هندسی $\dots, \frac{16}{3}, -8, b, a-3$ کدام است؟

(۱) $-12 \times (\frac{2}{3})^7$

(۲) $12 \times (\frac{2}{3})^8$

(۳) $18 \times (-\frac{2}{3})^9$

(۴) $18 \times (\frac{2}{3})^{10}$

۴۸. جمله چند دنباله هندسی با جملات $\dots, 2, -4$ برابر با $\frac{1}{8}$ است؟

(۱) چهارم

(۲) پنجم

(۳) ششم

(۴) هفتم

۴۹. اگر شغلی به شما پیشنهاد شود که دستمزد روز اول آن هزار تومان باشد و سپس تا پایان همان ماه

این دستمزد هر روز دو برابر شود، درآمد ۱۰ روز اول شما چند تومان است؟

(۱) ۱۰۲۳۰۰

(۲) ۱۰۳۲۰۰

(۳) ۱۰۲۳۰۰۰

(۴) ۲۰۰۰۰۰

۵۰. در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله اول ۵ برابر مجموع دو جمله اول است و حاصل ضرب

هر دو جمله متوالی آن عددی منفی است، قدرنسبت دنباله کدام است؟

(۱) $2 + 2\sqrt{2}$

(۲) $4 - 2\sqrt{5}$

(۳) $2 - 2\sqrt{2}$

(۴) $2 - 4\sqrt{2}$

۵۱. اگر جملات پنجم و هفتم یک دنباله هندسی، به ترتیب ۸ و ۱۶ باشند، جمله یازدهم این دنباله

کدام است؟

(۱) ۳۲

(۲) ۶۴

(۳) ۱۲۸

(۴) ۲۵۶

۵۲. اگر جمله اول یک دنباله هندسی ۲- و حد مجموع جملات آن برابر با ۴- باشد، مجموع سه

جمله اول این دنباله چه قدر است؟

(۱) $-\frac{3}{7}$

(۲) $-\frac{2}{7}$

(۳) $-\frac{2}{5}$

(۴) $-\frac{3}{5}$

۵۳. در یک دنباله هندسی، نسبت جمله هفتم به جمله سوم برابر ۱۶ است. اگر حاصل ضرب

جمله‌های دوم و سوم عددی منفی باشد، قدرنسبت دنباله کدام است؟

(۱) ۲ یا -۲

(۲) فقط ۲

(۳) فقط -۲

(۴) -۴

۵۴. حد مجموع جملات دنباله هندسی $\dots, \frac{1}{75}, \frac{1}{5}, -1, 3$ کدام است؟

(۱) -۱

(۲) ۲

(۳) صفر

(۴) ۱

۵۵. در یک دنباله هندسی، مجموع جمله‌های سوم و پنجم، دو برابر مجموع جملات چهارم و ششم است.

قدرنسبت این دنباله کدام است؟ (جملات غیر صفر هستند.)

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۲

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۵۶. کدام یک از دنباله‌های زیر هندسی هستند؟ قدر نسبت را برای دنباله‌های هندسی زیر پیدا کنید:

الف) $1, 4, 9, 16, 25, \dots$

ب) $7, 14, 21, 28, 35, \dots$

پ) $60, 30, 15, 7/5, 3/75, \dots$

۵۷. اگر جمله اول یک دنباله حسابی ۳ و جمله پنجم ۲۳ باشد و جمله اول دنباله هندسی دو برابر قدر نسبت دنباله حسابی باشد و قدر نسبت دنباله هندسی دو برابر جمله اول دنباله هندسی باشد؛ پنج جمله اول دنباله هندسی را بنویسید.

۵۸. جاهای خالی را در دنباله‌های هندسی زیر پر کنید:

الف) $4, 20, \square, 500, \square, 12500$

ب) $\square, \square, 63, 189$

پ) $1, \square, 1000000$

ت) $1, \square, \square, 1000000$

ث) $1, \square, 64$

۵۹. در یک دنباله هندسی، جمله پنجم ۸۱ و جمله دوم ۳ است:

الف) قدر نسبت و جمله اول را پیدا کنید.

ب) مجموع پنج جمله اول این دنباله را با استفاده از فرمول به دست آورید.

۶۰. اگر هر جمله دنباله هندسی $1, 3, 9, 27, \dots$ چهار واحد بیشتر شود، دنباله به وجود آمده

چنین خواهد بود:

$5, 7, 13, 31, \dots$

الف) آیا دنباله به دست آمده نیز یک دنباله هندسی است؟

ب) اگر هر جمله یک دنباله هندسی، افزایش یکسانی داشته باشد، آیا دنباله جدید می

تواند یک دنباله هندسی باشد؟

برنامه‌ی پیشنهادی برای تدریس
دبیران و مطالعه‌ی دانش آموزان

مبحث: دنباله‌ها

(دنباله‌ی مربعی، دنباله‌ی مثلثی،

دنباله‌ی فیبوناتچی، نسبت طلایی)

صفحه‌های ۴۶ تا ۵۸

۶۱. در دنباله‌ی فیبوناتچی، چند عدد اول کوچک‌تر از ۱۰۰ وجود دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷

۶۲. در دنباله‌ی $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$ با افزایش n ، مقدار $\frac{F_n}{F_{n+1}}$ به کدام عدد نزدیک می‌شود؟ (F_n)

جمله‌ی $a(n)$ و F_{n+1} جمله‌ی $(n+1)$ ام دنباله‌ی فوق است.

- (۱) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

۶۳. از تقسیم جمله‌ی نهم دنباله‌ی مثلثی بر جمله‌ی پنجم دنباله‌ی فیبوناتچی، جمله‌ی چندم دنباله‌ی مربعی

به دست می‌آید؟

- (۱) سوم (۲) چهارم (۳) پنجم (۴) ششم

۶۴. اگر به مجموع ده جمله‌ی اول دنباله‌ی فیبوناتچی یک واحد اضافه کنیم، جمله‌ی چندم دنباله‌ی مربعی

به دست می‌آید؟

- (۱) دهم (۲) یازدهم (۳) دوازدهم (۴) سیزدهم

۶۵. اختلاف دو عدد ۴ است. اگر نسبت دو عدد برابر نسبت طلایی باشد، عدد بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}+6$ (۲) $2\sqrt{5}+6$ (۳) $2\sqrt{5}-6$ (۴) $2\sqrt{5}+2$

۶۶. جمله‌ی چندم دنباله‌ی مربعی، $\frac{1}{4}$ جمله‌ی دوازدهم دنباله‌ی فیبوناتچی است؟

- (۱) ششم (۲) هشتم (۳) نهم (۴) یازدهم

۶۷. اگر جمله‌ی هشتم دنباله‌ی مربعی به صورت $\frac{3k-1}{2}$ باشد، مقدار k کدام است؟

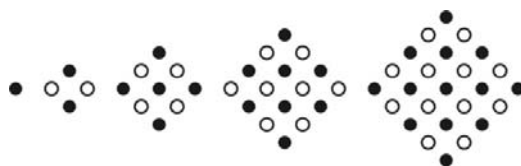
- (۱) ۲۲ (۲) ۲۸ (۳) ۳۵ (۴) ۴۳

۶۸. دو برابر اختلاف جملات پنجم دنباله‌های مربعی و مثلثی با مجموع چند جمله‌ی اول متوالی از دنباله‌ی

فیبوناتچی برابر است؟

- (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۴

۶۹. در آرایه‌ی زیر، تعداد صفرهای توپر در جمله‌ی یازدهم، کدام است؟



(۱) ۶۱

(۲) ۶۲

(۳) ۶۳

(۴) ۶۴

۷۰. در دنباله‌ی مثلثی با جمله‌ی اول ۱، در جمله‌ی چندم، اولین عدد مربع کامل غیر ۱ نوشته می‌شود؟

- (۱) ششم (۲) هفتم (۳) هشتم (۴) نهم

۷۱. جمله‌ی چندم دنباله‌ی مربعی، $\frac{3}{7}$ جمله‌ی هشتم دنباله‌ی فیبوناتچی است؟

۱) چهارم (۲) پنجم (۳) سوم (۴) هفتم
۷۲. اگر جملات n ام و $(n+1)$ ام دنباله‌ی فیبوناتچی به ترتیب ۸۹ و ۱۴۴ باشد، مجموع n جمله‌ی اول دنباله کدام است؟

۱) ۲۱۶ (۲) ۲۲۸ (۳) ۲۳۲ (۴) ۲۴۶

۷۳. عدد $(2^4)^3$ جمله‌ی چندم دنباله‌ی مربعی است؟

۱) شصت و چهارم (۲) شانزدهم (۳) هشتم (۴) سی و دوم

۷۴. نسبت طلایی، ریشه‌ی مثبت کدام معادله است؟

۱) $x^2 = -x + 1$ (۲) $x^2 + x = -1$ (۳) $x^2 - x + 1 = 0$ (۴) $x^2 - x - 1 = 0$

۷۵. در آرایه‌ی مربعی مقابل، تفاضل تعداد دایره‌های توپر در دو جمله‌ی دهم و یازدهم کدام است؟

۱) صفر (۲) ۱۷ (۳) ۱۹ (۴) ۲۱

۷۶. جمله‌های دنباله‌ی فیبوناتچی دو در میان بر دو بخش پذیر است:

۱, ۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ۱۳, ۲۱, ۳۴, ۵۵, ۸۹, ۱۴۴, ۲۳۳, ۳۷۷, ۶۱۰
۹۸۷, ۱۵۹۷, ۲۵۸۴, ۴۱۸۱, ۶۷۶۵, ۱۰۹۶۴,

کدامین جمله‌ها بر اعداد زیر بخش پذیرند؟

الف) سه (ب) پنج (پ) هشت (ت) سیزده

ث) به نظر شما، کدامین جمله‌ها بر پنجاه و پنج بخش پذیر هستند؟

۷۷. به الگوی زیر توجه کنید:

$$\begin{aligned} 1^2 + 1^2 &= 1 \times 2 \\ 1^2 + 1^2 + 2^2 &= 6 = 2 \times 3 \\ 1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 &= 15 = 3 \times 5 \\ 1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 &= 40 = 5 \times 8 \end{aligned}$$

الف) دو سطر بعدی الگوی بالا را بنویسید؛ ب) مجموع مربع‌های ده جمله‌ی اول دنباله‌ی

فیبوناتچی را بدون محاسبه حدس بزنید.

۷۸. الگوی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} 1^3 + 2^3 - 1^3 &= 8 \\ 2^3 + 3^3 - 1^3 &= 34 \\ 3^3 + 5^3 - 2^3 &= \dots \\ 5^3 + 8^3 - 3^3 &= \dots \end{aligned}$$

الف) جاهای خالی را در الگوی بالا پر کنید.

ب) دو سطر بعدی الگو را بنویسید.

پ) متوجه چه نظمی شدید؟ توضیح دهید.

۷۹. رابطه‌ی دنباله‌ی اعداد طبیعی و دنباله‌ی اعداد طبیعی فرد با دنباله‌های مثلثی و مربعی را به دست آورید.

۸۰. تفاضل جمله‌ی پنجم دنباله‌ی مربعی از جمله‌ی هفتم دنباله‌ی مثلثی را به دست آورید و حاصل را با جمله‌ی

دهم دنباله‌ی فیبوناتچی جمع کنید.

برنامه‌ی پیشنهادی برای تدریس
دبیران و مطالعه‌ی دانش‌آموزان

مبمٹ:

«استدلال و دنباله‌ها»

(مرور مباحث گذشته)

صفحه‌های ۱ تا ۵۸

۸۱. اگر a و b دو عدد گنگ دلخواه باشند، با استفاده از ... می‌توان ثابت کرد، عدد ... همواره گنگ

....

(۱) مثال نقض / $(a + b)$ / است (۲) استدلال استنتاجی / $(a + b)$ / نیست

(۳) استدلال استنتاجی / $(a \times b)$ / نیست (۴) مثال نقض / $(a \times b)$ / نیست

۸۲. مجموع اعداد طبیعی سه‌رقمی مضرب ۵ کدام است؟

(۱) ۹۸۹۵۰ (۲) ۹۸۵۵۰ (۳) ۸۹۹۵۰ (۴) ۸۹۵۵۰

۸۳. در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی اول برابر ۲ و قدر نسبت برابر m است. اگر $a_4 \times a_3 = (a_{m-1})^2$

باشد، جمله‌ی سوم این دنباله کدام است؟

(۱) ۷۲ (۲) ۵۰ (۳) ۹۸ (۴) ۲۴

۸۴. مجموع جمله‌ی دهم از دنباله‌ی مثلثی و جمله‌ی پانزدهم از دنباله‌ی مربعی کدام است؟

(۱) ۲۲۵ (۲) ۲۸۰ (۳) ۳۳۵ (۴) ۳۹۰

۸۵. در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، حاصل ضرب جمله‌های سوم و ششم، ۸ برابر جمله‌ی چهارم و

جمله‌ی هفتم دنباله برابر ۳۲ است. جمله‌ی اول دنباله کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۳

۸۶. کلیت چند تا از حکم‌های زیر را با مثال نقض می‌توان رد کرد؟

(الف) اگر ۱ با هر عدد فردی جمع شود، عدد حاصل همیشه یک عدد زوج است.

(ب) توان دوم یک عدد همیشه از خود عدد بزرگ‌تر است.

(ج) مجموع دو عدد زوج همیشه زوج است.

(د) مجموع دو عدد گنگ همیشه یک عدد گنگ است.

(ه) ارتفاع یک مثلث همیشه داخل آن قرار می‌گیرد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۷. اگر در دنباله‌ی فیبوناتچی جمله‌ی n برابر $(3x - 5)$ ، جمله‌ی $(n - 1)$ برابر $(2x - 6)$ و مجموع

n جمله‌ی اول آن ۱۴۳ باشد، x کدام است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۴۰

۸۸. بین دو عدد ۱۲ و ۴۴ هفت واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم. مجموع ۵ جمله‌ی اول این دنباله با

جمله‌ی اول $a_1 = 12$ کدام است؟

(۱) ۸۲ (۲) ۹۶ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۲۰

۸۹. در دنباله‌ی مثلثی با شروع از ۱، چند جمله‌ی کم‌تر از ۱۰۰ وجود دارد که مضرب ۳ باشد؟

(۱) ۶ جمله (۲) ۷ جمله (۳) ۸ جمله (۴) ۹ جمله

۹۰. مجموع چهار جمله‌ی اول هر دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت (-2) چند برابر جمله‌ی اول آن است؟

(۱) -۵ (۲) ۵ (۳) -۱۳ (۴) ۱۵

۹۱. در یک دنباله‌ی حسابی با جملات متمایز، جملات دوم، سوم و پنجم سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی‌اند. در دنباله‌ی حسابی، نسبت جمله‌ی چهارم به جمله‌ی دوم دنباله‌ی حسابی چه قدر است؟

(۱) ۳ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$

۹۲. مجموع ۹ جمله‌ی اول دنباله‌ی فیبوناتچی، بر کدام عدد زیر بخش‌پذیر است؟

(۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۱۶ (۴) ۱۱

۹۳. در یک دنباله‌ی هندسی نزولی و نامتناهی، حد مجموع ۴ برابر مجموع دو جمله‌ی اول آن است. قدر نسبت کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

۹۴. با توجه به $۴ = ۲^۲$ ، $۱۶ = ۴^۲$ و $۳۶ = ۶^۲$ ، می‌توان نتیجه گرفت که مربع هر عدد طبیعی زوج، عددی زوج است. در این اثبات از کدام استدلال استفاده شده است؟

(۱) استقرایی (۲) تمثیلی (۳) استنتاجی (۴) شهودی

۹۵. کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

(۲) $\frac{2}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

(۳) هر عدد به صورت $abcba$ بر ۱۳ بخش‌پذیر است.

(۴) هر عدد به صورت $ab+ba$ بر ۱۱ بخش‌پذیر است.

۹۶. کدام عدد بین جملات نهم و هفدهم از دنباله‌ی حسابی $0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \dots$ قرار گیرد، تا سه عدد تشکیل

دنباله‌ی هندسی بدهند؟

(۱) $\frac{3}{32}$ (۲) $\frac{7}{64}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{6}$

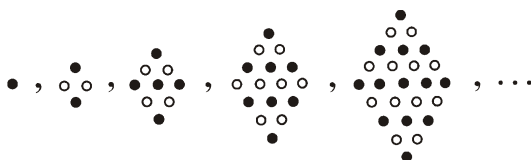
۹۷. با کدام استدلال می‌توان ثابت کرد مجموع هر دو عدد دلخواه به صورت $2k$ و $2p+1$ همواره عددی فرد است؟

(۱) شهودی (۲) استقرایی (۳) استنتاجی (۴) استقراء ریاضی

۹۸. در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی پنجم، هشت برابر جمله‌ی دوم است. اگر مجموع ۶ جمله‌ی اول این دنباله برابر $\frac{94}{5}$ باشد، جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{7}{2}$

۹۹. براساس آرایه‌ی لوزی شکل زیر، تعداد دایره‌های توخالی در جمله‌ی هشتم کدام است؟



(۱) ۳۰

(۲) ۳۱

(۳) ۳۲

(۴) ۳۳

۱۰۰. حاصل $\frac{1+3+5+\dots+999}{1+3+5+\dots+99}$ چه قدر است؟

(۱) ۱۰۰

(۲) ۱۰۱

(۳) ۱۰۰۱

(۴) ۱۰۰۰