



حسابان

- ۱- در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a و قدر نسبت d ، مجموع n جمله‌ی اول آن از رابطه‌ی روبرو به دست می‌آید:
- $$S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$$
- از آنجایی که $a_n = a + (n-1)d$ ، پس:
- $$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$
- ۲- در یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a و قدر نسبت q ، مجموع n جمله‌ی اول آن، یعنی:
- $$S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}, \quad q \neq 1$$
- برابر است با:
- $$S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}, \quad q \neq 1$$
- ۳- می‌دانیم مجموع n جمله‌ی اول این دنباله از رابطه‌ی $S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$ ($q \neq 1$) به دست می‌آید، در صورتی که $|q| < 1$ ، آنگاه دنباله‌ی $\{q^n\}$

به عدد صفر نزدیک می‌شود، در این حالت حد مجموع جمله‌های این دنباله برابر $\frac{a}{1-q}$ خواهد شد.

- ۴- تعیین باقی‌مانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $x-a$: اگر $P(x)$ یک چندجمله‌ای باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر $x-a$ ، برابر است با $R = P(a)$.
- ۵- نتیجه: اگر چندجمله‌ای $f(x)$ بر $(x-a)(x-b)$ بخش‌پذیر باشد، آنگاه چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x-a$ و $x-b$ بخش‌پذیر است، پس:
- $$f(a) = 0, \quad f(b) = 0$$
- ۶- ب.م.م و ک.م.م چندجمله‌ای‌ها: در چندجمله‌ای‌ها، ابتدا با استفاده از فاکتورگیری، دسته‌بندی مناسب یا اتحادها، عبارت را به حاصل ضرب عوامل اول تجزیه می‌کنیم، سپس همانند روش یافتن ب.م.م و ک.م.م، ب.م.م و ک.م.م آن‌ها را تعیین می‌کنیم.

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + b^n \quad (1)$$

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \dots + \binom{n}{k}a^{n-k}b^k + \dots + \binom{n}{n}b^n, \quad k, n \in \mathbb{N}, a, b \in \mathbb{R} \quad (2)$$

- ۷- فرمول کلی حل معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)، به صورت روبه‌روست:
- $$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{جمله‌ی دوم} \quad \text{جمله‌ی اول} \quad \text{جمله‌ی } (k+1)\text{ام} \quad \text{جمله‌ی } (n+1)\text{ام} \quad k \in \mathbb{W}$$
- و $x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

که در آن $\Delta = b^2 - 4ac$ ، مبین (دلالتی) معادله نامیده می‌شود. اگر $\Delta \geq 0$ ، معادله ریشه‌ی حقیقی دارد و اگر $\Delta < 0$ باشد معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد.

- ۸- تشکیل معادله با استفاده از S و P : اگر x' و x'' ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آنگاه:

$$S = x' + x'' = \frac{-b}{a} \quad (\text{مجموع ریشه‌ها}) \quad P = x'x'' = \frac{c}{a} \quad (\text{حاصلضرب ریشه‌ها})$$

و معادله به شکل $x^2 - Sx + P = 0$ تبدیل خواهد شد. از طرفی با توجه به ریشه‌های معادله، به رابطه‌ی $|x' - x''| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ خواهیم رسید.

- ۹- اگر ضابطه‌ی تابع به شکل $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشد، مختصات نقطه‌ی ماکزیم (می‌نیم) $S\left(\frac{-b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ است.

- ۱۰- محور تقارن تابع درجه‌ی دوم: خط به معادله‌ی $x = \frac{-b}{2a}$ ، محور تقارن تابع است.

- ۱۱- اگر a عددی حقیقی باشد، قدر مطلق a برابر است با:

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

اگر a مثبت یا صفر باشد، قدر مطلق را با علامت مثبت بر می‌داریم.

اگر a منفی باشد، قدر مطلق را با علامت منفی بر می‌داریم.

- ۱۲- نامساوی مثلثی: اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، آنگاه $|a+b| \leq |a| + |b|$ ، تساوی زمانی امکان‌پذیر است که $ab \geq 0$.

۱۳- معادلات قدر مطلق

در حالت کلی برای حل یک معادله‌ی قدر مطلق، باید عبارت را به ازای ریشه یا ریشه‌های داخل قدر مطلق تعیین علامت کنیم، سپس معادله‌ی حاصل را حل کنیم، جواب‌هایی قابل قبول هستند که در بازه‌ی اختیاری، صدق کنند.

۱۴- نامعادلات قدر مطلق

در حالت کلی برای حل یک نامعادله‌ی قدر مطلق، باید عبارت را به ازای ریشه یا ریشه‌های داخل قدر مطلق، تعیین علامت کنیم و با حذف قدر مطلق، هر یک از نامعادله‌های حاصل را حل کنیم، جواب‌هایی در هر نامعادله قابل قبول هستند که، با بازه‌ی اختیاری اشتراک داشته باشند، جواب کلی نامعادله، اجتماع جواب‌های قابل قبول، از هر یک از بازه‌هاست.

۱۵- حل معادلات به روش هندسی

فرض کنید معادله‌ی $f(x) = 0$ داده شده است. اگر $f(x)$ را به صورت تفاضل دو تابع $f(x) = h(x) - g(x)$ به گونه‌ای در نظر بگیریم که رسم دو تابع $y_1 = h(x)$ و $y_2 = g(x)$ در یک دستگاه محورهای مختصات به سادگی امکان‌پذیر باشد محل تلاقی این دو تابع (x_0 در شکل) ریشه‌ی معادله‌ی $f(x) = 0$ خواهد بود.

۱۶- حل نامعادلات به روش هندسی

برای حل نامعادله به شکل کلی $f(x) < g(x)$ به روش ترسیم، به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

الف- نمودار دو تابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم.

ب- مقادیری از دامنه‌ی مشترک دو تابع را مشخص می‌کنیم که، عرض نقاط تابع f از عرض نقاط تابع g کمتر است و مجموعه‌ی جواب را می‌یابیم.



هندسه ۲

۱۷- قضیه‌های مربوط به متوازی‌الاضلاع

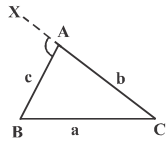
۱ اگر وسط‌های ضلع‌های یک چهار ضلعی محذب دلخواه را متوالیاً به هم وصل کنیم، یک متوازی‌الاضلاع به دست می‌آید که طول اضلاع آن، نصف طول قطرهای چهار ضلعی اولیه هستند.

۲ شکل حاصل از برخورد نیمسازهای متوازی‌الاضلاع

(الف) از برخورد نیمسازهای داخلی یک متوازی‌الاضلاع به طول اضلاع a و b ، یک مستطیل به طول قطر $|a - b|$ ایجاد می‌شود،
(ب) از برخورد نیمسازهای خارجی یک متوازی‌الاضلاع به طول اضلاع a و b ، یک مستطیل به طول قطر $a + b$ ایجاد می‌شود.

۱ در هر مثلث دلخواه مانند ABC داریم:

(الف) هر زاویه‌ی خارجی از زاویه‌ی داخلی غیر مجاورش بزرگتر است.



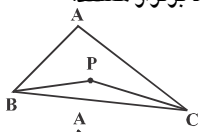
$$\widehat{BAX} = \widehat{B} + \widehat{C} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{BAX} > \widehat{B} \\ \widehat{BAX} > \widehat{C} \end{cases}$$

(ب) زاویه‌ی روبروی ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه‌ی روبروی ضلع کوچکتر و برعکس، یعنی $a > b > c \Leftrightarrow \widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C}$.

(ج) نامساوی مثلث: مجموع طول هر دو ضلع، از طول ضلع سوم بیشتر است یعنی اگر a ، b و c طول اضلاع یک مثلث باشند، آنگاه $a < b + c$ ، $b < c + a$ و $c < a + b$ و برعکس یعنی اگر سه عدد حقیقی مثبت a ، b و c به گونه‌ای باشند که مجموع هر دو تای آنها از سومی بیشتر باشد، آنگاه مثلثی به طول اضلاع a ، b و c وجود دارد.

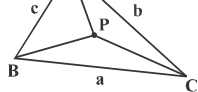
نکته: اگر بزرگترین ضلع مثلث از مجموع دو ضلع دیگر کوچکتر باشد، می‌توان نتیجه گرفت که دو نامساوی دیگر مثلث حتماً برقرار هستند.
(هـ) اگر از نقطه‌ی دلخواه P درون مثلث به دو رأس B و C وصل کنیم، آنگاه:

$$BC < PB + PC < AB + AC$$



نتیجه: مجموع فواصل هر نقطه‌ی دلخواه داخل هر مثلث از محیط آن مثلث کمتر و از نصف محیط آن بیشتر است.

$$\frac{a+b+c}{2} < PA + PB + PC < a+b+c$$

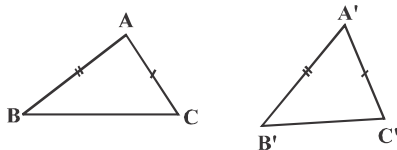


۱۸- قضیه‌ی لولا (قیچی) و عکس آن

(الف) اگر دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر مساوی باشند و زاویه‌ی بین این دو ضلع در مثلث اول بزرگتر از زاویه‌ی بین دو ضلع نظیر از مثلث دوم باشند، آنگاه ضلع سوم از مثلث اول، بزرگتر از ضلع سوم از مثلث دوم است.

(ب) عکس قضیه‌ی لولا نیز درست است، یعنی دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر نظیر به نظیر مساوی باشند و ضلع سوم مثلث اول بزرگتر از ضلع سوم مثلث دوم باشد، آنگاه زاویه‌ی بین دو ضلع از مثلث اول، بزرگتر از زاویه‌ی بین دو ضلع نظیر از مثلث دوم است.

$$\widehat{A} > \widehat{A}' \Leftrightarrow BC > B'C'$$



جبر و احتمال

۱۹- درک شهودی، قیاس و استدلال استقرایی

- ۱- درک شهودی، یک دانش غریزی یا احساس بدون استدلال است.
- ۲- قیاس (تمثیل)، یافتن نوعی تشابه بین مفاهیم گوناگون می‌باشد. در واقع انواع تمثیل می‌توانند در ایجاد یک زمینه‌ی شهودی برای درک بسیاری از مفاهیم و اثبات‌های ریاضی به کار روند.
- ۳- استدلال استقرایی، روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای مجموعه‌ی محدودی از مشاهدات است.
- ۴- با توجه به تعریف، مشخص است که استدلال استقرایی نوعی محدودیت دارد. چون بر پایه‌ی تعداد محدودی مشاهدات، نتیجه‌گیری می‌شود.

۲۰- اصل استقرای ریاضی و اصل استقرای تعمیم یافته

اصل استقرا: فرض کنید $P(n)$ حکمی درباره‌ی عدد طبیعی n باشد، اگر $P(1)$ درست باشد و از درستی $P(k)$ ، درستی $P(k+1)$ نتیجه شود، در این صورت $P(n)$ برای هر عدد طبیعی نیز درست است.
اصل استقرای تعمیم‌یافته: فرض کنید $P(n)$ حکمی درباره‌ی عدد طبیعی n باشد. اگر $P(m)$ برای $m > 1$ درست باشد و از درستی $P(k)$ برای هر عدد طبیعی $k \geq m$ درستی $P(k+1)$ نتیجه شود، آنگاه $P(n)$ برای هر عدد طبیعی $n \geq m$ درست است (m را شروع استقرا می‌گویند).

۲۱- استدلال استنتاجی، قضایای شرطی و دوشرطی و برهان خلف

- ۱- استدلال استنتاجی روش نتیجه‌گیری با استفاده از حقایقی است که درستی آنها را پذیرفته‌ایم.
- ۲- با استفاده از استدلال استنتاجی، مطمئن هستیم که نتیجه همواره درست است.
- ۳- قضایای کلی، احکامی هستند که همواره برقرار می‌باشند.
- ۴- برای اثبات قضایای ریاضی، از استدلال استنتاجی استفاده می‌شود.
- ۵- مثالی که نشان دهد یک نتیجه‌گیری کلی غلط است، مثال نقض نامیده می‌شود.
- ۶- با ارائه‌ی مثال‌های فراوان نمی‌توان درستی یک نتیجه‌گیری کلی را اثبات کرد، اما با ارائه‌ی تنها یک مثال، می‌توان آن را رد کرد. به این مثال، مثال نقض گوئیم.
- ۷- به عبارت «اگر p آنگاه q » یک قضیه‌ی شرطی گفته می‌شود. گزاره‌ی p را فرض قضیه و گزاره‌ی q را، حکم قضیه می‌نامیم و آن را به صورت $(p \Rightarrow q)$ نمایش می‌دهیم.

۲۲- اصل لانه کبوتری

۱- اصل لانه کبوتری: اگر m کبوتر، n لانه‌ی کبوتر را اشغال کنند و تعداد کبوترها بیش از تعداد لانه‌های کبوتر باشد ($m > n$)، آنگاه طبق اصل لانه کبوتری، حداقل یک لانه‌ی کبوتر وجود خواهد داشت که دست کم دو و یا بیشتر از دو کبوتر در آن قرار داشته باشند.

۲- از بین m کبوتر که بخواهند در n لانه قرار گیرند ($m > n$) حداقل یک لانه وجود دارد که دست کم $\left\lceil \frac{m-1}{n} \right\rceil + 1$ کبوتر در آن قرار گیرند.

[] علامت جزء صحیح است.



فیزیک ۳

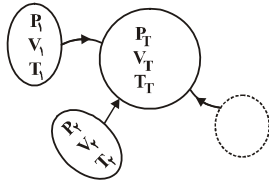
۲۲- معادله‌ی حالت گاز کامل (آرمانی): برای یک گاز کامل (گازی چنان رقیق که بتوان از برهم کنش بین مولکول‌های گاز صرف نظر کرد). معادله‌ی حالت عبارت است از:

$$PV = nRT \quad \text{و} \quad n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_a}$$

تعداد ذرات گاز جرم گاز

عدد آووگادرو جرم مولی

۲۴- محاسبه‌ی فشار مخلوط دوگاز: هرگاه دو یا چندگاز با مشخصات (P_1, V_1, T_1) و (P_2, V_2, T_2) و ... را به کمک یک اتصال دهنده با حجم ناچیز به هم وصل کنیم، فشارنهایی مخلوط (P_T) برابر است با:

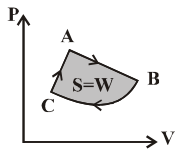


$$n_T = n_1 + n_2 + \dots$$

$$\frac{P_T V_T}{T_T} = \frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2} + \dots$$

اگر دما ثابت باشد. $P_T V_T = P_1 V_1 + P_2 V_2 + \dots$

۲۵- چرخه: هرگاه یک گاز پس از چند فرآیند متوالی به وضع اولیه‌ی خود بازگردد، یک چرخه را طی کرده است.



چون گاز پس از طی یک چرخه، مجدداً به حالت اولیه‌ی خود می‌رسد، داریم: $\Delta T \propto \Delta U$

$$\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow Q = -W$$

چرخه

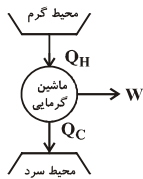
$$Q(\text{چرخه}) = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}, \quad W(\text{چرخه}) = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA}$$

۲۶- سطح داخل چرخه: بیانگر اندازه‌ی کار مبادله شده بین گاز و محیط است.

اگر چرخه ساعتگرد باشد کار انجام شده بر روی گاز منفی است. $W < 0$

اگر چرخه پادساعتگرد باشد کار انجام شده بر روی گاز مثبت است. $W > 0$

۲۷- ماشین گرمایی: وسیله‌ای است که گرما را از منبع گرم گرفته و با تبدیل مقداری از آن به کار، مقداری از گرما را نیز به محیط سردتر پس می‌دهد:



$$Q_H = |Q_C| + |W|$$

پایستگی انرژی

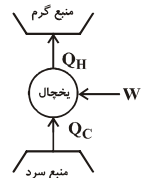
$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

۲۸- یخچال: سیستمی است که با انجام کار، گرما را از منبع سرد گرفته و به منبع گرم منتقل می‌کند

$$|Q_H| = Q_C + W$$

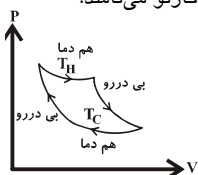
$$K = \frac{Q_C}{W}$$

ضریب عملکرد



۲۹- قضیه کارنو

حد اکثر بازده ممکن را میان ماشین‌های گرمایی ماشین کارنو دارد و چرخه‌ای را که ماشین بر اساس آن کار می‌کند چرخه کارنو می‌نامند.



$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \quad \text{و} \quad \frac{T_C}{T_H} = \frac{Q_C}{Q_H}$$

• اگر دمای چشمه‌ی سرد و گرم را به یک اندازه بالا ببریم، بازده ماشین کارنو کم می‌شود.

۳۰- قانون دوم ترمودینامیک (بیان ماشین گرمایی): بازده ماشین گرمایی به ۱۰۰٪ نمی‌رسد.

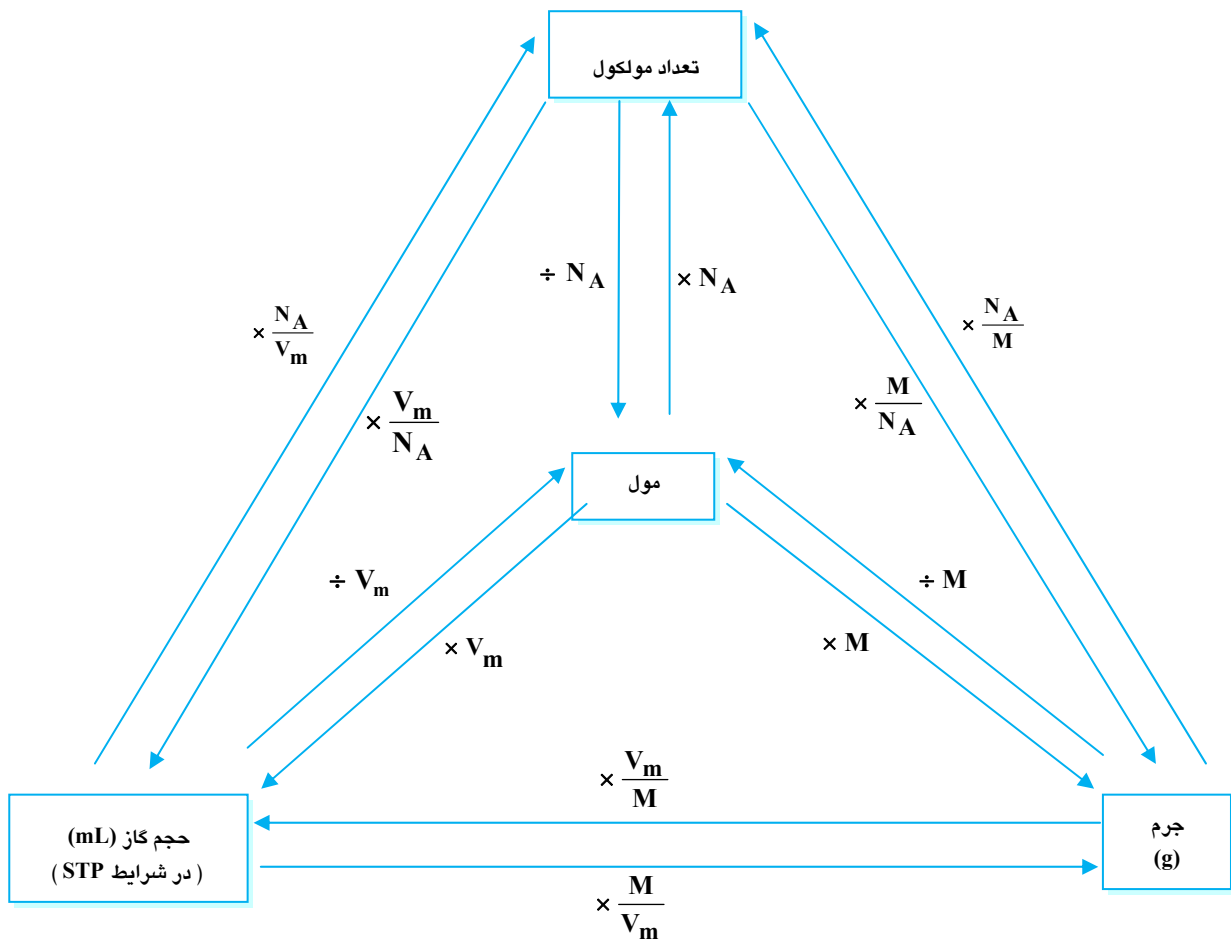
۳۱- قانون دوم ترمودینامیک: (بیان یخچالی) بدون صرف کار انتقال گرما از منبع سرد به منبع گرم، ممکن نیست.

شیمی ۳

۳۲- هرگاه کربنات یک فلز با یک اسید قوی واکنش دهد، یکی از محصولات کربنیک اسید است که به علت ناپایداری بلافاصله تجزیه شده و به H_2O, CO_2 تبدیل می‌شود.

- ۳۳- حالت فیزیکی هر یک از مواد
- (g) به معنی حالت گازی
 - (s) به معنی حالت جامد
 - (l) به معنی حالت مایع
 - (aq) به معنی محلول در آب

نوع واکنش	فرم کلی	تذکرات
تجزیه	$A \longrightarrow B + C + \dots$ تبدیل یک ترکیب به دو یا چند ماده‌ی دیگر	اکثر این واکنش‌ها، گرماگیرند. به جز تعداد محدودی از آن‌ها که گرماده‌اند، از جمله تجزیه‌ی: $C_3H_8(NO_3)_3, (NH_4)_2Cr_2O_7, KClO_3, H_2O_2$
ترکیب	$A + B + \dots \longrightarrow D$ مصرف دو یا چند ماده‌ی مختلف و ایجاد یک ترکیب	- اکثر این واکنش‌ها، گرماده‌اند. - واکنش‌های ترکیب و تجزیه، عکس یکدیگرند. - واکنش‌های بسپارش نیز جزء این واکنش‌ها می‌باشند.
جاب‌جایی یگانه (یا جاب‌جایی ساده)	ترکیب دیگر + عنصر دیگر \longrightarrow ترکیب + عنصر	- در این واکنش‌ها، یک عنصر فلزی جای عنصر فلزی دیگر یا یک عنصر نافلزی جای عنصر نافلزی دیگر در ترکیب آن را می‌گیرد. - گاهی یک عنصر فلزی جایگزین هیدروژن اسیدی در ترکیب آن می‌شود.
جاب‌جایی دوگانه	ترکیب ۴ + ترکیب ۳ \longrightarrow ترکیب ۲ + ترکیب ۱	- در این واکنش‌ها، جای دو عنصر فلزی در ترکیب آن‌ها یا جای دو عنصر نافلزی در ترکیب آن‌ها عوض می‌شود. - گاهی جای عنصر فلزی از یک ترکیب با هیدروژن اسیدی از ترکیب دیگر عوض می‌شود.
سوختن	واکنش یک ماده با O_2 که با تولید نور و شعله (و گاهی صدا) همراه باشد.	- اگر واکنش ماده‌ای با اکسیژن بدون تولید نور و شعله انجام گیرد، آن را واکنش اکسایش در نظر می‌گیرند.





آزمون اول

محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات

۱. در بیست جمله‌ی اول از یک دنباله‌ی عددی، مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جملات

ردیف زوج ۱۵۰ می‌باشد، جمله‌ی اول کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (حسابان - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۲. عبارت $x^6 + 4ax^2 + 2bx + 1$ بر $x^2 - 4$ بخش پذیر است. $a + b$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{15}{8}$ (۲) $-\frac{17}{16}$ (۳) $\frac{17}{16}$ (۴) $\frac{15}{8}$ (حسابان - صفحه‌های ۶ و ۷)

۳. در بسط دو جمله‌ای $(\sqrt[3]{x} - 2)^{12}$ ضریب عددی x^2 کدام است؟

- (۱) $\binom{12}{5} \times (-2)^5$ (۲) $\binom{12}{4} \times 2^4$
 (۳) $\binom{12}{6} \times 2^6$ (۴) $-\binom{12}{6} \times 2^6$ (حسابان - صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴. ب.م.م چند جمله‌ای‌های $(x^3 - 8)^2(x^2 + 2x)$ ، $(x^3 - 8)^2(x^2 + 2x)^2$ ، $(x^3 + 8x)^2(x^2 - 2x)$ و $(x^3 - 4x)^4$ کدام است؟

- (۱) $x^2(x-2)^3(x+2)^2$ (۲) $x^3(x-2)^2(x+2)^3$
 (۳) $x^3(x^2-4)$ (۴) $(x^3-4x)^2$ (حسابان - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۵. اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $4x^2 - 12x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶ (حسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۶. اگر نقطه‌ی ماکزیمم نمودار تابع $y = mx^2 - 2x + m$ بر خط $y + 2 = 0$ واقع باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2} - 1$ (۲) $-\sqrt{2}$
 (۳) $-\sqrt{2} - 1$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (حسابان - صفحه‌های ۱۵ و ۱۹)

۷. معادله‌ی $3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0$ از نظر تعداد جواب‌ها چگونه است؟

- (۱) یک جواب دارد. (۲) دو جواب هم‌علامت دارد.
 (۳) دو جواب با علامت مخالف دارد. (۴) جواب ندارد. (حسابان - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۸. معادله‌ی $|\log_1 x| - |\sin x| = 0$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶ (حسابان - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

۹. مجموع ریشه‌های معادله‌ی $3|x-2| + |x-1| = 4$ برابر است با:

- (۱) ۴ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $-\frac{7}{2}$ (۴) ۰ (حسابان - صفحه‌ی ۳۶)

۱۰. به ازای چند مقدار صحیح x ، تابع $f(x) = \sqrt{8x+3}$ بالاتر از تابع $g(x) = \sqrt{3x}$ قرار می‌گیرد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱ (حسابان - صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

استدلال در هندسه

۱۱. سه پاره خط به طول های $4x - 4$ ، $x + 7$ و $6x$ اضلاع مثلثی هستند، حدود تغییرات x به کدام صورت است؟

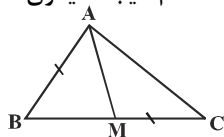
(هندسه ۲ - صفحه ۲۶) $\frac{11}{9} < x < 3$ (۱) $\frac{5}{3} < x < 3$ (۲) $2 < x < 3$ (۳) $\frac{11}{9} < x < 4$ (۴)

۱۲. نقطه ای دلخواه درون مثلثی متساوی الاضلاع در نظر می گیریم. اگر مجموع فواصل این نقطه از سه ضلع مثلث برابر ۶ باشد آنگاه مساحت مثلث کدام است؟

(هندسه ۲ - صفحه ۲۱) $3\sqrt{3}$ (۱) $12\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $8\sqrt{3}$ (۴)

۱۳. در شکل روبه رو نقطه M روی BC طوری قرار دارد که $AB = MC$ است. کدام نتیجه گیری لزوماً درست است؟

(هندسه ۲ - صفحه های ۲۷ تا ۲۹) $AM < AC$ (۲) $AC > BM$ (۱) $AC > MC$ (۴) $AM > AB$ (۳)



۱۴. نیمساز زاویه ای قائمه ی یک مثلث قائم الزاویه، وتر آن را به نسبت ۲ به ۳ تقسیم کرده است. اگر مساحت مثلث ۲۷ واحد مربع باشد، اندازه ی وتر مثلث کدام است؟

(هندسه ۲ - صفحه ۱۳) $2\sqrt{11}$ (۱) $3\sqrt{13}$ (۲) 10 (۳) 12 (۴)

۱۵. در مثلث ABC ، نقطه ی D پای نیمساز داخلی \hat{A} روی ضلع BC است. اگر $\hat{ADB} = 30^\circ$ ، آنگاه بزرگ ترین ضلع مثلث کدام است؟

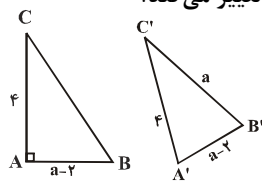
(هندسه ۲ - صفحه های ۱۹ و ۲۰) AB (۱) AC (۲) BC (۳) اظهار نظر قطعی نمی توان کرد.

۱۶. مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$) به مساحت ۲ مفروض است. از نقطه ای روی قاعده ی BC خطوطی موازی ساق ها رسم می کنیم تا متوازی الاضلاعی به محیط ۸ به دست آید. مجموع فواصل این نقطه از دو ساق کدام است؟

(هندسه ۲ - صفحه ۲۱) $\frac{1}{2}$ (۱) 3 (۲) 1 (۳) 2 (۴)

۱۷. در مثلث $A'B'C'$ که زاویه ی A' حاده است، مقدار a در کدام فاصله تغییر می کند؟

(هندسه ۲ - صفحه های ۲۷ و ۲۸) $3 < a < 4$ (۱) $2 < a < 4$ (۲) $2 < a < 5$ (۳) $3 < a < 5$ (۴)



۱۸. مثلث قائم الزاویه ای به طول اضلاع ۱۳، ۱۲، ۵ مفروض است. نیمساز کوچک ترین زاویه، این مثلث را به دو مثلث تقسیم می کند. مساحت مثلث کوچک تر کدام است؟

(هندسه ۲ - صفحه ۱۳) $13/4$ (۱) $14/2$ (۳) $13/6$ (۲) $13/2$ (۴)

۱۹. در یک n ضلعی منتظم، تعداد اقطار ۲۵ تا از تعداد اضلاع بیش تر است. زاویه ی بین دو قطر متوالی گذرنده از هر رأس این n ضلعی کدام است؟

(هندسه ۲ - صفحه های ۹ و ۱۰) 15° (۱) 24° (۲) 18° (۳) 21° (۴)

۲۰. مستطیلی به طول اضلاع ۱ و ۴ مفروض است. از برخورد نیمسازهای زاویه های داخلی این مستطیل یک چهارضلعی پدید می آید. مساحت بخشی از این چهارضلعی که خارج مستطیل قرار می گیرد، کدام است؟

(هندسه ۲ - صفحه ۲۱) 2 (۴) 1 (۳) 4 (۲) 3 (۱)

نگاه به گذشته (هندسه ۲)



آزمون اول

استدلال ریاضی

۲۱. کدام یک از احکام زیر با روش استدلال شهودی قابل درک است؟
 (۱) مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی محدب برابر است با: $180^\circ \times (n-2)$
 (۲) طول هر ضلع مثلث از مجموع طول دو ضلع دیگر کوچکتر است.
 (۳) اگر دو قطر یک چهارضلعی یکدیگر را نصف کنند، آن گاه چهارضلعی متوازی الاضلاع است.
 (۴) در هر مثلث ارتفاعها، همسرند.
 (جبر و احتمال - صفحه‌ی ۱)
۲۲. روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات، کدام نوع استدلال است؟
 (۱) قیاسی (۲) شهودی (۳) استنتاجی (۴) استقرایی
 (جبر و احتمال - صفحه‌ی ۳)
۲۳. کدام عبارت زیر، به ازای هر عدد طبیعی n برقرار است؟
 (۱) $3^n > n!$ (۲) $3^n > n^3$ (۳) $5^n \leq 3^n + 2^n$ (۴) $2^{n+1} \geq 2n^2$
 (جبر و احتمال - صفحه‌های ۵ تا ۱۱)
۲۴. اصل استقرای ریاضی در مورد حکم « $P(n): 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} < \frac{5n}{12}$ » برای اعداد طبیعی $n \geq m$ برقرار است. کوچک‌ترین مقدار طبیعی m کدام است؟
 (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
 (جبر و احتمال - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)
۲۵. در اثبات نامساوی $2 - \frac{1}{n} < 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{n^2}$ ، با روش استقرای ریاضی، کدام نامساوی بدیهی به کار می‌رود؟
 (۱) $K + 2 > K + 1$ (۲) $2K - 1 > K + 1$ (۳) $K^2 + K > K^2 - 1$ (۴) $K^2 + K + 1 > K^2 + K$
 (جبر و احتمال - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)
۲۶. کدام عبارت مثال نقض دارد؟
 (۱) حاصل ضرب هر دو عدد فرد متوالی، عددی فرد است.
 (۲) حاصل تفاضل هر دو عدد فرد، عددی زوج است.
 (۳) حاصل جمع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.
 (۴) حاصل جمع هر عدد اول با یک عدد فرد، عددی فرد است.
 (جبر و احتمال - صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)
۲۷. اگر a و b ، دو عدد حقیقی باشند به طوری که $ab > 0$ ، آن گاه مقدار عدد طبیعی n ، حداکثر کدام باشد تا نامساوی $n \geq (\frac{a}{b} + 1)(\frac{b}{a} + 1)$ ، همواره برقرار باشد؟
 (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶
 (جبر و احتمال - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)
۲۸. کدام قضیه به صورت قضیه‌ی دو شرطی بیان نمی‌شود؟
 (۱) در مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع و میانه یک ضلع برهم منطبق هستند.
 (۲) در مثلث قائم الزاویه عمود منصف اضلاع، بر روی وتر، متقاطع هستند.
 (۳) در مثلث قائم الزاویه یکی از میانه‌ها نصف وتر است.
 (۴) در هر مثلث ضلع مقابل به زاویه‌ی 90° ، بزرگ‌ترین ضلع است.
 (جبر و احتمال - صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)
۲۹. برای آن که در مدرسه‌ای با اطمینان بگوییم که حداقل ۱۲ دانش‌آموز وجود دارند که ماه تولد یکسان دارند، حداقل چند دانش‌آموز در آن مدرسه باید تحصیل کنند؟
 (۱) ۱۰۹ (۲) ۱۲۱ (۳) ۱۳۳ (۴) ۱۴۵
 (جبر و احتمال - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)
۳۰. در جعبه‌ای ۳ گوی قرمز، ۵ گوی سفید، ۷ گوی آبی و ۹ گوی زرد موجود است. حداقل چند گوی خارج کنیم تا مطمئن باشیم دست کم ۶ گوی خارج شده هم‌رنگ باشند؟
 (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰
 (جبر و احتمال - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

ترمودینامیک

۳۱. درون ظرفی به حجم $44/8$ لیتر، 8 گرم هیدروژن و 28 گرم نیتروژن در دمای صفر درجه سلسیوس وجود دارد، فشار مخلوط این دو گاز چند اتمسفر است؟ (جرم مولی هیدروژن $2 \frac{g}{mol}$ و نیتروژن $28 \frac{g}{mol}$ است.)

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳ و ۴)

- ۵ (۱) ۴/۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۹ (۴)

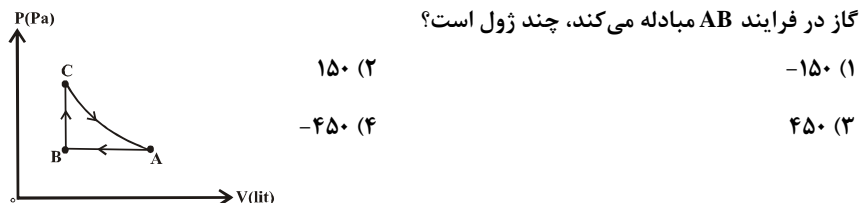
۳۲. مخزنی به حجم 5 لیتر حاوی گاز کامل اکسیژن در فشار $10^5 Pa$ و دمای $27^\circ C$ است. جرم گاز موجود در مخزن چند گرم است؟ ($M_{O_2} = 32 \frac{g}{mol}$ و $R = 8 \frac{J}{mol \cdot K}$)

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳ و ۴)

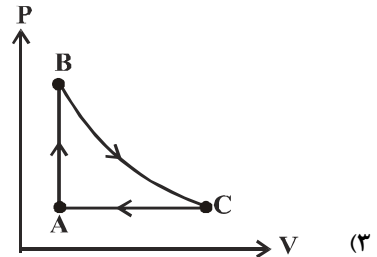
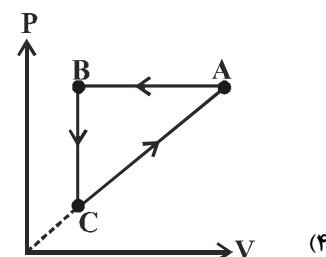
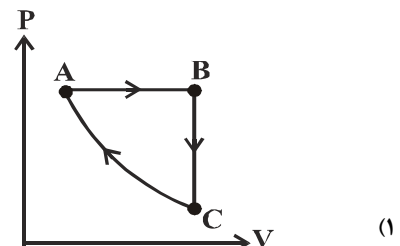
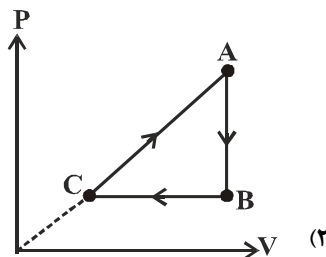
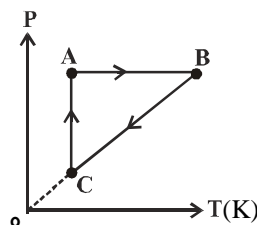
- ۱۰/۳ (۱) ۵/۳ (۲) ۵/۲۴ (۳) ۲۰/۳ (۴)

۳۳. شکل زیر، چرخه‌ای که مقدار معینی گاز کامل طی می‌کند را نشان می‌دهد. اگر فرایند CA بی‌دررو و اندازه‌ی تغییرات انرژی درونی در فرایندهای BC و CA به ترتیب برابر با $200 J$ و $150 J$ و اندازه‌ی کار محیط بر روی گاز در فرایند AB برابر با $100 J$ باشد، گرمایی که گاز در فرایند AB مبادله می‌کند، چند ژول است؟

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۴ تا ۱۹)



۳۴. نمودار P-Tی چرخه‌ای که مقدار معینی از یک گاز کامل آن را طی می‌کند، به صورت زیر است. نمودار P-Vی آن کدام است؟



(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۲ تا ۱۹)



آزمون اول

۳۵. در کدام یک از گزینه‌های زیر، قانون دوم ترمودینامیک نقض شده است؟

(۱) $Q_H = 50\text{J}, Q_C = -40\text{J}, W = -10\text{J}$

(۲) $Q_H = -40\text{J}, Q_C = 20\text{J}, W = 20\text{J}$

(۳) $Q_H = 50\text{J}, Q_C = 0, W = -50\text{J}$

(۴) $Q_H = 40\text{J}, Q_C = -20\text{J}, W = -20\text{J}$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۲۵ تا ۲۶)

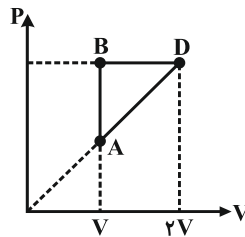
۳۶. اگر یک ماشین گرمایی فرضی کارنو بین بیش‌ترین و کم‌ترین دماهای چرخه‌ی زیر کار کند، بازدهی آن چند درصد خواهد بود؟

(۱) ۲۵

(۲) ۵۰

(۳) ۶۰

(۴) ۷۵



(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۳۷. یک ماشین گرمایی با بازده ۲۵٪، در هر چرخه به اندازه‌ی ۶۰۰ J گرما به محیط سرد می‌دهد. اگر گرمای حاصل از سوخت $5 \times 10^4 \frac{\text{J}}{\text{g}}$ باشد، در هر چرخه چند گرم سوخت مصرف می‌شود؟ (فرض کنید تمام گرمای حاصل از سوخت به ماشین گرمایی داده می‌شود و تمامی فرایندها آرمانی است.)

(۴) ۰/۲

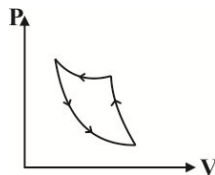
(۳) ۰/۱۶

(۲) ۰/۱۲

(۱) ۰/۰۴

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۳)

۳۸. نمودار P-V (فشار برحسب حجم) چرخه‌ای که دستگاه در یک یخچال فرضی طی می‌کند مانند شکل زیر است. اگر ضریب عملکرد آن ۴ و مساحت داخل چرخه ۳ kJ باشد، این یخچال در هر چرخه چند کیلوژول گرما به محیط می‌دهد؟



(۱) ۳

(۲) ۹

(۳) ۱۲

(۴) ۱۵

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

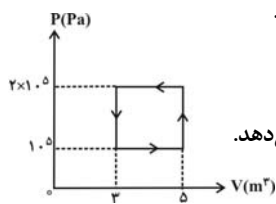
۳۹. با توجه به نمودار زیر، کدام گزینه در رابطه با چرخه صحیح است؟

(۱) ماشین گرمایی است و در هر چرخه $2 \times 10^5 \text{ J}$ کار روی محیط انجام می‌شود.

(۲) یخچال است و در هر چرخه $2 \times 10^5 \text{ J}$ کار روی محیط انجام می‌شود.

(۳) ماشین گرمایی است و در هر چرخه محیط $2 \times 10^5 \text{ J}$ کار روی گاز انجام می‌دهد.

(۴) یخچال است و در هر چرخه محیط $2 \times 10^5 \text{ J}$ کار روی گاز انجام می‌دهد.



(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۸ تا ۳۰)

۴۰. ضریب عملکرد یک یخچال برابر با ۴ است. اگر به‌طور فرضی چرخه‌ی این یخچال برعکس شده و به یک ماشین گرمایی تبدیل شود به‌طوری که در هر چرخه ۶۰۰ J گرما دریافت کند، اندازه‌ی کاری که در هر چرخه انجام خواهد داد برابر با چند ژول است؟

(۲) ۱۴۰

(۱) ۱۶۰

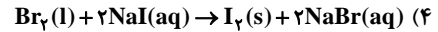
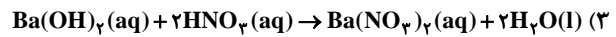
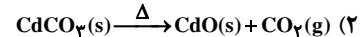
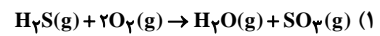
(۴) ۱۰۰

(۳) ۱۲۰

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۸ تا ۳۱)

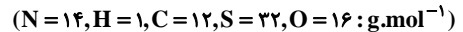
استوکیومتری

۴۱. کدام واکنش، به صورتی که معادله‌ی آن نوشته شده است، انجام نمی‌گیرد؟



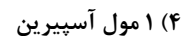
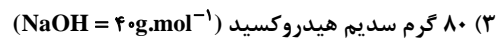
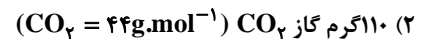
(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

۴۲. درصد جرمی عنصر نیتروژن، در کدام ترکیب زیر بیش تر است؟



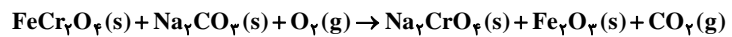
(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۴۳. در کدام گزینه، تعداد اتم‌های بیش تری وجود دارد؟



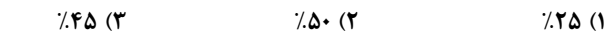
(شیمی ۳ - صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴۴. پس از موازنه‌ی واکنش زیر، چند ماده دارای ضریب استوکیومتری یکسان هستند؟



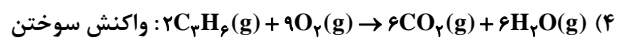
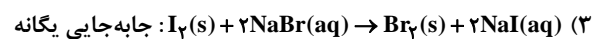
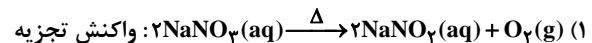
(شیمی ۳ - صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴۵. ۹/۸ گرم پتاسیم کلرات خالص را در یک ظرف سر باز حرارت می‌دهیم تا تجزیه شود. قبل از اتمام واکنش جرم مواد درون ظرف ۷/۸۸ گرم گزارش شده است. در لحظه‌ی گزارش، واکنش چند درصد پیشرفت داشته است؟ ($K = 39, Cl = 35.5, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



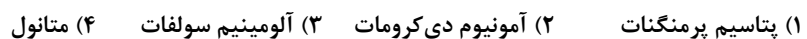
(شیمی ۳ - صفحه‌های ۸ و ۱۸ و ۲۲)

۴۶. در کدام یک از گزینه‌های زیر، واکنش نوشته شده و نوع آن به درستی نشان داده شده است؟



(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴۷. اگر تعداد مول یکسانی از مواد زیر تجزیه شوند، در کدام مورد مقدار گاز کم تری (برحسب مول) تولید خواهد شد؟



(شیمی ۳ - صفحه‌های ۸ و ۹)

۴۸. کدام مطلب نادرست است؟ ($N = 14 g \cdot mol^{-1}$)

(۱) در هر مول آمونیوم هیدروژن فسفات، ۲ مول اتم نیتروژن وجود دارد.

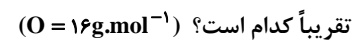
(۲) ۰/۳ مول گاز نیتروژن شامل ۴/۲ گرم از آن است.

(۳) هر مول از یک گونه‌ی شیمیایی، شامل 6.022×10^{23} واحد از آن گونه است.

(۴) جرم مولی عنصرها را می‌توان از روی داده‌های تجربی موجود در جدول تناوبی عنصرها به دست آورد.

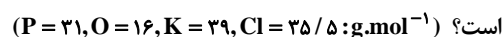
(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۲ و ۱۵)

۴۹. اگر درصد جرمی اکسیژن در ترکیب MO برابر ۲۲/۲۲ درصد باشد، درصد جرمی M در M_2O_3 تقریباً کدام است؟ ($O = 16 g \cdot mol^{-1}$)



(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۵۰. تعداد مول‌های اکسیژن در ۴/۹ گرم $KClO_3$ چند برابر تعداد مول‌های فسفر موجود در ۱۴/۲ گرم P_4O_{10} است؟ ($P = 31, O = 16, K = 39, Cl = 35.5 : g \cdot mol^{-1}$)



(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۸ و ۲۲)

ریاضی ۲

۱- یک دنباله حسابی نامیده می‌شود، هرگاه تفاضل هر جمله از جمله‌ی قبل از آن همواره عددی ثابت باشد. این مقدار ثابت را با d نمایش می‌دهیم. به عبارت دیگر:

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots, a_1 + (n-1)d, \dots$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 جمله اول جمله دوم جمله سوم جمله n ام

که در آن a_1 جمله‌ی اول و d قدر نسبت و n شماره‌ی جمله است.

۲- **واسطه‌ی حسابی بین دو عدد:** در دنباله حسابی هر جمله واسطه‌ی حسابی است بین دو جمله‌ی طرفین، یعنی: $a, b, c \Rightarrow b = \frac{a+c}{2}$

۳- **جمله‌ی عمومی:** جمله‌ی عمومی یک دنباله حسابی عبارتست از: $a_n = a_1 + (n-1)d$

۴- **نکته:** اگر $m - n = p - k \Rightarrow a_m - a_n = a_p - a_k$ و اگر $m + n = p + k \Rightarrow a_m + a_n = a_p + a_k$

۵- **درج چند واسطه حسابی بین دو جمله**

اگر بخواهیم بین دو عدد a و b و n واسطه حسابی قرار دهیم که با آن‌ها تشکیل دنباله عددی بدهند، آن‌گاه قدر نسبت برابر است با: $d = \frac{b-a}{n+1}$

۶- **تعریف:** هرگاه در یک رشته‌ی اعداد، حاصل تقسیم هر جمله به جمله‌ی قبل از آن عددی ثابت باشد، آن رشته را دنباله هندسی می‌نامند. این مقدار ثابت را قدر نسبت (q) می‌نامیم.

$$a_1, a_1q, a_1q^2, \dots, a_1q^{n-1}, \dots$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 جمله اول جمله دوم جمله سوم جمله n ام

تذکر: در یک دنباله هندسی اگر $q > 1$ دنباله صعودی و اگر $0 < q < 1$ دنباله نزولی است.

۷- **واسطه‌ی هندسی بین دو عدد**

تذکر: اگر سه عدد a و b و c سه جمله‌ی متوالی یک دنباله هندسی باشند، آن‌گاه $b^2 = ac$.

۸- **جمله‌ی عمومی**

جمله‌ی عمومی یک دنباله هندسی عبارتست از $a_n = a_1 q^{n-1}$

تذکر: اگر جمله‌ی m ام و n ام از یک دنباله هندسی معلوم باشد، آن‌گاه:

$$\frac{a_m}{a_n} = q^{m-n}$$

۹- **درج چند واسطه هندسی بین دو عدد**

تذکر: اگر بخواهیم بین دو عدد a و b و n واسطه‌ی هندسی قرار دهیم که با این اعداد تشکیل دنباله هندسی بدهند، آن‌گاه قدر نسبت برابر است با:

$$q = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$$

$$\sqrt[n+1]{x} \sqrt[n+1]{x} = x, \quad \sqrt[n]{x} \sqrt[n]{x} = |x|, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt[m]{x} \sqrt[m]{x} = \sqrt[m]{x^2}$$

$$\frac{m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$$

۱۰- به‌طور کلی:

(m یک عدد صحیح و n یک عدد طبیعی بزرگتر از یک و $a > 0$)

هندسه ۱

۱۱- **چند قضیه و تعریف مهم در مورد زاویه‌ها**

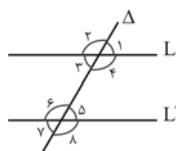
۱ اگر مجموع دو زاویه 90° درجه باشد، آن دو زاویه را متمم گوئیم.

۲ اگر مجموع دو زاویه 180° درجه باشد، آن دو زاویه را مکمل گوئیم.

۳ اگر دو زاویه با هم برابر باشند، متمم‌های آن‌ها با هم و مکمل‌های آن‌ها نیز با هم برابرند.

۴ زاویه‌های متقابل به رأس، در هر دو خط متقاطع با هم برابرند.

۵ اگر یک خط مورب، دو خط موازی را قطع کند، همه‌ی زاویه‌های حاده با هم و همه‌ی زاویه‌های منفرجه با هم برابرند.



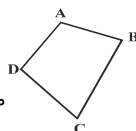
$$\{L \parallel L'\} \Rightarrow \begin{cases} \hat{\alpha} = \hat{\beta} = \hat{\delta} = \hat{\gamma} \\ \hat{\zeta} = \hat{\epsilon} = \hat{\theta} = \hat{\iota} \end{cases}$$

۶ مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° درجه است.

۷ در هر مثلث، هر زاویه‌ی خارجی برابر است با مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیر مجاور به آن.



$$\hat{ACD} = \hat{A} + \hat{B}$$



۸ مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی محدب 360° است.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$$



۱۲- نیمساز زاویه

۱ نیمساز هر زاویه، نیم خطی است که از رأس آن زاویه می‌گذرد و آن زاویه را به دو زاویه مساوی تقسیم می‌کند.
 ۲ نیمسازهای دو زاویه‌ی مجانب (مجاور و مکمل) بر هم عمودند.
نتیجه: نیمساز زاویه‌ی داخلی و خارجی هر رأس مثلث، بر هم عمودند.

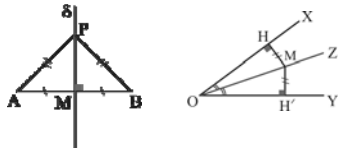
۳ در مثلث ABC، زاویه‌ی منفرجه‌ی بین دو نیمساز داخلی زاویه‌های A و B برابر با $\frac{\hat{C}}{2} + 90^\circ$ است.

۴ در مثلث ABC، زاویه‌ی حاده‌ی بین دو نیمساز خارجی زاویه‌های A و B برابر با $\frac{\hat{C}}{2} - 90^\circ$ است.

۱۳- هم‌نهشتی مثلث‌ها

دو مثلث را هم‌نهشت گوئیم هرگاه دقیقاً برهم منطبق شوند و یکدیگر را بیوشانند. اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند، همه‌ی اجزای نظیر در آن‌ها با هم برابر است.

۱ دو مثلث در حالات تساوی سه ضلع (ض‌ض‌ض)، تساوی دو ضلع و زاویه‌ی بین (ض‌ض‌ز) و تساوی دو زاویه و ضلع بین (ض‌ز‌ض) هم‌نهشت هستند.
 ۲ دو مثلث قائم‌الزاویه علاوه بر حالات فوق در حالات تساوی وتر و یک ضلع زاویه‌ی قائمه و همچنین وتر و یک زاویه‌ی حاده با هم هم‌نهشت هستند.
 مثلث متساوی‌الساقین: مثلثی که دو ضلع برابر داشته باشد، متساوی‌الساقین نامیده می‌شود، هر کدام از دو ضلع مساوی با هم را ساق و ضلع دیگر را قاعده می‌نامیم.



۱ در مثلث متساوی‌الساقین، زاویه‌های روبرو به اضلاع مساوی، با یکدیگر مساویند.
 ۲ عکس قضیه‌ی (۱) نیز صحیح است، یعنی اگر در مثلثی دو زاویه‌ی مساوی وجود داشته باشد، آن مثلث متساوی‌الساقین است (اضلاع روبرو به زاویه‌های مساوی آن با هم برابرند).
 ۳ در مثلث متساوی‌الساقین، نیمساز، ارتفاع و میانه‌ی وارد بر قاعده، بر هم منطبقند.

۱۴- متوازی‌الاضلاع

یک متوازی‌الاضلاع چهارضلعی است که ضلع‌های آن دوجه‌دو با هم موازی هستند، از موازی بودن دوجه‌دو اضلاع، نتیجه می‌شود که در متوازی‌الاضلاع:

- ۱ ضلع‌های روبرو با هم مساویند.
- ۲ زاویه‌های روبرو با هم مساویند.
- ۳ زاویه‌های مجاور با هم مکملند.

۴ قطر‌ها همدیگر را نصف می‌کنند. $OA = OC$ و $OB = OD$

۷ مستطیل: متوازی‌الاضلاعی است که زاویه‌های آن با هم مساوی باشند (هر چهار زاویه ۹۰ درجه هستند).

۸ لوزی: متوازی‌الاضلاعی است که ضلع‌های آن با هم مساوی باشند.

۹ مربع: متوازی‌الاضلاعی که ضلع‌های آن با هم و زاویه‌های آن با هم برابر باشند، با این تعریف، مربع تمام خواص مستطیل و لوزی را دارد.

آمار و مدل‌سازی

۱۵- اندازه‌گیری

اولین اقدام در رسیدن به اطلاعات عددی اندازه‌گیری است.
 خطای اندازه‌گیری همان تفاضل مقدار واقعی و مقدار اندازه‌گیری شده است، بنابراین مقدار واقعی - مقدار اندازه‌گیری شده = مقدار واقعی = خطای اندازه‌گیری
 خطای اندازه‌گیری لزوماً از واحد اندازه‌گیری کمتر است.
 وسایل اندازه‌گیری را همیشه می‌توانند دقیق‌تر کنند ولی هیچ‌گاه دقت به آن اندازه‌ی نخواهد رسید که خطای اندازه‌گیری را صفر کند.
 خطای اندازه‌گیری را معمولاً با E نشان می‌دهند. E ابتدای ERROR به معنای خطا می‌باشد.

۱۶- مدل‌سازی

اگر بتوانیم با مفاهیم ریاضی و یا آمار پدیده‌ها را توضیح دهیم یک مدل‌سازی ریاضی و یا آماری انجام داده‌ایم.
 بیان مسئله به زبان ریاضی را مدل‌سازی ریاضی می‌گوییم.
 در مدل‌سازی از جملاتی که شامل توان دوم یا بالاتر از خطاست صرف‌نظر می‌شود.
 در مدل‌سازی از جملاتی که شامل حاصل‌ضرب دو یا تعداد بیشتری خطاست صرف‌نظر می‌شود، زیرا هر یک از خطاها از واحد کوچک‌ترند پس حاصل‌ضرب آن‌ها خیلی کوچک خواهد بود.

۱۷- جامعه: جامعه آماری مجموعه‌ای از افراد یا اشیا است که درباره‌ی اعضای آن می‌خواهیم موضوع و یا موضوعاتی را مطالعه کنیم. بنابراین

جامعه مجموعه‌ی اشیا است که در یک یا چند موضوع مشترک باشند.
 اگر تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم سرشماری کرده‌ایم. به عنوان مثال وقتی که در بررسی درصد افراد قد بلند در جامعه‌ی مورد بررسی قد تمام افراد را اندازه گرفته و با مشخص کردن تعداد نفرات قد بلند درصد موردنظر را محاسبه می‌کنیم، سرشماری کرده‌ایم.
 تعداد اعضای جامعه در بررسی‌های آماری نقش موثری دارد. اگر جامعه در ارتباط با کاری که می‌خواهیم انجام دهیم کوچک باشد، بیشتر اوقات به صورت سرشماری مطالعه را انجام می‌دهیم.
 تعداد اعضای جامعه را اندازه‌ی جامعه می‌گوییم. اندازه‌ی جامعه ممکن است خیلی بزرگ باشد، در بعضی مواقع حتی ممکن است نامتناهی باشد و یا آن‌قدر بزرگ باشد که ما آن را نامتناهی فرض کنیم.

۱۸- نمونه: نمونه زیرمجموعه‌ای از جامعه‌ی آماری است. این بخش از جامعه با دقت و مطالعه‌ی لازم انتخاب می‌شود و به جای آن‌که تمام اعضای

جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم آن را بررسی می‌کنیم.
 عمل نمونه‌گیری مهم‌ترین بخش آمار را تشکیل می‌دهد.

۱۹- اعداد تصادفی: استفاده از اعداد تصادفی یکی از روش‌های ذکر شده برای دستیابی به نمونه‌ی تصادفی ساده است. در این روش عددی را از بین

مجموعه‌ای از اعداد با اتکا به روش‌های تصادفی انتخاب می‌کنیم.
 روش محاسبه: به هر یک از اعضای جامعه عددی از یک تا اندازه‌ی جامعه را نسبت می‌دهیم. توسط ماشین حساب یک عدد تصادفی تولید می‌کنیم. حاصل‌ضرب عدد تصادفی انتخاب شده توسط ماشین حساب در اندازه‌ی جامعه را به دست می‌آوریم. قسمت اعشاری عدد حاصل را حذف کرده و یک واحد به آن اضافه می‌کنیم. عدد حاصل، یکی از اعدادی است که از بین اعداد یک تا عدد اندازه‌ی جامعه به تصادف انتخاب شده است.

۲۰- داده: نتایج حاصل از اندازه‌گیری و یا بررسی نمونه را داده می‌گوییم.

روش‌های جمع‌آوری داده‌ها عبارتند از:

استفاده از داده‌های از پیش تهیه شده

از طریق پرسش: مستقیماً از اشخاص (شفاهی، مصاحبه)

پرسش‌نامه کتبی:

از طریق مشاهده و ثبت وقایع

از طریق انجام آزمایش

