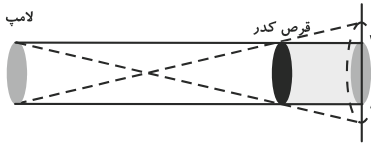


$$\tan 30^\circ = \frac{V}{V'} \rightarrow \frac{\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{V}{V'} \rightarrow V' = \sqrt{3}V$$

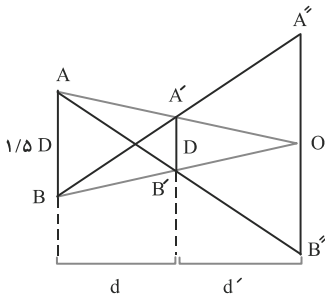
۴- گزینهی «۴»

چون قطر قرص کدر و قطر چشمه‌ی گسترده‌ی نور یکسان است، با جابه‌جا کردن قرص کدر (نزدیک و یا دور کردن از چشمه)، قطر سایه تغییر نمی‌کند (که فقط در گزینه‌ی «۴» چنین است) از طرفی با نزدیک کردن جسم کدر به چشمه‌ی نور، پهنای نیم سایه افزایش می‌یابد.



۵- گزینهی «۱»

به طور کلی اگر چشمه‌ی نور گسترده و جسم کدر از هم دور شوند، الزاماً پهنای نیم‌سایه کاهش می‌یابد.



با توجه به این مطلب که اگر پرده از مخروط تشکیل سایه خارج نشود، سایه از بین می‌رود، با نوشتن تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\triangle OA'B' \sim \triangle OAB \Rightarrow \frac{1/5D}{D} = \frac{d'+d}{d'}$$

$$\Rightarrow 1/5d' = d'+d \Rightarrow d' = 2d$$

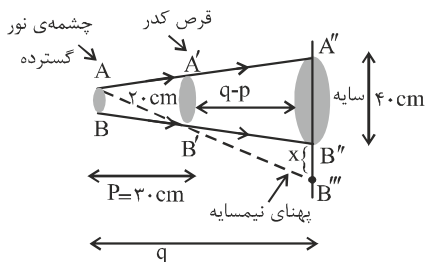
$$\triangle BA'B' \sim \triangle BA'O \Rightarrow \frac{OA''}{D} = \frac{d+d'}{d} \rightarrow d'=2d$$

$$\frac{OA''}{D} = \frac{d+2d}{d} = 3 \Rightarrow OA'' = 3D$$

$$\text{قطر نیم‌سایه } A''B'' = 2OA'' = 2 \times 3D = 6D$$

۷- گزینهی «۲»

با رسم شکل و استفاده از تشابه مثلث‌ها، پهنای نیم‌سایه را محاسبه می‌کنیم.



$$\triangle AA''B''' \sim \triangle AA'B' \rightarrow \frac{40+x}{20} = \frac{q}{20} \rightarrow 40+x = \frac{1}{2}q \quad (1)$$

$$\triangle AB'B \sim \triangle B'B''B'''$$

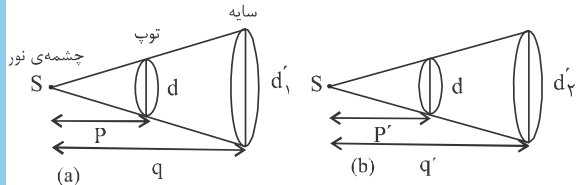
فصل ۱

نور و بازتاب نور

پاسخ‌ها از: سیدعلی میرنوری

۱- گزینهی «۳»

با رسم شکل، دو بار به تحلیل سؤال می‌پردازیم:



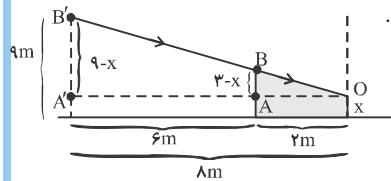
$$\frac{d'_1}{d} = \frac{q}{p} \rightarrow \frac{d'_1=2d}{d} = \frac{q}{p} \rightarrow p=2m \rightarrow q=4m$$

$$\frac{d'_2}{d} = \frac{q'}{p'} \rightarrow \frac{d'_2=2d}{d} = \frac{q'}{p'} = 3 \quad (1)$$

$$q' - p' = q - p = 2m \quad (1), (2) \rightarrow p' = 1m$$

۲- گزینهی «۱»

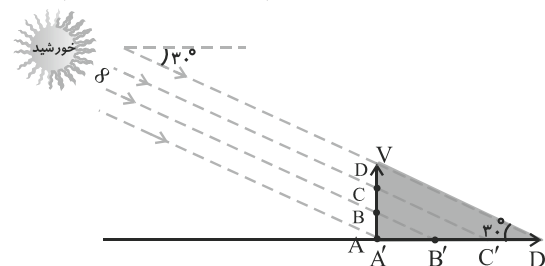
مطابق شکل مسیر پرتوهای را که باعث تشکیل سایه، از میله بر روی پرده می‌شوند رسم کرده و با استفاده از تشابه مثلث‌ها، طول سایه (X) را محاسبه می‌کنیم.



$$\triangle OAB \sim \triangle OA'B' \rightarrow \frac{9-x}{3-x} = \frac{8}{2} \rightarrow x = 1m$$

۳- گزینهی «۲»

در حل چنین مسائلی، جسم در حال حرکت را، همانند یک ذره‌ی مادی در نظر می‌گیریم، لذا حرکت جسم، همانند حرکت این ذره‌ی مادی و حرکت سایه‌ی آن بر روی سطح افقی را به صورت زیر بررسی می‌کنیم. دقت کنید که از طرف خورشید پرتوهای نور به صورت موازی می‌تابند. از این رو هنگامی که جسم از نقاط A، B، C و D می‌گذرد، سایه‌ی آن بر روی زمین از نقاط A'، B'، C' و D' خواهد گذشت. لذا اگر سرعت جسم V باشد سرعت سایه‌ی آن بر روی زمین V' بوده و در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ایجاد شده داریم:

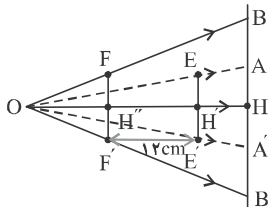


گزینه‌ی ۳ - ۱۱ درصد پاسخ درست (۸٪)

با توجه به شکل زیر اگر رابطه‌ی تشابه را در دو حالت بنویسیم؛ داریم:

$$\triangle OEE' \sim \triangle OAA' \Rightarrow \frac{EE'}{AA'} = \frac{OH'}{OH} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{OH'}{OH} \quad (1)$$

$$\triangle OFF' \sim \triangle OBB' \Rightarrow \frac{FF'}{BB'} = \frac{OH''}{OH} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{OH''}{OH} \quad (2)$$

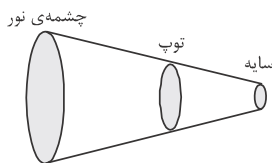


و با توجه به شکل داریم:

$$\overline{OH'} = \overline{OH''} + 12 \quad (3)$$

با حل همزمان معادله‌های (۱)، (۲) و (۳) داریم:

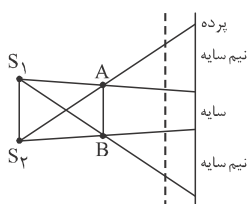
$$\overline{OH'} = 24 \text{ cm}, \overline{OH''} = 12 \text{ cm}, \overline{OH} = 12 \text{ cm}$$



بدیهی است، در حالتی که چشمه‌ی نور گسترده است و توپ کوچک‌تر از چشمه است، سایه‌ی توپ نیز کوچک‌تر از توپ خواهد بود.

در این حالت، با نزدیک کردن چشمه به توپ، سایه‌ی توپ کوچک‌تر از حالت قبل خود می‌شود.

گزینه‌ی ۲ - ۱۲ درصد پاسخ درست (۲۵٪)



در شکل مقابل طرح ساده‌ای از مسأله را رسم کرده‌ایم. توجه کنید که رعایت اندازه‌ی نسبی چشمه و جسم کدر در شکل الزامی است.

ملاحظه می‌شود اگر پرده را از وضعیت اولیه به حالت خط‌چین منتقل کنیم، سایه بزرگ‌تر و نیم‌سایه کوچک‌تر می‌شود.

بدیهی است که اگر پرده را از جسم کدر دور کنیم، نیم‌سایه بزرگ‌تر و سایه کوچک‌تر می‌شود. در حالتی که چشمه را به جسم نزدیک کنیم یا جسم کدر را به چشمه نزدیک‌تر کنیم، سایه کوچک‌تر و نیم‌سایه بزرگ‌تر خواهد شد.

گزینه‌ی ۱ - ۱۳ درصد پاسخ درست (۲۵٪)

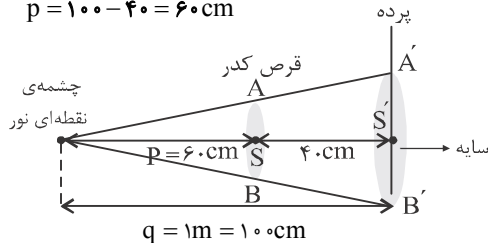
با توجه به شکل زیر و با استفاده از تشابه مثلث‌ها، پهنای نیم‌سایه و قطر سایه را به دست می‌آوریم. دقت کنید وقتی قطر جسم کدر و چشمه‌ی نور گسترده با هم برابر باشد، قطر سایه‌ی بر روی پرده برابر با قطر جسم کدر می‌شود.

$$\rightarrow \frac{x}{4} = \frac{q-30}{30} \rightarrow x = \frac{q-30}{7/5} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} x = 5 \text{ cm}$$

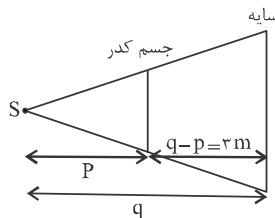
گزینه‌ی ۴ - ۸ درصد پاسخ درست (۱۳٪)

$$p = 100 - 40 = 60 \text{ cm}$$



$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{q}{p}\right)^2 \Rightarrow \frac{\pi r'^2}{36\pi} = \left(\frac{100}{60}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{r'}{6} = \frac{10}{6} \Rightarrow r' = 10 \text{ cm}$$



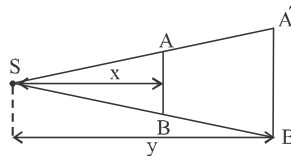
$$\frac{\text{مساحت سایه } s'}{\text{مساحت جسم کدر } s} = \left(\frac{q}{p}\right)^2 \xrightarrow{s'=4s} 4 = \left(\frac{q}{p}\right)^2$$

$$\rightarrow \frac{q}{p} = 2 \xrightarrow{q-p=3m} \begin{cases} p = q - 3 \\ \frac{q}{p} = 2 \end{cases} \rightarrow q = 6m$$

گزینه‌ی ۲ - ۱۰ درصد پاسخ درست (۹٪)

در شکل زیر، طرح ساده‌ای از چشمه‌ی نقطه‌ای نور، قرص کدر و سایه‌ی آن بر روی دیوار کشیده شده است. با توجه به تشابه دو

مثلث $\triangle SAB$ و $\triangle SA'B'$ ، می‌توان نوشت:



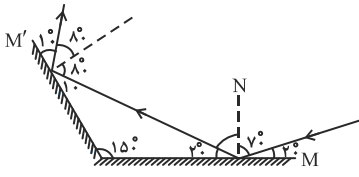
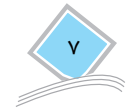
$$\triangle SAB \sim \triangle SA'B' \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{y}{x}$$

$$\begin{cases} \text{حالت اول: } \frac{3AB}{AB} = \frac{y}{d} \Rightarrow y = 3d \\ \text{حالت دوم: } \frac{2AB}{AB} = \frac{y}{x} \Rightarrow x = \frac{y}{2} = \frac{3d}{2} \end{cases}$$

بنابراین برای آن که قطر سایه‌ی قرص کدر از سه برابر به دو برابر قطر

قرص کاهش یابد، باید آن را به اندازه‌ی $d = \frac{3d}{2} - d = \frac{d}{2}$ به دیوار

نزدیک‌تر کرد.



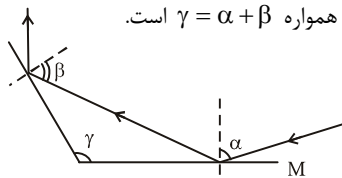
گزینه ۴ - ۱۹

روش اول: پرتوهای تابش و بازتابش را با استفاده از قانونهای بازتابش رسم می‌کنیم.

سپس با توجه به این که مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° است. زاویه‌ی تابش به آینه‌ی M' را محاسبه می‌کنیم.

روش دوم: اگر زاویه‌ی بین دو آینه‌ی تخت γ و زاویه‌های تابش (یا بازتابش) آینه‌ها α و β باشد همواره $\gamma = \alpha + \beta$ است.

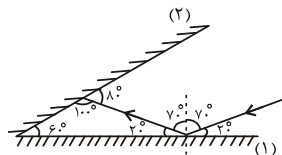
در این جا داریم:



$$\gamma = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \rightarrow 15^\circ = 7^\circ + \hat{\beta} \rightarrow \hat{\beta} = 8^\circ$$

گزینه ۴ - ۲۰

به راحتی با ادامه‌ی پرتو بازتابش از سطح آینه‌ی «۱» می‌توان زاویه‌ی بین پرتو تابش به سطح آینه‌ی «۲» و سطح آینه را به‌دست آورد.



گزینه ۱ - ۲۱

می‌دانیم اگر پرتوی نوری تحت زاویه‌ی تابش θ به دو آینه‌ی تخت که با هم زاویه‌ی θ می‌سازند، بتابد، منطبق بر خودش بازتاب می‌یابد. بنابراین در این سؤال باید $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ باشد تا پرتوی نور روی خودش بازتاب شود.

گزینه ۳ - ۲۲

مجموع زوایای داخلی مثلث ABC برابر 180° است، بنابراین داریم:

$$\hat{\theta} + \hat{\theta} + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{\theta} = 45^\circ$$

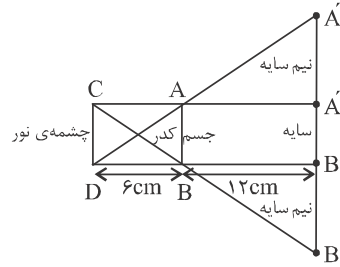
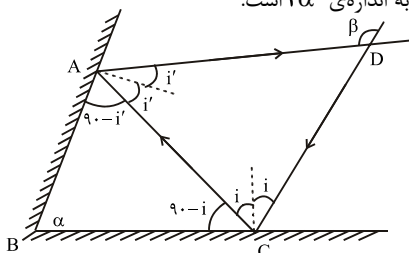
گزینه ۲ - ۲۳

با استفاده از قانونهای بازتاب در آینه‌ها و توجه به این که مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° است داریم:

$$ABC \text{ مثلث } : 90^\circ - i + 90^\circ - i' + \alpha = 180^\circ \rightarrow \alpha = i + i'$$

$$ACD \text{ مثلث } : \beta = 2i + 2i' = 2(i + i') = 2\alpha$$

به‌طور کلی می‌توان گفت: در دو آینه تخت متقاطع که امتداد آن‌ها با هم زاویه حاده‌ی α می‌سازند زاویه‌ی انحراف پرتو بازتاب نهایی نسبت به پرتو تابش اولیه به اندازه‌ی 2α است.



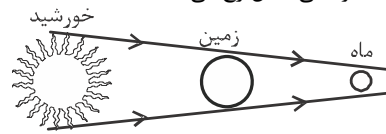
$$\text{قطر سایه} = A'B' = AB = CD = 6 \text{ cm}$$

$$\Delta CDB \sim \Delta BB'B'' \Rightarrow$$

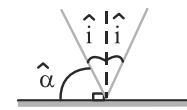
$$\frac{B'B''}{CD} = \frac{B'B}{BD} \Rightarrow \frac{B'B''}{6} = \frac{6}{12} \Rightarrow B'B'' = 3 \text{ cm}$$

گزینه ۱ - ۱۵

هنگامی که ماه گرفتگی رخ می‌دهد، ماه در سایه‌ی زمین قرار می‌گیرد و از دید ناظر واقع بر سطح ماه، خورشید دیده نمی‌شود، از این رو از دید او خورشید گرفتگی کامل رخ می‌دهد.

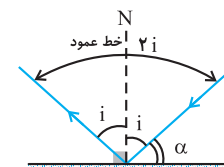


گزینه ۱ - ۱۶



$$\begin{cases} \hat{\alpha} + \hat{i} = 90^\circ \\ \hat{2i} = \frac{1}{4}\hat{\alpha} \end{cases} \Rightarrow \hat{\alpha} + \hat{i} = 90^\circ \Rightarrow \hat{i} = 15^\circ$$

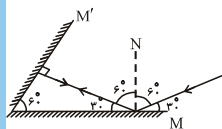
گزینه ۳ - ۱۷



اگر زاویه‌ی تابش را « \hat{i} » بنامیم، زاویه‌ی بین پرتوهای تابش و بازتابش « $2i$ » خواهد بود. لذا با توجه به شکل داریم:

$$\hat{i} + \hat{\alpha} = 90^\circ \rightarrow \begin{cases} \hat{2i} = 4\hat{\alpha} \\ \hat{i} = 2\hat{\alpha} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \hat{\alpha} = 3^\circ \\ \hat{i} = 6^\circ \end{cases}$$

گزینه ۱ - ۱۸



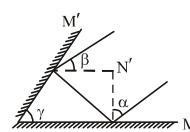
روش اول: با توجه به قانونهای بازتابش، مسیر پرتوهای تابش و بازتابش را رسم می‌کنیم، چون پرتوی تابش بر سطح آینه‌ی M' عمود می‌شود (با توجه به

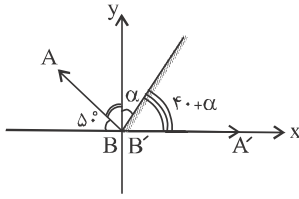
این که جمع زاویه‌های داخلی یک مثلث 180° است) به راحتی می‌توان دریافت که زاویه‌ی تابش به سطح M' برابر صفر است.

روش دوم: اگر زاویه‌ی بین دو آینه « γ » و زاویه‌ی تابش (یا بازتابش) سطح هر یک از آینه‌ها به ترتیب α و β باشد داریم:

$$\hat{\gamma} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}$$

$$\hat{\gamma} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \rightarrow 60^\circ = 60^\circ + \hat{\beta} \rightarrow \hat{\beta} = 0^\circ$$





۳۰- گزینهی «۱»

زاویه‌ی بین امتداد جسم و آینه، برابر زاویه‌ی بین امتداد تصویر و آینه است. با توجه به شکل داریم:

$$50^\circ + 40^\circ + \alpha + 40^\circ + \alpha = 180^\circ \rightarrow \alpha = 25^\circ$$

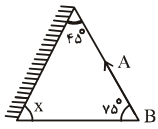
۳۱- گزینهی «۴»

تصویر در آینه‌ی تخت وارونی جانبی دارد و مجموع زمانی که ساعت در آینه نشان می‌دهد و زمانی که ساعت واقعاً آن را نشان می‌دهد برابر ۱۲ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$4:50' + x : y' = 12:00' \Rightarrow y = 10', x = 7$$

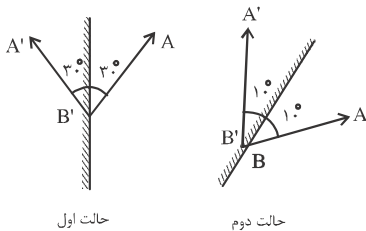
بنابراین اگر مستقیماً به ساعت نگاه کنیم، ساعت ۷ و ۱۰ دقیقه خواهد بود.

۳۲- گزینهی «۳»



اگر AB با سطح آینه زاویه‌ی ۴۵° بسازد در این صورت تصویرش بر AB عمود می‌شود.

در این حالت زاویه‌ی آینه با سطح افقی برابر با $\hat{X} = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$ و با امتداد قائم زاویه‌ی $\hat{\alpha}' = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ می‌باشد. این زاویه پس از دوران آینه به اندازه‌ی ۱۰° ایجاد شده پس زاویه‌ی اولیه‌ی آینه با امتداد قائم برابر است با: $\hat{\alpha} = 30^\circ - 10^\circ = 20^\circ$



۳۳- گزینهی «۲»

مطابق شکل با امتداد جسم و آینه، زاویه‌ی بین جسم و آینه را یافته و به صورت زیر عمل می‌کنیم:

همان طور که می‌بینید، تصویر در جهت دوران آینه چرخیده است

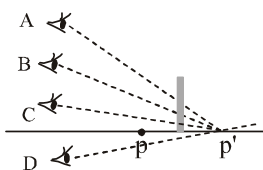
$$2 \times 10^\circ = 20^\circ \text{ زاویه‌ی بین جسم و تصویر}$$

$$40^\circ = (2 \times 30^\circ) - (2 \times 10^\circ) = \text{مقدار دوران تصویر}$$

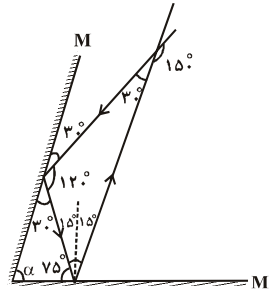
۳۴- گزینهی «۳»

وقتی جسم ۲۰ سانتی‌متر از آینه دور شود، تصویرش نیز ۲۰cm نسبت به محل اولش از آینه دور می‌شود. برای جبران این ۲۰cm، لازم است آینه را به اندازه‌ی ۱۰cm به جسم نزدیک کنیم، زیرا آینه به هر میزان که جابه‌جا شود، تصویر به اندازه‌ی دو برابر آن و در جهت آینه جابه‌جا خواهد شد.

۳۵- گزینهی «۴»



تصویر P همان P' است که در پشت آینه تشکیل می‌شود و در میدان دید بیننده‌ی D قرار ندارد و برای او در آینه، قابل رؤیت نیست.



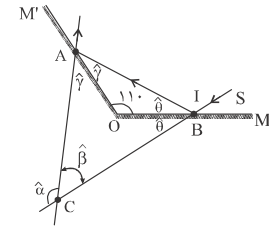
۲۴- گزینهی «۳»

در شکل مقابل زاویه‌های نامعلوم مشخص شده‌اند که با توجه به برابری زاویه‌ی تابش و بازتاب و این‌که مجموع زوایای داخلی هر مثلثی ۱۸۰° است، می‌توان نوشت:

$$\hat{\alpha} + 75^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = 75^\circ$$

۲۵- گزینهی «۴»

مجموع زوایای داخلی هر مثلثی برابر ۱۸۰° است، بنابراین داریم:

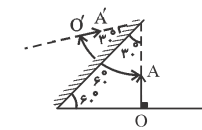


$$AOB : \hat{\gamma} + 110^\circ + \hat{\theta} = 180^\circ$$

$$\hat{\gamma} + \hat{\theta} = 70^\circ \rightarrow 2\hat{\gamma} + 2\hat{\theta} = 140^\circ \rightarrow \hat{\alpha} = 2\hat{\gamma} + 2\hat{\theta} \rightarrow \hat{\alpha} = 140^\circ$$

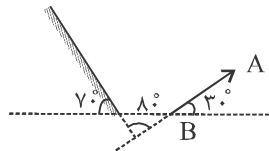
۲۶- گزینهی «۲»

زاویه‌ی بین امتداد جسم و امتداد تصویرش در یک آینه‌ی تخت، دو برابر زاویه‌ی بین امتداد جسم و امتداد آینه است. با توجه به شکل،



زاویه‌ی بین امتداد جسم و آینه ۳۰° است، لذا زاویه‌ی بین امتداد جسم و امتداد تصویرش ۶۰° خواهد بود.

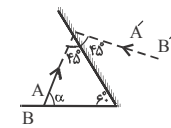
۲۷- گزینهی «۳»



زاویه‌ی بین امتداد جسم و تصویرش، دو برابر زاویه‌ی بین امتداد جسم و آینه است، لذا داریم:

$$160^\circ = 2 \times 80^\circ = \text{زاویه‌ی بین امتداد جسم و تصویرش}$$

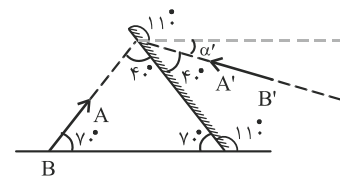
۲۸- گزینهی «۴»



اگر راستای تصویر بر راستای جسم عمود باشد، راستای جسم با آینه زاویه‌ی ۴۵° می‌سازد، لذا داریم:

$$\alpha + 45^\circ + 60^\circ = 180^\circ \rightarrow \alpha = 75^\circ$$

۲۹- گزینهی «۱»



با توجه به زاویه‌ی بین جسم و آینه (α) زاویه‌ی بین تصویر و سطح افقی را تعیین می‌کنیم:

$$\hat{\alpha} = 180^\circ - 70^\circ \times 2 = 40^\circ$$

$$\hat{\alpha}' = 180^\circ - (110^\circ + \alpha) \rightarrow \hat{\alpha}' = 40^\circ \rightarrow \hat{\alpha}' = 30^\circ$$

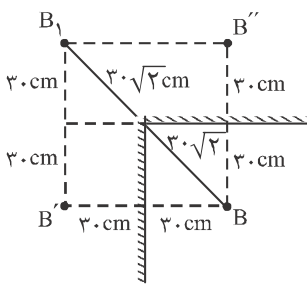
درصد پاسخ درست (۳۰٪)

گزینه‌ی «۴» -۴۰

طبق ویژگی‌های آینه‌ی تخت، تصویر و جسم نسبت به آینه تقارن دارند. اگر راستای تصویر بر راستای جسم عمود شود، باید زاویه‌ی بین راستای هر کدام و سطح آینه برابر با 45° باشد. در این صورت باید سطح آینه با افق زاویه‌ای برابر $95^\circ = (45^\circ + 40^\circ) - 180^\circ$ بسازد.

این زاویه ابتدا برابر با 60° است، پس باید آینه $25^\circ = 60^\circ - 95^\circ$ در خلاف جهت عقربه‌های ساعت بچرخد.

گزینه‌ی «۲» -۴۱



با توجه به شکل تصاویر ایجاد شده را می‌یابیم. با توجه به این‌که فاصله‌ی B تا هر یک از آینه‌ها 30cm است. فاصله‌ی B' و B'' نیز از آینه‌های مقابل آن 30cm می‌باشد.

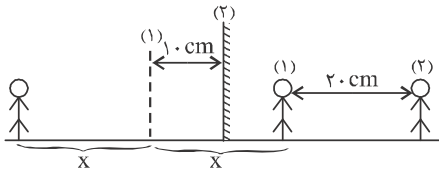
حال اگر دورترین تصویر از B را با B_1 نمایش دهیم، فاصله‌ی BB_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$BB_1 = 30\sqrt{2} + 30\sqrt{2} = 60\sqrt{2}\text{cm}$$

درصد پاسخ درست (۳۰٪)

گزینه‌ی «۴» -۴۲

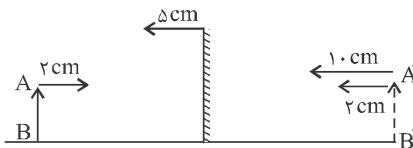
می‌دانیم که فاصله‌ی جسم تا آینه‌ی تخت همواره برابر با فاصله‌ی تصویر تا آینه می‌باشد. بنابراین در صورتی که شخص ثابت بماند، اگر آینه 10cm از شخص دور شود، تصویر شخص به اندازه‌ی $20\text{cm} = 2 \times 10$ از او دور می‌شود. دقت کنید، جهت حرکت تصویر با جهت حرکت آینه یکسان است.



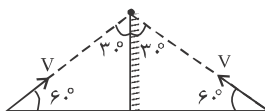
درصد پاسخ درست (۳۱٪)

گزینه‌ی «۱» -۴۳

اگر جسم 2cm به طرف راست حرکت کند، با توجه به برابر فاصله‌ی جسم و تصویر از آینه، تصویر 2cm به طرف چپ جابه‌جا می‌شود و اگر آینه 5cm به طرف چپ برود، تصویر آن $2 \times 5 = 10\text{cm}$ به طرف چپ می‌رود در نتیجه جسم در مجموع 12cm به طرف چپ جابه‌جا می‌شود.



گزینه‌ی «۲» -۴۴



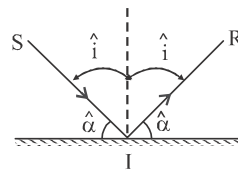
در این‌جا سرعت تصویر نیز V است و امتداد حرکت تصویر با سطح آینه زاویه‌ی 30° می‌سازد.

گزینه‌ی «۳» -۳۶

به‌طور کلی اگر تصویر جسم، کل طول آینه را پر کند، طول آینه نصف طول جسم خواهد بود. در این‌جا چون طول جسم (قسمتی از بدن شخص) یک متر است، طول آینه نیم متر خواهد بود.

درصد پاسخ درست (۱۴٪)

گزینه‌ی «۳» -۳۷



با توجه به شکل مقابل و با توجه به این‌که زاویه‌ی بین پرتوهای تابش و بازتاب برابر $2\hat{i}$ است، ابتدا زاویه‌ی تابش (\hat{i}) را حساب می‌کنیم.

$$\hat{\alpha} = 2 / 5(2\hat{i}) \Rightarrow \hat{\alpha} = 5\hat{i}$$

$$\hat{i} + \hat{\alpha} = 90^\circ \Rightarrow \hat{i} + 5\hat{i} = 90^\circ \Rightarrow 6\hat{i} = 90^\circ \Rightarrow \hat{i} = 15^\circ$$

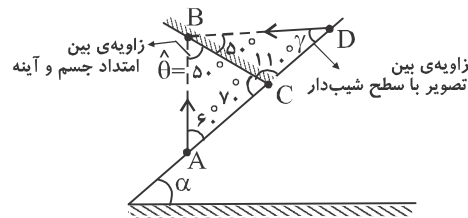
وقتی زاویه‌ی تابش را 35° درجه افزایش دهیم، در حالت جدید زاویه‌ی تابش برابر با $50^\circ = 15^\circ + 35^\circ = \hat{i}'$ می‌شود، در نتیجه در این حالت زاویه‌ی بین پرتوی تابش و بازتاب برابر است با:

$$2\hat{i}' = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$$

درصد پاسخ درست (۱۴٪)

گزینه‌ی «۲» -۳۸

برای یافتن زاویه‌ی بین امتداد جسم و امتداد آینه هر دو را امتداد می‌دهیم تا یک‌دیگر را قطع کنند شکل حاصل مثلثی خواهد بود که زوایای داخل آن باید دارای مجموع 180° باشند. از طرفی می‌دانیم زاویه‌ی جسم با آینه‌ی تخت می‌سازد، برابر است با زاویه‌ای که تصویر با آینه می‌سازد. آن‌گاه تصویر را امتداد می‌دهیم تا سطح شیب‌دار را قطع کند و مجدداً زاویه‌ی آن را به‌دست می‌آوریم:



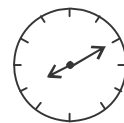
$$\Delta ABC: 60^\circ + 70^\circ + \hat{\theta} = 180^\circ \Rightarrow \hat{\theta} = 50^\circ$$

$$\Delta CBD: 50^\circ + 110^\circ + \hat{\gamma} = 180^\circ \Rightarrow \hat{\gamma} = 20^\circ$$

درصد پاسخ درست (۵۰٪)

گزینه‌ی «۲» -۳۹

در آینه‌های تخت تصویر نسبت به محور قائم قرینه می‌شود که به این خاصیت وارونی جانبی می‌گویند. اگر به‌طور مستقیم به ساعت نگاه کنیم، شکل روبه‌رو را می‌بینیم که در این حالت ساعت $8:10'$ است.



توجه کنید که در ساعت عقربه‌ای، مجموع زمانی که در آینه نشان داده می‌شود و زمانی که مستقیماً از روی ساعت خوانده می‌شود، برابر با 12 می‌باشد. (مگر آن که ساعت 12 باشد!)

۵۰- گزینهی «۳»

هنگامی که جابه‌جایی تصویر کوچک‌تر از جابه‌جایی جسم باشد، بزرگی تصویر نیز کوچک‌تر از جسم بوده، از این‌رو همواره $p > q$ خواهد بود، یعنی اگر جسم در فاصله‌های دورتر از مرکز آینه جابه‌جا شود، تصویرش همواره کوچک‌تر از جسم، لذا جابه‌جایی و سرعت تصویر کوچک‌تر از جابه‌جایی و سرعت جسم خواهد بود.

۵۱- گزینهی «۲»

با توجه به شکل داده شده در سؤال، چون تصویر نسبت به جسم مستقیم است، تصویر مجازی است و برای تعیین شعاع آینه داریم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad \frac{p=10\text{cm}}{q=-20\text{cm}} \rightarrow \frac{1}{10} - \frac{1}{20} = \frac{1}{f} \rightarrow f = 20\text{cm}$$

$$r=2f \rightarrow r = 2 \times 20 \rightarrow r = 40\text{cm}$$

۵۲- گزینهی «۲»

چون جسم در فاصله‌ی کانونی آینه قرار گرفته ($p < f$)، تصویری مجازی تشکیل می‌شود. برای تعیین فاصله‌ی تصویر از آینه داریم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad \frac{p=8\text{cm}}{f=12\text{cm}} \rightarrow \frac{1}{8} + \frac{1}{q} = \frac{1}{12} \rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{12} - \frac{1}{8}$$

$$\rightarrow q = -24\text{cm}$$

(توجه علامت منفی این است که تصویر مجازی است)

۵۳- گزینهی «۳»

چون تصویر بر روی دیوار تشکیل شده، فاصله‌ی بین دیوار و آینه برابر q است و نوع تصویر حقیقی است، لذا داریم:

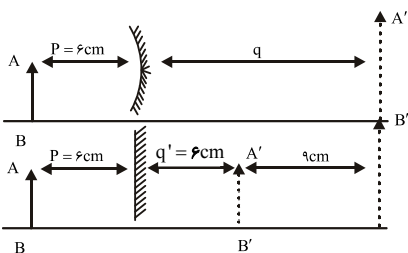
$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p} \quad \frac{m=5}{q=15\text{m}} \rightarrow \frac{5}{15} = \frac{15}{p} \rightarrow p = 3\text{m}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{15} = \frac{1}{f} \rightarrow f = \frac{15}{6}\text{m} \quad r=2f \rightarrow$$

$$r = 2 \times \frac{15}{6} \rightarrow r = 5\text{m}$$

۵۴- گزینهی «۴»

با رسم شکل در هر دو حالت داریم:



با توجه به شکل، بدیهی است که $q = 6 + 9 = 15\text{cm}$ است. حال داریم:

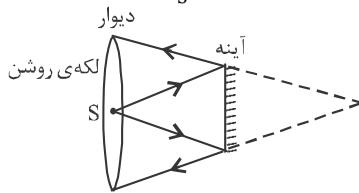
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad \frac{p=6\text{cm}}{q=15\text{cm}} \rightarrow \frac{1}{6} + \frac{1}{15} = \frac{1}{f}$$

$$\rightarrow f = 10\text{cm} \quad r=2f \rightarrow r = 20\text{cm}$$

حال برای تعیین سرعت انتقال تصویر نسبت به شیء (V') داریم:

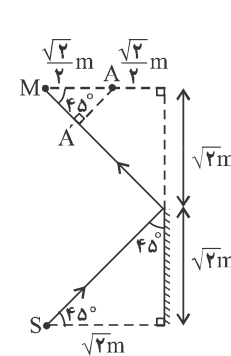
$$V' = 2V \cos 60^\circ \rightarrow \frac{\cos 60^\circ = \frac{1}{2}}{2} \rightarrow V' = 2V \times \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow V' = V = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۴۵- گزینهی «۴»
همواره قطر لکه‌ی روشن دو برابر قطر آینه است.

۴۶- گزینهی «۲» درصد پاسخ درست (%)



۴۶- گزینهی «۲» با توجه به شکل زیر، اگر ناظر A در راستای پرتوی بازتاب از انتهای آینه قرار گیرد، می‌تواند نقطه‌ی نورانی S را ببیند، اما برای این که حداقل جابه‌جایی را داشته باشد، کوتاه‌ترین فاصله از نقطه‌ی A تا راستای پرتوی بازتاب، طی مسیری در راستای عمود بر پرتوی بازتاب است (مسیر AA'). لذا داریم:

$$\overline{AA'} = \overline{A'M}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\overline{A'M}}{\overline{AM}} \rightarrow \overline{A'M} = \overline{AM} \cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow \overline{A'M} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{4} \Rightarrow \overline{AA'} = \overline{A'M} = \frac{1}{2}\text{m}$$

۴۷- گزینهی «۱»

چون می‌خواهیم تصویر کوچک‌تر از جسم باشد، الزاماً تصویر حقیقی بوده و فاصله‌ی تصویر از آینه کمتر از فاصله‌ی جسم تا آینه بوده یعنی تصویر، جلوی جسم و بین جسم و آینه خواهد بود لذا $P > 2f$ است.

۴۸- گزینهی «۴»

هنگامی که جسم در فاصله‌ی کانونی آینه‌ی مقعر قرار گیرد، تصویر مجازی‌اش، بزرگ‌تر از جسم و در پشت آینه تشکیل می‌شود. از طرفی می‌دانیم که در آینه‌ها، جسم و تصویرش در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، لذا اگر در اینجا جسم با سرعت V در فاصله‌ی کانونی به آینه نزدیک شود، تصویر مجازی‌اش با سرعت متوسطی بزرگ‌تر از V به آینه نزدیک می‌شود.

۴۹- گزینهی «۴»

منظور از تصویر وارونه آن است که تصویر حقیقی است و بنابراین محدوده‌ی مورد نظر نباید در فاصله‌ی کانونی آینه باشد. از طرف دیگر هر چه به طرف مرکز آینه پیش رویم، فاصله‌ی جسم و تصویر حقیقی کاهش می‌یابد، بنابراین جسم باید به مرکز نزدیک شود و محدوده‌ی مورد نظر شامل فاصله‌ی کانونی نباشد که تنها در گزینه‌ی «۴» این چنین است.

-۵۵ گزینهی «۲»

روش اول: در این جا رابطه‌ی بین p و f داده شده، لذا برای تعیین بزرگنمایی آینه به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$m = \frac{f}{p-f} \xrightarrow{p=3f} m = \frac{f}{3f-f} \rightarrow m = \frac{1}{2}$$

روش دوم: اگر نسبت $\frac{P}{f}$ را n بنامیم، آن‌گاه بزرگنمایی آینه‌ی کروی مقعر به صورت زیر است:

$$m = \frac{1}{n-1} \xrightarrow{n=\frac{p}{f}=3} m = \frac{1}{3-1} \rightarrow m = \frac{1}{2}$$

-۵۶ گزینهی «۴»

در این جا فاصله‌ی جسم تا کانون آینه داده شده، لذا از رابطه‌های نیوتون در آینه‌های کروی به صورت زیر استفاده می‌کنیم. (a فاصله‌ی جسم از کانون است.)

$$f = ma \xrightarrow{m=2, a=30\text{cm}} f = 2 \times 30 = 60\text{cm}$$

$$\xrightarrow{r=2f} r = 120\text{cm}$$

-۵۷ گزینهی «۴»

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p} = 2 \Rightarrow q = 2p$$

چون آینه مقعر و تصویر بزرگ‌تر از جسم است، بنابراین تصویر می‌تواند حقیقی یا مجازی باشد. داریم:

$$\Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{2p} = \frac{1}{f}$$

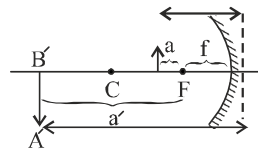
$$\Rightarrow \frac{3}{2p} = \frac{1}{f} \Rightarrow p = \frac{3}{2}f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{2p} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2p} = \frac{1}{f} \Rightarrow p = \frac{1}{2}f$$

-۵۸ گزینهی «۱»

اگر فاصله جسم تا کانون را a و فاصله‌ی تصویر تا کانون را a' در نظر بگیریم، با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} a = p - f \rightarrow p = a + f \\ a' = q - f \rightarrow q = a' + f \end{cases}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{a+f} + \frac{1}{a'+f} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{a+a'+2f}{(a+f)(a'+f)} = \frac{1}{f} \rightarrow$$

$$af + a'f + 2f^2 = aa' + af + a'f + f^2 \rightarrow aa' = f^2$$

-۵۹ گزینهی «۱»

چون تصویر روی پرده تشکیل شده است، حقیقی است و تصویر حقیقی و بزرگ‌تر از جسم در آینه‌ی مقعر ایجاد می‌شود، بنابراین داریم:

$$m = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow m = \frac{4}{2} = 2, m = \frac{q}{p} \Rightarrow q = 2p$$

$$q - p = 30\text{cm} \Rightarrow 2p - p = 30\text{cm}$$

$$\Rightarrow q = 60\text{cm}, p = 30\text{cm}$$

-۶۰ گزینهی «۱»

چون در آینه‌ی مقعر جسم و تصویر در طرفین آینه قرار دارند پس تصویر حتماً مجازی است و تصویر مجازی در آینه‌ی مقعر حتماً بزرگ‌تر از جسم است، پس فقط گزینهی «۱» صحیح است و نیازی به حل مسأله نیست.

-۶۱ گزینهی «۳»

برای حل این تست دو حالت را می‌توان در نظر گرفت:
۱- تصویر حقیقی است. در آینه‌ها فاصله‌ی جسم از تصویر حقیقی‌اش برابر $|p-q|$ می‌باشد، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} m = \frac{q}{p} \rightarrow q = 5p \\ |p-q| = 96 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p = 24 \\ q = 120 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\rightarrow \frac{1}{24} + \frac{1}{120} = \frac{1}{f} \rightarrow f = 20 \rightarrow r = 40\text{cm}$$

۲- تصویر مجازی است. در آینه‌ها فاصله‌ی جسم از تصویر مجازی آن برابر است با $p+q$ ، برای تعیین شعاع داریم:

$$\begin{cases} m = \frac{q}{p} \rightarrow q = 5p \\ |p+q| = 96 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p = 16 \\ q = 80 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\rightarrow \frac{1}{16} - \frac{1}{80} = \frac{1}{f} \rightarrow f = 20 \rightarrow r = 40\text{cm}$$

می‌بینیم جواب در هر دو حالت یکسان است.

-۶۲ گزینهی «۱»

رابطه‌ی بین بزرگنمایی، فاصله‌ی جسم تا تصویر و فاصله‌ی کانونی به صورت مقابل است:

$$f = \frac{md}{|m^2-1|} \xrightarrow{m=\frac{1}{2}, d=15\text{cm}} f = \frac{\frac{1}{2} \times 15}{|\frac{1}{4}-1|} = 10\text{cm}$$

-۶۳ گزینهی «۳»

تصویر حقیقی در همان طرف جسم تشکیل شده لذا فاصله‌ی تصویر

$$\text{از جسم (D) به صورت زیر است: } m = \frac{q}{p} = \frac{1}{2} \Rightarrow p = 2q$$

$$D = p - q = 30\text{cm} \Rightarrow 2q - q = 30\text{cm}$$

$$\Rightarrow q = 30\text{cm}, p = 60\text{cm}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{60} + \frac{1}{30} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow f = 20\text{cm} \Rightarrow r = 2f = 40\text{cm}$$

از $m_2 = \frac{4}{3}$ است و تصویر مجازی در فاصله $q_1 = f$ و $q_2 = \frac{f}{3}$ از آینه قرار دارد و بنابراین تصویر به اندازه $\frac{2f}{3}$ به آینه نزدیک شده است.

۶۷- گزینهی «۲»

در هر بار، فاصله جسم تا آینه را برحسب فاصله کانونی آینه تعیین کرده، سپس با استفاده از معلوم بودن جابه‌جایی جسم بین دو وضعیت، فاصله کانونی را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم. (در هر دو حالت تصویر حقیقی است.)
روش اول:

$$\begin{cases} m_1 = \frac{q_1}{p_1} \xrightarrow{m_1=3} 3 = \frac{q_1}{p_1} \rightarrow q_1 = 3p_1 \\ \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} \xrightarrow{q_1=3p_1} \frac{1}{p_1} + \frac{1}{3p_1} = \frac{1}{f} \\ \rightarrow \frac{4}{3p_1} = \frac{1}{f} \rightarrow p_1 = \frac{4}{3}f \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_2 = \frac{q_2}{p_2} \xrightarrow{m_2=\frac{1}{2}, m_1=\frac{3}{2}} \frac{3}{2} = \frac{q_2}{p_2} \rightarrow q_2 = \frac{3}{2}p_2 \\ \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f} \xrightarrow{q_2=\frac{3}{2}p_2} \frac{1}{p_2} + \frac{1}{\frac{3}{2}p_2} = \frac{1}{f} \\ \rightarrow \frac{5}{3p_2} = \frac{1}{f} \rightarrow p_2 = \frac{5}{3}f \end{cases}$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 \xrightarrow{p_2=\frac{5}{3}f, p_1=\frac{4}{3}f} \Delta p = \frac{5}{3}f - \frac{4}{3}f \xrightarrow{\Delta p=5\text{cm}}$$

$$\Delta = \frac{1}{3}f \rightarrow f = 15\text{cm}$$

روش دوم:

$$m_1 = \frac{f}{p_1 - f} \xrightarrow{m_1=3} 3 = \frac{f}{p_1 - f} \rightarrow p_1 - f = \frac{1}{3}f$$

$$\rightarrow p_1 = \frac{4}{3}f$$

$$m_2 = \frac{f}{p_2 - f} \xrightarrow{m_2=\frac{2}{3}} \frac{2}{3} = \frac{f}{p_2 - f} \rightarrow p_2 - f = \frac{3}{2}f$$

$$\rightarrow p_2 = \frac{5}{2}f$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 \xrightarrow{p_2=\frac{5}{2}f, p_1=\frac{4}{3}f} \Delta p = \frac{5}{2}f - \frac{4}{3}f \xrightarrow{\Delta p=5\text{cm}}$$

$$\Delta = \frac{1}{3}f \rightarrow f = 15\text{cm}$$

۶۴- گزینهی «۱»

با توجه به بزرگ‌نمایی در هر حالت، فاصله جسم را بر حسب فاصله کانونی تعیین می‌کنیم:

$$m = \frac{f}{p-f} \xrightarrow{m_1=2} 2 = \frac{f}{p_1-f}$$

$$\rightarrow 2p_1 = 3f \rightarrow p_1 = \frac{3f}{2}$$

$$m = \frac{f}{p-f} \xrightarrow{m_2=\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = \frac{f}{p_2-f} \rightarrow p_2 = 3f$$

تغییر فاصله جسم از آینه (Δp) برابر است با:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = 3f - \frac{3f}{2} = \frac{3}{2}f$$

روش دوم:

$$\Delta p = \left| \frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2} \right| f \xrightarrow{m_1=2, m_2=\frac{1}{2}} \Delta p = \left| \frac{1}{2} - 2 \right| f$$

$$\rightarrow \Delta p = \frac{3}{2}f$$

۶۵- گزینهی «۲»

روش اول: هرگاه فاصله یک جسم تا آینهی مقعر، n برابر فاصله

کانونی باشد، بزرگ‌نمایی از رابطه $M = \frac{1}{n-1}$ به دست می‌آید.

$$m_1 = \frac{1}{3} = \frac{1}{n-1} \rightarrow n = 4 \rightarrow P_1 = 4f$$

$$m_2 = \frac{2}{3} = \frac{1}{n-1} \rightarrow n = \frac{5}{2} \rightarrow P_2 = \frac{5}{2}f$$

$$\Rightarrow \Delta P = 4f - \frac{5}{2}f = \frac{3}{2}f = 15 \Rightarrow f = 10\text{cm}$$

$$m_1 = \frac{f}{P_1 - f} = \frac{1}{3} \Rightarrow P_1 = 4f$$

$$m_2 = \frac{f}{P_2 - f} = \frac{2}{3} \Rightarrow P_2 = \frac{5}{2}f$$

$$\Rightarrow \Delta P = 4f - \frac{5}{2}f = \frac{3}{2}f = 15 \rightarrow f = 10\text{cm}$$

روش سوم:

$$\Delta p = \left| \frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2} \right| f \xrightarrow{\Delta p=15\text{cm}, m_1=\frac{1}{3}, m_2=\frac{2}{3}} 15 = \left| 3 - \frac{3}{2} \right| f \rightarrow$$

$$f = 10\text{cm}$$

۶۶- گزینهی «۴»

در حالت اول فاصله جسم از آینهی مقعر برابر $P_1 = \frac{f}{2}$ و در حالت

دوم برابر $P_2 = \frac{f}{4}$ است. در نتیجه با استفاده از رابطه

$$m = \frac{f}{f-p}$$

و $m_1 = 2$ و دوم برابر

۶۹ - گزینهی «ا»

روش اول: در ابتدا با توجه به بزرگ‌نمایی آینه، در هر حالت p را محاسبه می‌کنیم. دقت کنید که چون در هر دو حالت بزرگ‌نمایی یکسان است، یکی از تصاویر حقیقی و دیگری مجازی خواهد بود:

$$\text{حالت اول (تصویر حقیقی)} \quad \left\{ \begin{aligned} m_1 &= \frac{q_1}{p_1} = 6 \rightarrow q_1 = 6p_1 \end{aligned} \right.$$

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} \quad \begin{aligned} f &= \frac{R}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm} \\ q_1 &= 6p_1 \end{aligned} \rightarrow \frac{1}{p_1} + \frac{1}{6p_1} = \frac{1}{12}$$

$$\rightarrow \frac{7}{6p_1} = \frac{1}{12} \rightarrow p_1 = 14 \text{ cm}$$

$$\text{حالت دوم (تصویر مجازی)} \quad \left\{ \begin{aligned} m_2 &= \frac{|q_2|}{p_2} = 6 \rightarrow q_2 = -6p_2 \end{aligned} \right.$$

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f} \quad \begin{aligned} f &= \frac{R}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm} \\ q_2 &= -6p_2 \end{aligned} \rightarrow \frac{1}{p_2} - \frac{1}{6p_2} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{5}{6p_2} = \frac{1}{12} \rightarrow p_2 = 10 \text{ cm}$$

و برای تعیین جابه‌جایی جسم (Δp) بین این دو وضعیت داریم:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_1 - 14 \text{ cm}}{p_2 = 10 \text{ cm}} \rightarrow \Delta p = 14 - 10 \rightarrow \Delta = 4 \text{ cm}$$

روش دوم: در این‌جا چون بزرگ‌نمایی در هر دو حالت یکسان است، یکی از تصاویر حقیقی و دیگری مجازی است. لذا به‌صورت زیر در هر حالت p را تعیین کرده و بعد از آن جابه‌جایی جسم را می‌یابیم:

$$\text{تصویر حقیقی} \quad m_1 = \frac{f}{p_1 - f} \quad \begin{aligned} m_1 &= 6 \rightarrow 6 = \frac{12}{p_1 - 12} \\ p_1 - 12 &= 2 \rightarrow p_1 = 14 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\text{تصویر مجازی} \quad m_2 = \frac{f}{f - p_2} \quad \begin{aligned} m_2 &= 6 \rightarrow 6 = \frac{12}{12 - p_2} \\ 12 - p_2 &= 2 \rightarrow p_2 = 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$12 - p_2 = 2 \rightarrow p_2 = 10 \text{ cm}$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_1 - 14 \text{ cm}}{p_2 = 10 \text{ cm}} \rightarrow \Delta p = 14 - 10 \rightarrow \Delta p = 4 \text{ cm}$$

روش سوم: چون در این‌جا یکی از تصاویر حقیقی و دیگری مجازی است برای تعیین Δp داریم:

$$\Delta p = \left| \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right| f \quad \begin{aligned} m_1 = m_2 = 6 \\ f &= \frac{r}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm} \end{aligned} \rightarrow \Delta p = \left| \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \right| \times 12$$

$$\rightarrow \Delta p = 4 \text{ cm}$$

روش چهارم: به‌طور کلی اگر با جابه‌جایی جسم به اندازه‌ی (Δ) بین دو نقطه، بزرگ‌نمایی خطی (m) آینه در هر دو حالت یکسان باشد، شعاع آینه به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$r = m \cdot \Delta p \quad \begin{aligned} r &= 24 \text{ cm} \\ m &= 6 \end{aligned} \rightarrow 24 = 6 \Delta p \rightarrow \Delta p = 4 \text{ cm}$$

۷۰ - گزینهی «د»

در هر بار، فاصله‌ی جسم از آینه را بر حسب فاصله‌ی کانونی آینه، به صورت زیر می‌یابیم:

روش سوم:

$$\Delta p = \left| \frac{1}{m_2} - \frac{1}{m_1} \right| f \quad \begin{aligned} m_2 = \frac{3}{2} \text{ و } m_1 = 3 \\ \Delta p &= 5 \text{ cm} \end{aligned} \rightarrow \Delta = \left| \frac{1}{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3} \right| f$$

$$\rightarrow f = 15 \text{ cm}$$

۶۸ - گزینهی «ا»

در هر بار، فاصله‌ی جسم تا آینه را بر حسب فاصله‌ی کانونی آینه تعیین می‌کنیم، سپس با استفاده از معلوم بودن جابه‌جایی جسم بین دو وضعیت، فاصله‌ی کانونی را به‌صورت زیر محاسبه می‌نماییم. (دقت کنید که در هر دو حالت تصویر حقیقی است. چرا؟)

$$\text{روش اول:} \quad \left\{ \begin{aligned} m_1 &= \frac{q_1}{p_1} = 2 \rightarrow q_1 = 2p_1 \\ \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} &= \frac{1}{f} \quad \begin{aligned} q_1 &= 2p_1 \\ \frac{1}{p_1} + \frac{1}{2p_1} &= \frac{1}{f} \end{aligned} \\ \rightarrow \frac{3}{2p_1} &= \frac{1}{f} \rightarrow p_1 = \frac{3}{2} f \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} m_2 &= \frac{q_2}{p_2} = 4 \rightarrow q_2 = 4p_2 \\ \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} &= \frac{1}{f} \quad \begin{aligned} q_2 &= 4p_2 \\ \frac{1}{p_2} + \frac{1}{4p_2} &= \frac{1}{f} \end{aligned} \\ \rightarrow \frac{5}{4p_2} &= \frac{1}{f} \rightarrow p_2 = \frac{5}{4} f \end{aligned} \right.$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_1 = \frac{3}{2} f}{p_2 = \frac{5}{4} f} \rightarrow \Delta p = \frac{3}{2} f - \frac{5}{4} f \xrightarrow{\Delta p = 2 \text{ cm}}$$

$$2 = \frac{1}{4} f \rightarrow f = 8 \text{ cm}$$

روش دوم:

$$m_1 = \frac{f}{p_1 - f} \quad m_1 = 2 \rightarrow 2 = \frac{f}{p_1 - f} \rightarrow p_1 - f = \frac{1}{2} f$$

$$\rightarrow p_1 = \frac{3}{2} f$$

$$m_2 = \frac{f}{p_2 - f} \quad m_2 = 4 \rightarrow 4 = \frac{f}{p_2 - f} \rightarrow p_2 - f = \frac{1}{4} f$$

$$\rightarrow p_2 = \frac{5}{4} f$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{p_1 = \frac{3}{2} f}{p_2 = \frac{5}{4} f} \rightarrow \Delta p = \frac{3}{2} f - \frac{5}{4} f$$

$$\xrightarrow{\Delta p = 2 \text{ cm}} 2 = \frac{1}{4} f \rightarrow f = 8 \text{ cm}$$

روش سوم:

$$\Delta p = \left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2} \right) f \quad \begin{aligned} \Delta p &= 2 \text{ cm} \\ m_1 &= 2 \text{ و } m_2 = 4 \end{aligned} \rightarrow 2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) f$$

$$\rightarrow f = 8 \text{ cm}$$

روش دوم:

$$\Delta p = \left| \frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2} \right| f \xrightarrow{\substack{m_1=2, m_2=1 \\ \Delta p=3 \text{ cm}}} 3 = \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{1} \right| f$$

$$\rightarrow f = 6 \text{ cm}$$

-۷۴ گزینهی «۳»

با نصف شدن سطح آینه، شعاع و فاصله‌ی کانونی آینه تغییر نمی‌کنند.

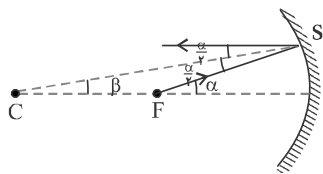
-۷۵ گزینهی «۳»

به‌طور کلی تصویر مجازی نسبت به شیء حقیقی مستقیم است و در آینه‌ی مقعر تصویر مجازی بزرگ‌تر از شیء است.

درصد پاسخ درست (۱۵٪)

-۷۶ گزینهی «۲»

می‌دانیم پرتویی که از مرکز آینه‌ی مقعر گذشته و به سطح آن برخورد می‌کند، بر سطح آینه عمود است و بر روی خودش بازتاب می‌شود. از طرفی می‌دانیم اگر پرتویی از کانون آینه‌ی مقعر گذشته و به سطح آینه برسد، موازی با محور اصلی بازتاب می‌شود. از طرفی با توجه به برابری زاویه‌ی تابش و بازتاب و این نکته که مجموع دو زاویه‌ی تابش و بازتاب باید برابر با زاویه‌ی α شود، زاویه‌ی \hat{S} مثلث FSC برابر با $\frac{\alpha}{2}$ خواهد شد. با توجه به این که در هر مثلث، اندازه‌ی زاویه‌ی خارجی با مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیرمجاور برابر است، می‌توان نوشت:



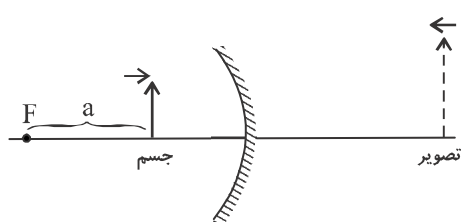
$$\hat{\alpha} = \hat{\beta} + \frac{\hat{\alpha}}{2} \Rightarrow \hat{\beta} = \frac{\hat{\alpha}}{2} \Rightarrow \hat{\alpha} = 2\hat{\beta} \Rightarrow \hat{\alpha} = 2 \times 4 = 8^\circ$$

دقت کنید با توجه به نتایج بالا، مثلث FSC متساوی‌الساقین است.

درصد پاسخ درست (۳۱٪)

-۷۷ گزینهی «۱»

چون جسم در فاصله‌ی کانونی آینه‌ی مقعر قرار دارد، تصویر آن مجازی و در پشت آینه تشکیل می‌شود. از طرف دیگر در آینه‌ها همواره جسم و تصویر در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند، بنابراین وقتی جسم از کانون دور و به آینه نزدیک می‌شود، تصویر نیز به آینه نزدیک خواهد شد. در ضمن طبق رابطه‌ی $a) m = \frac{f}{a}$ فاصله‌ی جسم از کانون است. با دور شدن جسم از کانون و افزایش مقدار a ، بزرگ‌نمایی (m) کاهش یافته و طول تصویر کوچک‌تر خواهد شد.



$$m = \frac{f}{p-f} \xrightarrow{\substack{m_1=2 \\ m_2=1}} \begin{cases} 2 = \frac{f}{p_1-f} \Rightarrow p_1 = \frac{3}{2}f \\ 1 = \frac{f}{p_2-f} \Rightarrow p_2 = 2f \end{cases}$$

حال با توجه به جابه‌جایی جسم داریم:

$$\Delta P = 2f - \frac{3}{2}f = \frac{1}{2}f \xrightarrow{\Delta P=5 \text{ cm}} 5 = \frac{1}{2}f$$

$$\Rightarrow f = 10 \text{ cm} \xrightarrow{r=2f} r = 20 \text{ cm}$$

روش دوم:

$$\Delta p = \left| \frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2} \right| f \xrightarrow{\substack{m_1=2, m_2=1 \\ \Delta p=5 \text{ cm}}}$$

$$5 = \left| 1 - \frac{1}{2} \right| f \Rightarrow f = 10 \text{ cm} \rightarrow r = 20 \text{ cm}$$

-۷۱ گزینهی «۳»

وقتی که جای جسم و تصویر حقیقی‌اش عوض شود، (نقاط مزدوج) بزرگ‌نمایی عکس می‌شود.

-۷۲ گزینهی «۴»

فاصله‌ی جسم تا تصویر حقیقی‌اش در آینه‌ی مقعر برابر اختلاف p و q است. از طرفی، اگر جسم را به محل این تصویر منتقل کنیم، طبق ویژگی مربوط به نقاط مزدوج، تصویر نیز به محل جسم منتقل می‌شود و بزرگ‌نمایی برابر نسبت q به p است، اکنون مسئله را در حالت دوم حل می‌کنیم، با توجه به این که تصویر نسبت به حالت قبل ۴ برابر شده است، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} q-p=30 \text{ cm} \\ \frac{q}{p} = 4 \left(\frac{p}{q} \right) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p=30 \text{ cm} \\ q=60 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{1}{f} \rightarrow f = 20 \text{ cm}$$

-۷۳ گزینهی «۱»

$$\text{در حالت اول } m=2 \Rightarrow q=2p, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2p} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{2p}{3} \quad (1)$$

$$\text{در حالت دوم } p'=q' \Rightarrow m'=1 \Rightarrow \frac{1}{p+3} + \frac{1}{p+3} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow f = \frac{p+3}{2} \quad (2)$$

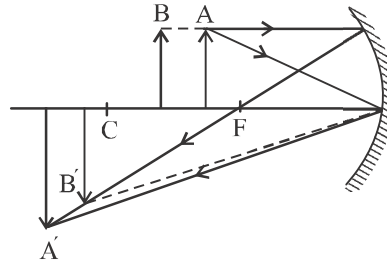
$$\xrightarrow{(2)/(1)} \frac{2p}{3} = \frac{p+3}{2} \Rightarrow 4p = 3p+9$$

$$\Rightarrow p = 9 \Rightarrow f = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

۷۸- گزینهی «۳»

درصد پاسخ درست (۱۵٪)

چون تصویر A' وارونه است، الزاما حقیقی است. بنابراین جسم و تصویر در یک سمت آینه واقع‌اند. چون تصویر A' بزرگتر از جسم است. با توجه به حالت‌های مختلف جسم و تصویر در آینه‌ی مقعر، می‌توان حدس زد که جسم بین کانون و مرکز و تصویر آن خارج از مرکز آینه‌ی مقعر قرار دارد. هر چه در این حالت جسم از کانون دور شود و به مرکز نزدیک‌تر شود، تصویر آن از بی‌نهایت به سمت مرکز می‌آید و اندازه‌ی آن کوچک‌تر می‌شود. بنابراین تصویر E که به مرکز نزدیک‌تر است و اندازه‌ی آن کوچک‌تر است می‌تواند تصویر جسم B باشد.



نکته: جسم اگر در مرکز باشد تصویر آن در مرکز خواهد بود و اگر نسبت به آینه دورتر از مرکز باشد تصویر آن بین مرکز و کانون خواهد بود.

۷۹- گزینهی «۳»

درصد پاسخ درست (۱۵٪)

با توجه به این که آینه در هر دو حالت یکسان است، فاصله‌ی کانونی نیز یکسان بوده لذا داریم:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} \rightarrow \frac{1}{24} + \frac{1}{48} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{-16} \rightarrow p_2 = 24 \text{ cm}, q_2 = -16 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{24} + \frac{1}{48} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \rightarrow q = -16 \text{ cm}$$

توجیه علامت منفی این است که تصویر مجازی است.

۸۰- گزینهی «۲»

درصد پاسخ درست (۲۹٪)

با توجه به رابطه‌ی آینه‌های مقعر در حالتی که تصویر حقیقی است، داریم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{18} + \frac{1}{36} = \frac{1}{f} \rightarrow f = 12 \text{ cm}$$

اکنون بنا به رابطه‌ی بزرگ‌نمایی خطی آینه‌ها، می‌توان نوشت:

$$m = \frac{q}{p} = \frac{A'B'}{AB} \rightarrow \frac{36}{18} = \frac{A'B'}{4} \Rightarrow A'B' = 8 \text{ cm}$$

۸۱- گزینهی «۳»

درصد پاسخ درست (۲۹٪)

می‌دانیم که فاصله‌ی کانونی آینه، نصف شعاع آینه است، لذا داریم:

$$m = \frac{q}{p} \rightarrow 2 = \frac{q}{p} \rightarrow q = 2p$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{2p} = \frac{1}{12} \rightarrow \frac{3}{2p} = \frac{1}{12} \rightarrow p = 18 \text{ cm}$$

$$\rightarrow P = 24 \text{ cm}$$

۸۲- گزینهی «۲»

درصد پاسخ درست (۱۸٪)

روش اول: چون آینه مقعر و تصویر مستقیم است. جسم در فاصله‌ی کانون آن قرار دارد و تصویر مجازی است و در حالت اول داریم:

$$m_1 = \frac{q_1}{p_1} = 5 \Rightarrow q_1 = 5p_1$$

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p_1} - \frac{1}{5p_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{5}{4}p_1$$

در حالت دوم که جسم را 30 cm به آینه نزدیک می‌کنیم، تصویر مجازی است و داریم:

$$m_2 = \frac{q_2}{p_2} = 2 \Rightarrow q_2 = 2p_2$$

$$\frac{1}{p_2} - \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{2p_2} - \frac{1}{2p_2} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{p_2 = p_1 - 30}{f = \frac{5}{4}p_1} \rightarrow \frac{1}{2(p_1 - 30)} = \frac{4}{5p_1} \rightarrow p_1 = 80 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow r = 2f = \frac{5}{2}p_1 = \frac{5}{2} \times 80 = 200 \text{ cm}$$

روش دوم: وقتی جسمی مقابل آینه‌ی کروی به اندازه‌ی Δp جابه‌جا می‌شود و تصاویر هم نوع با بزرگ‌نمایی m_1 و m_2 تشکیل می‌شود،

می‌توان از رابطه‌ی $|\Delta p| = \left| \frac{f}{m_2} - \frac{f}{m_1} \right|$ استفاده کرد.

$$\frac{\Delta p = 30 \text{ cm}}{m_1 = 5, m_2 = 2} \rightarrow 30 = \left| \frac{f}{2} - \frac{f}{5} \right| \Rightarrow 30 = \frac{3f}{10}$$

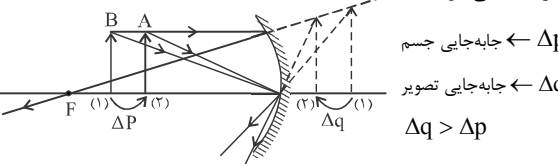
$$\Rightarrow f = 100 \text{ cm} \Rightarrow r = 2f = 200 \text{ cm}$$

درصد پاسخ درست (۲۴٪)

۸۳- گزینهی «۲»

چون $p = 20 \text{ cm}$ و $f = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}$ می‌باشد لذا $p < f$ و تصویر مجازی است. از طرفی می‌دانیم در آینه‌ها جهت حرکت جسم و تصویر خلاف جهت هم می‌باشد، یعنی وقتی جسم به آینه نزدیک می‌شود، تصویر مجازی آن هم به آینه نزدیک می‌شود و گزینه‌های «۱» و «۳» صحیح نمی‌باشند. از طرفی چون طول تصویر بزرگ‌تر از طول جسم است، فاصله‌ی که تصویر می‌پیماید بزرگ‌تر از فاصله‌ی است که جسم طی می‌کند. بنابراین تصویر بیش‌تر از 1 cm به آینه نزدیک می‌شود.

تصویر مجازی است. از طرفی می‌دانیم در آینه‌ها جهت حرکت جسم و تصویر خلاف جهت هم می‌باشد، یعنی وقتی جسم به آینه نزدیک می‌شود، تصویر مجازی آن هم به آینه نزدیک می‌شود و گزینه‌های «۱» و «۳» صحیح نمی‌باشند. از طرفی چون طول تصویر بزرگ‌تر از طول جسم است، فاصله‌ی که تصویر می‌پیماید بزرگ‌تر از فاصله‌ی است که جسم طی می‌کند. بنابراین تصویر بیش‌تر از 1 cm به آینه نزدیک می‌شود.



۸۴- گزینهی «۳»

در ابتدا محدوده‌ی جابه‌جایی جسم را می‌یابیم.

$$m = \left| \frac{f}{p-f} \right| \rightarrow \frac{p_1 = \frac{3}{2}f}{p_1 = \frac{3}{2}f} \rightarrow m_1 = \frac{f}{\frac{1}{2}f} = 2 \rightarrow q_1 = 2p_1$$

$$\frac{p_1 = \frac{3}{2}f}{p_1 = \frac{3}{2}f} \rightarrow q_1 = 3f$$

درصد پاسخ درست (۲٪)

-۸۸ گزینیهی «۱»

بزرگ‌نمایی ابتدا $\frac{۶}{۵}$ و سپس $\frac{۹}{۵}$ است. بنابراین با نزدیک شدن جسم به آینه، تصویر در حال بزرگ‌تر شدن است، یعنی جسم به کانون آینه نزدیک‌تر می‌شود و لذا نمی‌تواند در فاصله‌ی کانونی جای‌جا شود، یعنی تصویر نمی‌تواند مجازی باشد و حقیقی است و جسم بین کانون و مرکز آینه قرار دارد. از طرفی چون تصویر در خارج از فاصله‌ی $۲F$ قرار گرفته و از آینه دور می‌شود، اندازه‌ی سرعتش همواره افزایش می‌یابد، یعنی حرکت تندشونده دارد.

-۸۹ گزینیهی «۴»

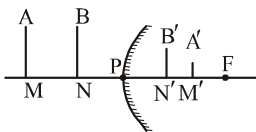
در آینه‌های محدب، از جسمی که در فاصله‌ی خیلی دور (اصطلاحاً بی‌نهایت) قرار می‌گیرد، تصویر مجازی و کوچک‌تر از جسم، روی کانون آینه تشکیل می‌شود. از این رو، از خورشید (جسم در بی‌نهایت دور) تصویری مجازی روی کانون آینه تشکیل می‌شود یعنی در این‌جا داریم:

$$f = ۳ \text{ cm} \xrightarrow{R=۲f} R = ۶ \text{ cm}$$

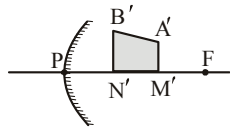
-۹۰ گزینیهی «۴»

می‌دانیم که تصویر اجسام در مقابل آینه‌ی کوژ، همواره کوچک‌تر از جسم بوده و در پشت آینه، نسبت به جسم مستقیم و در فاصله‌ی کانونی تشکیل می‌شود، طوری‌که هر چه تصویر به کانون آینه

نزدیک‌تر باشد، تصویر کوچک‌تر می‌شود. اگر BN را یک جسم در نظر بگیریم، تصویر B'N' حاصل می‌شود.

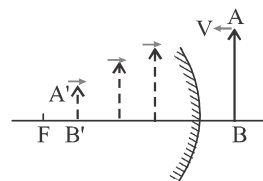


هم‌چنین اگر AM را یک جسم در نظر بگیریم که دورتر قرار گرفته، تصویر A'M' حاصل می‌شود که آن نیز از آینه دورتر (نسبت به B'N') و به کانون آینه نزدیک‌تر، لذا کوچک‌تر خواهد بود (نسبت به B'N'). حال با اتصال نقطه‌های A' و B' به هم، تصویر A'B'N'M' حاصل می‌شود.



-۹۱ گزینیهی «۱»

می‌دانیم که در آینه‌ی محدب، از جسمی که در مقابل آینه قرار می‌گیرد، تصویری مجازی و کوچک‌تر از جسم در پشت آینه تشکیل می‌شود. از طرفی می‌دانیم که در آینه‌ها، جسم و تصویرش در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. بنابراین با نزدیک کردن جسم به اندازه‌ی d به آینه، تصویر کم‌تر از d به آینه نزدیک شده و اندازه‌ی تصویر همواره کوچک‌تر از اندازه‌ی جسم است.



$$m = \left| \frac{f}{p-f} \right| \xrightarrow{p_2=۳f} m_2 = \frac{f}{۳f} = \frac{۱}{۳} \rightarrow q_2 = \frac{۱}{۳} p_2$$

$$\xrightarrow{p_2=۳f} q_2 = \frac{۳}{۲} f$$

در مدتی که جسم Δp را طی کرده، تصویر Δq را پیموده است، یعنی داریم:

$$\bar{V} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{۳f - \frac{۳}{۲}f}{\Delta t} = \frac{\frac{۳}{۲}f}{\Delta t}$$

$$\bar{V}' = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\frac{۳}{۲}f - ۳f}{\Delta t} = -\frac{\frac{۳}{۲}f}{\Delta t}$$

$$\rightarrow \left| \bar{V}' \right| = V$$

-۸۵ گزینیهی «۳»

نقاط مزدوج نقاطی هستند که اگر جسم در یکی از این نقاط قرار گیرد، تصویرش در دیگری تشکیل خواهد شد. در این حالت با جابه‌جا شدن جسم از یک نقطه به نقطه‌ای دیگر، بزرگ‌نمایی از m به $\frac{۱}{m}$

$$m_1 = \frac{۱}{۳} \xrightarrow{m_2 = \frac{۱}{m_1}} m_2 = ۳$$

تبدیل می‌شود.

نسبت طول تصویر در حالت جدید به قبلی همانند نسبت بزرگ‌نمایی جدید به قبلی است.

$$\frac{(A'B')_2}{(A'B')_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{۳}{\frac{۱}{۳}} = ۹$$

-۸۶ گزینیهی «۱»

فاصله‌ی جسم از آینه را در حالت دوم محاسبه کرده، سپس جابه‌جایی جسم را بین دو وضعیت اول و دوم می‌یابیم.

$$\left\{ \begin{aligned} m_2 &= \frac{q_2}{p_2} \xrightarrow{m_2=۲} ۲ = \frac{q_2}{p_2} \rightarrow q_2 = ۲p_2 \\ \frac{۱}{p_2} + \frac{۱}{q_2} &= \frac{۱}{f} \xrightarrow{q_2=۲p_2} \frac{۱}{p_2} + \frac{۱}{۲p_2} = \frac{۱}{۱۲} \\ \rightarrow \frac{۳}{۲p_2} &= \frac{۱}{۱۲} \rightarrow p_2 = ۱۸ \text{ cm} \end{aligned} \right.$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 \xrightarrow{p_2=۱۸ \text{ cm}, p_1=۱۶ \text{ cm}} \Delta p = ۱۸ - ۱۶ \rightarrow \Delta p = ۲ \text{ cm}$$

چون $p_2 > p_1$ است، جسم از آینه دور شده است.

-۸۷ گزینیهی «۳»

با توجه به این که در هر دو حالت تصویر حقیقی است، داریم:

$$m_1 = \frac{q_1}{p_1} \xrightarrow{m_1 = \frac{۱}{۲}, p_1 = ۴۸ \text{ cm}} \frac{۱}{۲} = \frac{q_1}{۴۸} \rightarrow q_1 = ۲۴ \text{ cm}$$

$$\frac{۱}{p_1} + \frac{۱}{q_1} = \frac{۱}{f} \rightarrow \frac{۱}{۴۸} + \frac{۱}{۲۴} = \frac{۱}{f} \rightarrow f = ۱۶ \text{ cm}$$

هنگامی که طول تصویر حقیقی با طول جسم برابر شود، جسم بر روی مرکز آینه قرار گرفته، لذا داریم:

$$P_2 = R = ۲f \xrightarrow{f=۱۶ \text{ cm}} P_2 = ۳۲ \text{ cm}$$

$$|\Delta P| = |P_1 - P_2| = ۴۸ - ۳۲ \rightarrow \Delta P = ۱۶ \text{ cm}$$

و از آنجا که $P_2 < P_1$ است، جسم به آینه نزدیک شده است.

$$\begin{cases} d = p + |q| = 16 \text{ cm} \\ m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{|q|}{p} = \frac{1}{3} \end{cases} \xrightarrow{\text{تصویر مجازی}} \begin{cases} p = 12 \text{ cm} \\ q = -4 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \xrightarrow{p=12 \text{ cm}} \frac{1}{12} + \frac{1}{-4} = \frac{1}{f}$$

$$\rightarrow f = -6 \text{ cm} \rightarrow |f| = 6 \text{ cm}$$

روش دوم: اگر d فاصله‌ی جسم از تصویر و m بزرگ‌نمایی خطی آینه باشد، برای تعیین f داریم:

$$f = \left| \frac{md}{m^2 - 1} \right| \xrightarrow{\substack{m=\frac{1}{3} \\ d=16 \text{ cm}}} f = \left| \frac{\frac{1}{3} \times 16}{\frac{1}{9} - 1} \right| \rightarrow f = 6 \text{ cm}$$

۹۸- گزینه‌ی «۲»

جابه‌جایی جسم در مقابل آینه بین دو نقطه را Δp می‌نامیم. در ابتدا، هر بار رابطه‌ی بین p و f را تعیین کرده، سپس با توجه به معلوم بودن f ، Δp (یا R) را محاسبه می‌کنیم: روش اول:

$$\begin{cases} m_1 = \frac{|q_1|}{p_1} \xrightarrow{m_1=\frac{1}{5}} \frac{1}{5} = \frac{|q_1|}{p_1} \\ \rightarrow q_1 = -\frac{1}{5} p_1 \end{cases}$$

کانون آینه‌ی محدب مجازی است $\rightarrow \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f}$ $q_1 = -\frac{1}{5} p_1$

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{\frac{1}{5} p_1} = -\frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{p_1} - \frac{5}{p_1} = -\frac{1}{f} \rightarrow p_1 = 4f$$

$$\begin{cases} m_2 = \frac{|q_2|}{p_2} \xrightarrow{m_2=\frac{1}{3}} \frac{1}{3} = \frac{|q_2|}{p_2} \\ \xrightarrow{\text{تصویر مجازی}} q_2 = -\frac{1}{3} p_2 \end{cases}$$

کانون آینه‌ی محدب مجازی است $\rightarrow \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f}$ $q_2 = -\frac{1}{3} p_2$

$$\frac{1}{p_2} - \frac{1}{\frac{1}{3} p_2} = -\frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{p_2} - \frac{3}{p_2} = -\frac{1}{f} \rightarrow p_2 = 2f$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{p_1 = 4f}{p_2 = 2f} \rightarrow \Delta p = 4f - 2f$$

$$\xrightarrow{\Delta p = 10 \text{ cm}} 10 = 2f \rightarrow f = 5 \text{ cm}$$

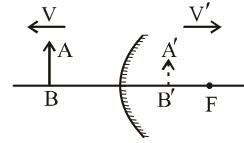
روش دوم:

$$m_1 = \frac{f}{p_1 + f} \xrightarrow{m_1=\frac{1}{5}} \frac{1}{5} = \frac{f}{p_1 + f}$$

$$\rightarrow p_1 + f = 5f \rightarrow p_1 = 4f$$

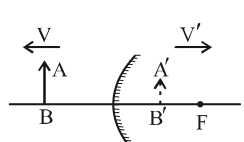
۹۲- گزینه‌ی «۲»

به طور کلی در آینه‌ها، جسم و تصویرش در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. تصویر در آینه‌ی محدب، همواره در پشت آینه و در فاصله‌ی کانونی آینه است،



لذا با دور شدن جسم از آینه، تصویر جسم نیز از آینه دور شده و چون به کانون آینه نزدیک می‌شود، کوچک‌تر خواهد شد.

۹۳- گزینه‌ی «۱»



هنگامی که جسم در کنار آینه قرار گرفته، تصویرش نیز در کنار آینه است، با دور شدن جسم از آینه تا فاصله‌ی خیلی دور، تصویر مجازی جسم از آینه تا کانون آینه دور می‌شود.

۹۴- گزینه‌ی «۳»

اگر جسم در فاصله‌ی دور از آینه باشد، تصویرش روی f تشکیل می‌شود یعنی $q_1 = f$ و اگر جسم در $p = f$ باشد،

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{f} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \rightarrow -\frac{1}{q} = 0 \rightarrow q_2 = \frac{f}{2}$$

$$\Delta q = f - \frac{1}{2}f = \frac{1}{2}f$$

۹۵- گزینه‌ی «۱»

در آینه‌ی محدب همواره طول تصویر کمتر از طول جسم و فاصله‌ی تصویر تا آینه نیز کمتر از فاصله‌ی جسم تا آینه است.

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p} < 1 \xrightarrow{A'B'=l_2, AB=l_1} \begin{cases} l_2 < l_1 \\ d_2 < d_1 \end{cases}$$

۹۶- گزینه‌ی «۴»

اگر فاصله‌ی جسم از تصویرش را با d و فاصله‌ی کانونی آینه را با f و بزرگ‌نمایی آینه را با m نمایش دهیم، در آینه‌های کروی داریم:

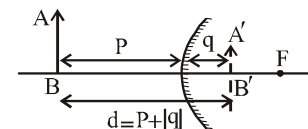
$$f = \frac{md}{|m^2 - 1|} \xrightarrow{\substack{d=75 \text{ cm} \\ f=20 \text{ cm}}} 20 = \frac{75m}{1 - m^2}$$

$$\rightarrow 20m^2 + 75m - 20 = 0 \rightarrow (m - \frac{1}{4})(m + 4) = 0$$

$$\rightarrow m = \frac{1}{4} \text{ ق ق}$$

۹۷- گزینه‌ی «۱»

روش اول: در آینه‌ی محدب، تصویر مجازی بوده و با توجه به معلوم بودن فاصله‌ی جسم و تصویرش و بزرگ‌نمایی خطی آینه، برای تعیین f به صورت زیر عمل می‌کنیم:

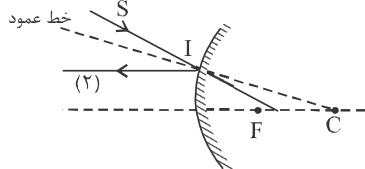


مجازی الزاماً کوچک‌تر از جسم بوده (یعنی گزینه‌ی «۱» نیست) از طرفی تصویر مجازی در عدسی‌ها در همان طرف جسم تشکیل می‌شود (گزینه‌ی «۳» و «۴» نیست).

گزینه‌ی «۱» - ۱۰۲

چون تصویر مستقیم است، تصویر مجازی است و چون طرف دیگر وسیله‌ی نوری تشکیل می‌شود، این وسیله آینه است و چون تصویر بزرگ‌تر از جسم است، آینه مقعر (کاو) است.

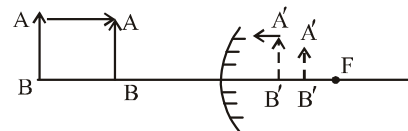
درصد پاسخ درست (۱۸٪)



امتداد پرتوی تابش SI دورتر از کانون آینه، محور اصلی آنرا قطع می‌کند. از طرفی پرتو بازتاب باید به گونه‌ای باشد که خط عمود بر آینه (شعاعی که مرکز آینه را به نقطه‌ی تابش وصل می‌کند)، نیم‌ساز زاویه‌ی بین پرتوی تابش SI با پرتوی بازتاب باشد، بنابراین پرتوی بازتاب مطابق پرتوی (Y) خواهد بود.

گزینه‌ی «۳» - ۱۰۴

هنگامی که جسم در فاصله‌ی دور از آینه‌ی محدب قرار گرفته، از آن تصویر مجازی بر روی کانون آینه و در پشت آینه تشکیل می‌شود. با نزدیک شدن جسم به آینه تصویر نیز به آینه نزدیک شده و بزرگ‌تر می‌شود.



گزینه‌ی «۱» - ۱۰۵

برای پیدا کردن طول تصویر، در ابتدا q را به صورت زیر محاسبه کرده، سپس با استفاده از تعریف بزرگ‌نمایی خطی آینه، طول تصویر را می‌یابیم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad p=40\text{cm}, f=-40\text{cm} \rightarrow \frac{1}{40} + \frac{1}{q} = -\frac{1}{40}$$

$$\rightarrow \frac{1}{q} = -\frac{1}{40} - \frac{1}{40} \rightarrow q = -20\text{cm}$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{|q|}{p} \quad |q|=20\text{cm}, p=40\text{cm} \rightarrow \frac{A'B'}{10} = \frac{20}{40}$$

$$\rightarrow A'B' = 5\text{cm}$$

روش دوم: به‌طور کلی اگر در آینه‌های محدب $p = f$ باشد

$$A'B' = \frac{1}{2} AB \quad \text{و} \quad q = \frac{1}{2} f$$

خواهد بود

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{2} \quad AB=10\text{cm} \rightarrow A'B' = 5\text{cm}$$

درصد پاسخ درست (۹٪)

گزینه‌ی «۲» - ۱۰۶

با توجه به این که فاصله‌ی تصویر تا آینه‌ی تخت برابر با فاصله‌ی جسم تا آینه است و با توجه به شکل‌های مقابل، مشخص می‌شود که در

$$m_v = \frac{f}{p_v + f} \quad m_v = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{f}{p_v + f} \rightarrow p_v + f = 3f$$

$$\rightarrow p_v = 2f$$

$$\Delta p = p_1 - p_v = 4f - 2f$$

$$\frac{\Delta p = 10\text{cm}}{\rightarrow 10 = 2f} \rightarrow r = 10\text{cm}$$

گزینه‌ی «۲» - ۹۹

در هر بار فاصله‌ی تصویر تا آینه را می‌یابیم و سپس نسبت آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$m = \frac{f}{p+f} \begin{cases} p_1 = 3f \rightarrow m_1 = \frac{f}{4f} \rightarrow m_1 = \frac{1}{4} \\ \rightarrow q_1 = \frac{1}{4} p_1 \rightarrow p_1 = 3f \rightarrow q_1 = \frac{3}{4} f \\ p_2 = \frac{1}{3} p_1 = f \rightarrow m_2 = \frac{f}{2f} \\ \rightarrow m_2 = \frac{1}{2} \rightarrow q_2 = \frac{1}{2} p_2 \rightarrow p_2 = f \rightarrow q_2 = \frac{1}{2} f \end{cases}$$

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{\frac{1}{2} f}{\frac{3}{4} f} \rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{2}{3}$$

گزینه‌ی «۲» - ۱۰۰

با نزدیک‌تر شدن جسم به آینه‌ی محدب به اندازه‌ی d، تصویر مجازی‌اش نیز به آینه ولی کم‌تر از d نزدیک می‌شود. در اینجا برای هر حالت قرار گرفتن جسم در مقابل آینه‌ی محدب، داریم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad \begin{matrix} \text{تصویر و کانون آینه} \\ \text{محدب مجازی است} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{p_1} - \frac{1}{q_1} = -\frac{1}{f} \quad p_1=60\text{cm} \rightarrow \frac{1}{60} - \frac{1}{q_1} = -\frac{1}{f} \\ \frac{1}{p_2} - \frac{1}{q_2} = -\frac{1}{f} \quad p_2=20\text{cm} \rightarrow \frac{1}{20} - \frac{1}{q_2} = -\frac{1}{f} \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{1}{60} - \frac{1}{q_1} = \frac{1}{20} - \frac{1}{q_2} \rightarrow \frac{1}{20} - \frac{1}{60} = \frac{1}{q_2} - \frac{1}{q_1}$$

$$\rightarrow \frac{1}{30} = \frac{q_1 - q_2}{q_1 q_2} \quad q_1 - q_2 = \Delta \text{cm} \rightarrow \frac{1}{30} = \frac{\Delta}{q_1 q_2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} q_1 q_2 = 150 \\ q_1 - q_2 = \Delta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q_1 = 15\text{cm} \\ q_2 = 10\text{cm} \end{cases}$$

حال داریم:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} \quad \begin{matrix} \text{تصویر در آینه‌ی محدب مجازی است} \\ \rightarrow \frac{1}{60} - \frac{1}{15} = \frac{1}{f} \end{matrix}$$

$$\rightarrow f = -20\text{cm} \rightarrow |r| = 40\text{cm}$$

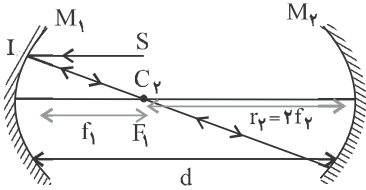
گزینه‌ی «۲» - ۱۰۱

با توجه به شکل داده شده در سؤال، چون تصویر نسبت به جسم مستقیم است، تصویر مجازی است، از طرف دیگر چون تصویر بزرگ‌تر از جسم است و پشت وسیله‌ی نوری تشکیل شده، این وسیله‌ی نوری «آینه‌ی مقعر» است. دقت کنید که اگر آینه محدب باشد تصویر

می‌باشد، آینه، مقعر است. (می‌دانیم که در آینه‌ی محدب، طول تصویر مجازی کوچک‌تر از طول شیء است)

۱۱۰- گزینه‌ی «۳»

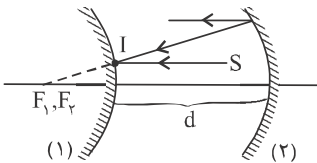
با توجه به شکل، شرط این که پرتوی SI پس از انعکاس از روی آینه‌ی دوم، روی خودش منعکس شود، این است که کانون آینه‌ی M_1 بر مرکز آینه‌ی M_2 منطبق شود.



$$d = f_1 + 2f_2 \quad \begin{matrix} f_1 = 2 \text{ cm} \\ f_2 = 3 \text{ cm} \end{matrix} \rightarrow d = 20 + 60 \rightarrow d = 80 \text{ cm}$$

درصد پاسخ درست (۷٪)

۱۱۱- گزینه‌ی «۳»



چون آینه‌ی (۱) محدب است، پس امتداد بازتاب از این آینه از کانون این آینه (F_1) می‌گذرد، سپس بازتاب این پرتو به آینه‌ی مقعر (۲) برخورد کرده و به موازات محور اصلی بازتاب می‌شود، پس کانون‌های دو آینه‌ی محدب و مقعر بر هم منطبق می‌باشند و بنابراین می‌توان نوشت:

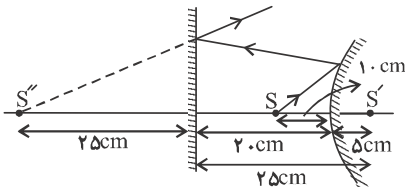
$$d = f_2 - f_1$$

درصد پاسخ درست (۱٪)

۱۱۲- گزینه‌ی «۴»

با توجه به این که S برای آینه‌ی کوژ یک جسم محسوب می‌شود، تصویر S در آینه‌ی کوژ همانند یک جسم برای آینه‌ی تخت عمل می‌کند، لذا اگر تصویر S در آینه‌ی کوژ را S' بنامیم، فاصله‌ی S' تا آینه‌ی تخت برابر فاصله‌ی S'' از این آینه خواهد بود، یعنی داریم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad \begin{matrix} p = 10 \text{ cm} \\ f = -10 \text{ cm} \end{matrix} \rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{q} = -\frac{1}{10} \rightarrow q = -5 \text{ cm}$$



بنابراین فاصله‌ی S'' از آینه‌ی تخت برابر ۲۵ cm است.

آینه‌ی محدب، فاصله‌ی تصویر تا آینه برابر با $15 - 5 = 10 \text{ cm}$ است. بنابه رابطه‌ی آینه‌های محدب داریم:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{15} - \frac{1}{10} = -\frac{1}{f} \Rightarrow f = 30 \text{ cm}$$

۱۰۷- گزینه‌ی «۳»

هر بار فاصله‌ی تصویر تا آینه را می‌یابیم:

$$m = \frac{f}{p + f}$$

$$p_1 = f \Rightarrow m_1 = \frac{f}{2f} \rightarrow m_1 = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow q_1 = \frac{1}{2} p_1 \quad \begin{matrix} p_1 = f \\ p_2 = 2f \end{matrix} \rightarrow q_1 = \frac{1}{2} f$$

$$p_2 = 2f \Rightarrow m_2 = \frac{f}{3f} \rightarrow m_2 = \frac{1}{3} \rightarrow$$

$$q_2 = \frac{1}{3} p_2 \rightarrow q_2 = \frac{2}{3} f$$

اگر سرعت متوسط جسم را با \bar{V} و برای تصویر را با \bar{V}' نمایش دهیم، در همان مدتی که جسم ΔP را می‌پیماید، تصویرش ΔQ را پیموده است.

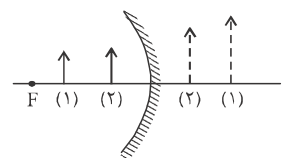
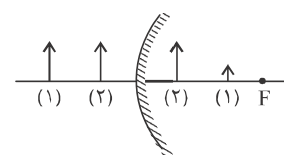
$$\bar{V} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{\Delta t} = \frac{2f - f}{\Delta t} \quad \bar{V} = V \rightarrow V = \frac{f}{\Delta t}$$

$$\bar{V}' = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q_2 - q_1}{\Delta t} = \frac{\frac{2}{3}f - \frac{1}{2}f}{\Delta t} \rightarrow |\bar{V}'| = \frac{\frac{1}{6}f}{\Delta t}$$

$$\frac{|\bar{V}'|}{V} = \frac{\frac{\Delta t}{f}}{\frac{f}{\Delta t}} \rightarrow \frac{|\bar{V}'|}{V} = \frac{1}{6}$$

درصد پاسخ درست (۱۲٪)

۱۰۸- گزینه‌ی «۱»



طول تصویر در آینه‌ی تخت همواره با طول جسم برابر است و با نزدیک کردن جسم به آینه، طول تصویر تغییری نمی‌کند. در آینه‌های کوژی هر چه جسم به کانون آینه نزدیک شود، بزرگ‌نمایی زیاد شده و بر طول تصویر افزوده می‌شود.

اگر مطابق شکل جسمی را به یک آینه‌ی محدب نزدیک کنیم، با نزدیک شدن جسم به کانون، طول تصویر مجازی جسم افزایش می‌یابد. در حالتی که جسم داخل فاصله‌ی کانونی آینه‌ی مقعر به آینه نزدیک شود، در حقیقت از کانون آینه‌ی مقعر دور شده و بنابراین طول تصویر مجازی آن کاهش یافته است.

۱۰۹- گزینه‌ی «۴»

چون تصویر نسبت به شیء مستقیم است، تصویر مجازی بوده و از آن‌جا که طول تصویر مجازی ایجاد شده، بزرگ‌تر از طول شیء