۴۵۱- گزینه‌ی «۱»

وقتی در صورت سؤال در مورد تکرار ارقام حرفی زده نمی‌شود، باید حالت کلی را در نظر بگیریم یعنی تکرار مجاز است. بنابراین نیازی به جداسازی صفر نیست. عدد دو رقمی را به‌صورت

دوم اول $\boxed{}\boxed{}$

فرض می‌کنیم. در خانه‌ی دوم (رقم یکان) دو حالت (صفر یا ۵) ممکن است و برای خانه‌ی اول ۹ حالت (از ۱۰ رقم کلی صفر نمی‌تواند بیاید) ممکن است. مطابق اصل ضرب داریم: $۹ \times ۲ = ۱۸$

۴۵۲- گزینه‌ی «۳»

۱) برای پر کردن رقم صدگان، هر یک از ارقام $\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۹\}$ قابل قبولند (۸ حالت).

$$\underset{①}{۸} \times \underset{②}{۹} \times \underset{③}{۹} = ۶۴۸$$

۲ و ۳) برای پر کردن رقم‌های دهگان و صدگان، هر یک از ارقام $\{۰,۱,۲,۳,۴,۵\ ۶,۷,۹\}$ قابل قبولند (هر کدام ۹ حالت).

۴۵۳- گزینه‌ی «۱»

۱) برای رقم صدگان همه‌ی اعداد طبیعی یک رقمی امکان‌پذیرند، پس ۹ راه برای پرکردن این رقم داریم.

۲) با معلوم بودن رقم صدگان، برای آنکه عدد ساخته شده متقارن باشد، باید یکان با صدگان برابر باشد، پس به ازای هر کدام از اعدادی که در رقم صدگان قرار می‌گیرند، یک راه برای پر کردن رقم یکان داریم.

۳) رقم دهگان هیچ محدودیتی ندارد و هر یک از اعداد حسابی تک رقم می‌تواند در آن قرار بگیرد، پس برای پر کردن آن ۱۰ راه وجود دارد.

$$\underset{①}{۹} \times \underset{③}{۱۰} \times \underset{②}{۱} = ۹۰$$

۴۵۴- گزینه‌ی «۱»

اگر عددی زوج باشد باید رقم یکان آن یکی از ارقام $\{۸,۶,۴,۲,۰\}$ باشد اما چون صفر نمی‌تواند رقم اول از سمت چپ باشد پس تعداد کل اعداد زوج را طی دو مرحله پیدا می‌کنیم.

الف) اگر رقم یکان صفر باشد

$$\underset{۹}{\square} \times \underset{۸}{\square} \times \underset{۱}{\boxed{۰}} = ۷۲$$

ب) اگر رقم یکان از مجموعه‌ی $\{۸,۶,۴,۲\}$ باشد، (برای رقم یکان ۴ انتخاب و برای رقم صدگان ۸ انتخاب داریم (زیرا صفر نمی‌توانیم قرار دهیم):

$$\boxed{۸} \times \boxed{۸} \times \boxed{۴} = ۲۵۶$$

$$۷۲ + ۲۵۶ = ۳۲۸$$

۴۵۵- گزینه‌ی «۲»

عبارت **com** را یک بسته فرض کرده که با حروف **r** ،**e** ،**t** ،**u** و **p** دارای !۶ جایگشت خواهد بود. دقت شود که داخل بسته **com** جایگشت نداریم.

۴۵۶- گزینه‌ی «۱»

$$\binom{۱۰}{۱} + \binom{۱۰}{۳} + \binom{۱۰}{۵} + \binom{۱۰}{۷} + \binom{۱۰}{۹} = ۵۱۲$$

دقت کنید که $\binom{۱۰}{۳} = \binom{۱۰}{۷} = ۱۲۰$ و $\binom{۱۰}{۱} = \binom{۱۰}{۹} = ۱۰$ و $\binom{۱۰}{۵} = ۲۵۲$.

نکته همواره تعداد زیرمجموعه‌های فرد عضوی هر مجموعه با تعداد زیرمجموعه‌های زوج عضوی آن برابر است.

راهبرد حل تیپ (۷)

به قسمت «احتمال پیشامد تصادفی» در متن درس مراجعه کنید.

۴۵۷- گزینه‌ی «۴»

فضای پیشامد:

صفر
$\boxed{۴}\boxed{۳}\boxed{۱} \rightarrow ۴ \times ۳ \times ۱ = ۱۲$

۴یا۲
$\boxed{۳}\boxed{۳}\boxed{۲} \rightarrow ۳ \times ۳ \times ۲ = ۱۸$

صفر نمی‌تواند بیاید

$$\Rightarrow n(A) = ۱۲ + ۱۸ = ۳۰$$

فضای نمونه‌ای: $\boxed{۴}\boxed{۴}\boxed{۳} \rightarrow ۴ \times ۴ \times ۳ = ۴۸ \Rightarrow n(S) = ۴۸$

صفر نمی‌تواند بیاید

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳۰}{۴۸} = \frac{۵}{۸}$$

۴۵۸- گزینه‌ی «۱»

اگر هیچ شرطی اعمال نشود، برای خارج کردن مهره‌ی اول، پنج حالت، مهره‌ی دوم، چهار حالت، مهره‌ی سوم، سه حالت، مهره‌ی چهارم، دو حالت و برای خارج کردن مهره‌ی پنجم یک حالت وجود دارد، پس با توجه به اصل ضرب، فضای نمونه‌ای در این سؤال $n(S) = ۵!$ عضو دارد. برای آنکه دو مهره با شماره‌ی فرد بطور متوالی خارج نشوند، باید مهره‌ها بصورت یک در میان فرد و زوج خارج شوند، توجه کنید که مهره‌ی اول نمی‌تواند زوج باشد، زیرا در اینصورت قطعاً دو مهره‌ی آخر فرد خواهند بود، بنابراین مهره‌ی اول باید فرد باشد و برای آن سه حالت وجود دارد، مهره‌ی دوم باید زوج باشد و برای آن دو حالت وجود دارد، مهره‌ی سوم باید فرد باشد و برای آن دو حالت (یکی از فردها در انتخاب اول خارج شده است) و در نتیجه برای مهره‌های چهارم و پنجم فقط یک حالت مطلوب امکان‌پذیر است؛ پس اگر پیشامد مطلوب را **A** بنامیم، طبق اصل ضرب $n(A) = ۳ \times ۲ \times ۲ \times ۱ \times ۱$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{۳ \times ۲ \times ۲ \times ۱ \times ۱}{۵!} = \frac{۱۲}{۱۲۰} = \frac{۱}{۱۰} = ۰/۱$$

راهبرد حل تیپ (۸)

در مسائلی که مجموع اعداد روشده در پرتاب دو تاس (یا دو بار پرتاب یک تاس) را مورد پرسش قرار می‌دهند، جدول زیر را در نظر بگیرید.

تعداد حالت‌ها	مجموع دو عدد روشده
۱	۲
۲	۳
۳	۴
۴	۵
۵	۶
۶	۷
۵	۸
۴	۹
۳	۱۰
۲	۱۱
۱	۱۲

از بالا به پایین تعداد حالت‌ها زیاد می‌شود.

بیشترین تعداد حالت‌ها

از پایین به بالا تعداد حالت‌ها زیاد می‌شود.

۴۵۹– گزینه‌ی «۳»

مجموع اعداد رو شده	تعداد حالت‌ها
۲	۱
۳	۲
۴	۳
۵	۴
۶	۵
۷	۶
۸	۵
۹	۴
۱۰	۳
۱۱	۲
۱۲	۱

اگر مجموع دو عدد رو شده چهار، هشت و یا دوازده باشد، مضرب چهار خواهد بود، یعنی $3+5+1=9$ حالت مطلوب وجود دارد؛ از طرفی می‌دانیم که فضای نمونه‌ای در پرتاب دو تاس $6\times6=36$ عضو دارد، پس احتمال مورد نظر برابر است با $\frac{1}{4}=\frac{9}{36}$.

راهبرد حل تیپ (۹)
به قسمت‌های «ترکیب» و «احتمال پیشامد تصادفی» در متن درس مراجعه کنید.

۴۶۰– گزینه‌ی «۲»

۴ لامپ سوخته است. بنابراین ۶ لامپ سالم است. بنابراین سه لامپ گفته شده را از بین آن‌ها انتخاب می‌کنیم.

$$P(\text{هرسه سالم})=\frac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}}=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$$

۴۶۱– گزینه‌ی «۲»

فضای نمونه‌ای انتخاب ۳ موش از کل یعنی $\binom{11}{3}$ است. فضای پیشامد یعنی هر سه موش سفید باشند عبارت است از: $\binom{6}{3}$، بنابراین داریم:

$$P(A)=\frac{\binom{6}{3}}{\binom{11}{3}}=\frac{\frac{6!}{3!\times3!}}{\frac{11!}{8!\times3!}}=\frac{\frac{6\times5\times4\times3!}{3!\times6}}{\frac{11\times10\times9\times8!}{8!\times6}}=\frac{20}{165}=\frac{4}{33}$$

۴۶۲– گزینه‌ی «۳»

باید یک مهره‌ی سفید از ۵ مهره‌ی سفید و یک مهره‌ی سیاه از ۷ مهره‌ی سیاه انتخاب کنیم.

$$P(\text{همرنگ نبودن})=\frac{\binom{5}{1}\times\binom{7}{1}}{\binom{12}{2}}=\frac{35}{66}$$

۴۶۳– گزینه‌ی «۳»

فضای نمونه‌ای انتخاب ۳ نفر از کل یعنی $\binom{8}{3}$ است. دو نفر از رشته‌ی ریاضی یعنی $\binom{5}{2}$ و یک نفر از رشته‌ی تجربی یعنی $\binom{3}{1}$، بنابراین داریم:

$$P=\frac{\binom{5}{2}\times\binom{3}{1}}{\binom{8}{3}}=\frac{10\times3}{56}=\frac{15}{28}$$

$$\binom{8}{3}=\frac{8!}{5!\times3!}=\frac{8\times7\times6\times5!}{5!\times3\times2\times1}=56$$

۴۶۴– گزینه‌ی «۳»

باید یک موش از سه موش سفید و سه موش از ۵ موش سیاه انتخاب کنیم.

$$P(\text{فقط یک موش سفید باشد})=\frac{\overset{\text{سفید}}{\binom{3}{1}}\times\overset{\text{سیاه}}{\binom{5}{3}}}{\binom{8}{4}}=\frac{3\times10}{70}=\frac{3}{7}$$

۴۶۵– گزینه‌ی «۲»

چون قرار است ۴ نفر معرفی شوند و از هر گروه فقط یک نفر انتخاب شود، لذا:

$$n(A)=\binom{1}{1}\binom{2}{1}\binom{3}{1}\binom{3}{1}=1\times2\times3\times3$$

$$n(S)=\binom{9}{4}=\frac{9!}{4!\times5!}=\frac{9\times8\times7\times6\times5!}{4\times3\times2\times1\times5!}$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1\times2\times3\times3}{9\times2\times7}\Rightarrow P(A)=\frac{1}{7}$$

۴۶۶– گزینه‌ی «۳»

فضای نمونه‌ای انتخاب دو مهره از بین ۵ مهره یعنی $\binom{5}{2}$ است. برای آن‌که جمع دو عدد فرد باشد باید یکی از حالت‌های زیر انتخاب شود.

$$A=\{(1,2),(1,4),(3,2),(3,4),(5,2),(5,4)\}\Rightarrow n(A)=6$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{6}{\binom{5}{2}}=\frac{6}{10}=0/6$$

دقت کنید که چون دو مهره با هم انتخاب می‌شوند حالت‌های (۱ ، ۲) با (۲،۱) هیچ فرقی ندارند و به همین ترتیب برای بقیه. در ضمن تعداد اعضای پیشامد را به روش زیر نیز می‌توان محاسبه کرد:

$$n(A)=\overset{\text{یک رقم فرد}}{\binom{3}{1}}\times\overset{\text{یک رقم زوج}}{\binom{2}{1}}=3\times2=6$$

۴۶۷– گزینه‌ی «۱»

جمع دو کارت وقتی زوج است که هر دو زوج یا هر دو فرد باشند.

زوج : $\{2,4,6\}$ فرد : $\{1,3,5\}$

$$n(A)=\binom{3}{2}+\binom{3}{2}=3+3=6\quad,\quad n(S)=\binom{6}{2}=\frac{6!}{2!\times4!}=15$$

$$p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$$

۴۶۸– گزینه‌ی «۱»

پیشامد متوالی بودن اعداد مهره‌ها، ۵ عضو دارد:

$$A=\{(۱,۲),(۲,۳),(۳,۴),(۴,۵),(۵,۶)\}$$

$$P(A:\text{متوالی بودن دو عدد})=\frac{۵}{\binom{۶}{۲}}=\frac{۵}{۱۵}=\frac{۱}{۳}$$

۴۶۹– گزینه‌ی «۱»

پیشامد مطلوب: $A=\{(۱,۲),(۱,۳),(۱,۴),(۲,۳)\}$

احتمال مورد نظر: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴}{\binom{۶}{۲}}=\frac{۴}{۱۵}$

۴۷۰– گزینه‌ی «۳»

فضای نمونه‌ای، انتخاب دو مهره از بین ۶ مهره است یعنی فضای نمونه‌ای $\binom{۶}{۲}$ عضو دارد. فضای پیشامد به‌صورت زیر است:

$$\text{مجموع اعداد مضرب ۳ باشد}\rightarrow A=\{(۱,۲),(۱,۵),(۲,۴),(۳,۶),(۴,۵)\}$$

$$\Rightarrow n(A)=۵\Rightarrow P(A)=\frac{۵}{\binom{۶}{۲}}=\frac{۵}{۱۵}=\frac{۱}{۳}$$

۴۷۱– گزینه‌ی «۳»

برای آن‌که عددی زوج باشد، باید رقم یکان آن (رقم سمت راست) زوج باشد. چون در کل ۴ رقم داریم، بنابراین رقم یکان به طور کلی ۴ حالت دارد یعنی فضای نمونه‌ای دارای ۴ عضو است. در بین این ۴ رقم، سه رقم زوج $(۶,۴,۲)$ وجود دارد، بنابراین فضای پیشامد دارای ۳ عضو است. در نتیجه داریم:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳}{۴}$$

دقت کنید که این سؤال را می‌توان به کمک ترکیبیات نیز حل کرد.

۴۷۲– گزینه‌ی «۳»

فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس $n(S)=۶\times۶=۳۶$ عضو دارد، بنابراین اگر A پیشامدی از آن باشد به‌طوری که مجموع دو تاس، عددی مضرب ۳ باشد، آنگاه:

$$A=\{(۱,۲),(۱,۵),(۲,۱),(۲,۴),(۳,۳),(۳,۶),(۴,۲),(۴,۵),(۵,۱),(۵,۴),(۶,۳),(۶,۶)\}$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۲}{۳۶}=\frac{۱}{۳}$$

۴۷۳– گزینه‌ی «۱»

در این جعبه ۱۱ مهره وجود دارد که ۵ تای آنها سبز، ۴ تای آنها آبی و ۲ تای آنها زرد هستند. اگر بخواهیم فقط دو مهره از ۳ مهره‌ی انتخابی از این جعبه آبی باشند، باید ۲ مهره‌ی آبی از بین ۴ مهره‌ی آبی و یک مهره از بین ۷ مهره‌ی دیگر (سبزها و زردها) انتخاب کنیم که این کار طبق اصل ضرب به $n(A)=\binom{۷}{۱}.\binom{۴}{۲}$ حالت امکان‌پذیر است.

از طرفی اگر هیچ شرطی اعمال نشود، انتخاب ۳ مهره از بین ۱۱ مهره به $n(S)=\binom{۱۱}{۳}$ حالت امکان‌پذیر است، پس:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۷}{۱}\binom{۴}{۲}}{\binom{۱۱}{۳}}=\frac{۶\times۷}{۱۶۵}=\frac{۱۴}{۵۵}$$

۴۷۴– گزینه‌ی «۲»

با توجه به جدول، تعداد کل کارکنان این اداره، برابر است با $۱۰+۱۵+۸۰+۹۰=۱۹۵$ که $۱۰+۱۵=۲۵$ از آنها تحصیلات دانشگاهی دارند، پس احتمال آنکه در این اداره «کارمندی تحصیلات دانشگاهی داشته باشد»، برابر است با $P=\frac{۲۵}{۱۹۵}$.

همچنین با توجه به جدول، تعداد کل کارمندان مرد برابر است با $۱۵+۹۰=۱۰۵$ که ۱۵ نفر از آنها تحصیلات دانشگاهی دارند، پس احتمال آنکه در این اداره «کارمند مردی تحصیلات دانشگاهی داشته باشد»، برابر است با $p=\frac{۱۵}{۱۰۵}$.

$$\Rightarrow\frac{P}{p}=\frac{\frac{۲۵}{۱۹۵}}{\frac{۱۵}{۱۰۵}}=\frac{۲۵\times۱۰۵}{۱۹۵\times۱۵}=\frac{۲۵\times(۷\times۱۵)}{(۱۳\times۱۵)\times۱۵}=\frac{۳۵}{۳۹}$$

راهبرد حل تیپ (۱۰)

به قسمت‌های «اشتراک دو پیشامد» و «اجتماع دو پیشامد» در متن درس مراجعه کنید.

۴۷۵– گزینه‌ی «۳»

هر کدام از سکه‌ها دو حالت و پرتاب تاس شش حالت دارد، پس فضای نمونه‌ای در این سؤال $n(S)=۲\times۲\times۶=۲۴$ عضو دارد؛ اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، داریم:

$A=\{($ر ،پ ،۳$),($ر ،پ ،۶$),($پ ،ر ،۳$),($پ ،ر ،۶$),$

$($ر ،ر ،۳$),($ر ،ر ،۶$)\}$

$\Rightarrow n(A)=۶$

بنابراین احتمال وقوع پیشامد A برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶}{۲۴}=\frac{۱}{۴}$$

۴۷۶– گزینه‌ی «۲»

حداقل در یکی از دروس قبول شود، یعنی $A\cup B$.

A: فیزیک $\quad B$: شیمی

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$\Rightarrow ۰/۷۵=۰/۵۵+۰/۶۰-P(A\cap B)$$

$$\Rightarrow P(A\cap B)=۰/۵۵+۰/۶۰-۰/۷۵=۰/۴۰$$

۴۰ درصد امکان دارد که در هر دو درس قبول شود.

راهبرد حل تیپ (۱۱)

به قسمت «قانون جمع احتمال‌های پیشامدهای ناسازگار» در متن درس مراجعه کنید.

۴۷۷– گزینه‌ی «۱»

با توجه به شرایط مسأله، پیشامد همرنگ بودن ۳ مهره‌ی انتخابی (که احتمال آن را P در نظر می‌گیریم)، اجتماع دو پیشامد ناسازگار زیر است:

۱) هر سه مهره‌ی انتخابی سفید باشند:
$$P_1=\frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}}$$

۲) هر سه مهره‌ی انتخابی سیاه باشند:
$$P_2=\frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}}$$

پس داریم:
$$P=P_1+P_2=\frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}}+\frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}}=\frac{\binom{4}{3}+\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}}=\frac{4+10}{84}$$
$$=\frac{14}{84}=\frac{1}{6}$$

راهبرد حل تیپ (۱۲)
به قسمت «متمم یک پیشامد» در متن درس مراجعه کنید.

۴۷۸– گزینه‌ی «۳»

اگر تاجر بودن را با A و برای اولین بار سفر کردن را با B نمایش دهیم، سؤال پیشامد $(A\cup B)'$ را خواسته است.
$$P(A\cup B)'=1-P(A\cup B)=1-[P(A)+P(B)-P(A\cap B)]$$
$$=1-\left[\frac{23}{72}+\frac{12}{72}-\frac{8}{72}\right]=1-\frac{27}{72}=\frac{45}{72}=\frac{5}{8}$$

۴۷۹– گزینه‌ی «۴»

لااقل یک بار رقم ۲ ظاهر شود یعنی یا یک بار ظاهر شود یا دو بار یا سه بار. متمم این حالت‌ها این است که رقم ۲ ظاهر نشود. احتمال آن را حساب کرده و از یک کم می‌کنیم:

$$A:\text{رقم ۲ نیاید}\rightarrow n(A)=\boxed{8}\overbrace{\boxed{9}\,\boxed{9}}^{\text{از ۱۰ رقم ممکن، ۲ نیامده}}=8\times 9\times 9$$
صفر نمی‌تواند بیاید

$$S:\text{کل اعداد سه رقمی}\rightarrow n(S)=\boxed{9}\,\boxed{10}\,\boxed{10}=9\times 10\times 10$$
صفر نمی‌تواند بیاید

$$\Rightarrow P(A)=\frac{8\times 9\times 9}{9\times 10\times 10}=\frac{72}{100}$$
$$\Rightarrow P(\text{رقم ۲ لااقل یک بار ظاهر شود})$$
$$=P(A')=1-P(A)=1-\frac{72}{100}=\frac{28}{100}=0/28$$

۴۸۰– گزینه‌ی «۳»

حالتی که تعداد افراد دو گروه برابر باشند را حساب کرده و از روش متمم استفاده می‌کنیم. برابر بودن تعداد افراد دو گروه یعنی دو نفر از ۴ نفر ریاضی و دو نفر از ۶ نفر تجربی. بنابراین داریم:
$$P(\text{تعداد افراد دو گروه، متفاوت})=1-P(\text{تعداد افراد دو گروه، برابر})$$
$$=1-\frac{\binom{4}{2}\times\binom{6}{2}}{\binom{10}{4}}=1-\frac{6\times 15}{210}=1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$$

توجه:
$$\binom{10}{4}=\frac{10!}{6!\times 4!}=\frac{10\times 9\times 8\times 7\times 6!}{6!\times 4\times 3\times 2\times 1}=210$$

۴۸۱– گزینه‌ی «۴»

متمم پیشامد «لااقل یکی از موش‌های انتخاب شده سفید باشد»، آن است که «هیچ کدام از موش‌های انتخاب شده سفید نباشند»، یا به عبارت دیگر «همه‌ی موش‌های انتخاب شده سیاه باشند»، بنابراین احتمال مورد نظر، برابر است:
$$1-\frac{\binom{6}{3}}{\binom{11}{3}}=1-\frac{\frac{6\times 5\times 4}{3\times 2\times 1}}{\frac{11\times 10\times 9}{3\times 2\times 1}}=1-\frac{20}{165}=\frac{145}{165}=\frac{29}{33}$$

۴۸۲– گزینه‌ی «۲»

متمم پیشامد آنکه «حداقل یک مهره‌ی آبی از ظرف خارج شود» آن است که «هیچ مهره‌ی آبی‌ای از ظرف خارج نشود»؛ پس:
$$P(\text{حداقل یک آبی})=1-P(\text{هیچ آبی})\quad (*)$$
برای آنکه هیچ مهره‌ی آبی‌ای از ظرف خارج نشود، باید هر سه مهره‌ی انتخابی از میان سه مهره‌ی قرمز و دو مهره‌ی سیاه انتخاب شوند، پس:
$$(*)\Rightarrow P(\text{حداقل یک آبی})=1-\frac{\binom{3+2}{3}}{\binom{4+3+2}{3}}$$
$$=1-\frac{10}{84}=\frac{74}{84}=\frac{37}{42}$$

۴۸۳– گزینه‌ی «۴»

می‌دانیم که فضای نمونه‌ای تعداد فرزندان یک خانواده‌ی ۴ فرزندی 2^4 عضو دارد، یعنی $n(S)=2^4$. از طرفی پیشامد آنکه «فرزندان یک در میان پسر باشند و یا خانواده ۲ فرزند پسر داشته باشد» که آن را A می‌نامیم بصورت:
$$A=\{bgbg, gbgb, bggb, gbbg, ggbb, bbgg\}$$
است که همانطور که مشاهده می‌شود $n(A)=6$، پس
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$$
توجه: پیشامد آنکه «فرزندان خانواده‌ی ۴ فرزندی یک در میان پسر باشند»، زیرمجموعه‌ی پیشامد «خانواده‌ی ۴ فرزندی، ۲ فرزند پسر داشته باشد» است، بنابراین اجتماع آنها، برابر پیشامد «خانواده‌ی ۴ فرزندی، ۲ فرزند پسر داشته باشد» است.

۴۸۴– گزینه‌ی «۱»

فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی به صورت زیر است:
$$S=\{\underline{11},\underline{12},\underline{14},\underline{15},\underline{21},\underline{22},\underline{24},\underline{25},41,42,\underline{44},45,51,\underline{52},$$
$$54,55\}\Rightarrow n(S)=16$$
در حالت‌هایی که زیر آنها خط کشیده شده است، عدد ساخته شده کوچکتر از ۴۰ یا مضرب ۴ است، یعنی $n(A)=10$، بنابراین
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$$

۴۸۵– گزینه‌ی «۳»

در حالت کلی برای دو پیشامد داریم:
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$P(A)=۲P(A\cap B) \quad و \quad P(B)=\frac{۳}{۲}P(A\cap B)$$

$$\Rightarrow P(A\cup B)=۲P(A\cap B)+\frac{۳}{۲}P(A\cap B)-P(A\cap B)$$

$$=\frac{۷}{۲}P(A\cap B)\Rightarrow \frac{P(A\cup B)}{P(A\cap B)}=\frac{۷}{۲}$$

۴۸۶- گزینه‌ی «۱»

هر دو هم رشته باشند اجتماع دو پیشامد ناسازگار «هر دو تجربی باشند» و «هر دو ریاضی باشند» است. فضای نمونه‌ای هم که انتخاب دو نفر از کل یعنی $\binom{۵}{۲}$ است.

هر دو تجربی یا هر دو ریاضی

$$P(A)=\frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۵}{۲}}+\frac{\binom{۲}{۲}}{\binom{۵}{۲}}=\frac{۳+۱}{۱۰}=\frac{۴}{۱۰}=\frac{۲}{۵}$$

۴۸۷- گزینه‌ی «۳»

ابتدا پیشامد A را مشخص می‌کنیم:

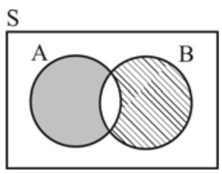
$$A=\{\underline{gggg},\underline{bggg},\underline{gbgg},bbgg\}$$

برای بدست آوردن پیشامد $A-C$، باید حالت‌هایی را که در آنها تعداد فرزندان دختر بیش از تعداد فرزندان پسر است، (حالت‌هایی که زیر آنها خط کشیده شده است) را از A حذف کنیم، پس $A-C=\{bbgg\}$، یعنی $n(A-C)=۱$.

از طرفی می‌دانیم که فضای نمونه‌ای جنسیت فرزندان در یک خانواده‌ی ۴ فرزندی، $n(S)=۲^۴$ حالت دارد، پس:

$$P(A-C)=\frac{n(A-C)}{n(S)}=\frac{۱}{۱۶}$$

۴۸۸- گزینه‌ی «۴»



می‌دانیم که پیشامد $A\cup B$ یعنی «A رخ دهد یا B رخ دهد یا هر دوی آنها رخ دهند»، حال اگر بخواهیم «فقط A رخ دهد یا فقط B رخ دهد»، باید قسمتی که «هم A و هم B رخ می‌دهند» (یعنی $A\cap B$) را از $A\cup B$ حذف کنیم. که در این صورت اجتماع دو قسمت سایه خورده و هاشورخورده در شکل بالا به‌دست می‌آید. قسمت سایه خورده مجموعه‌ی $A-B$ و قسمت هاشورخورده مجموعه‌ی $B-A$ است و اجتماع آنها یعنی $(A-B)\cup(B-A)$ پیشامد مورد نظر سؤال است.

۴۸۹- گزینه‌ی «۳»

احتمال این‌که مجموع دو تاس بزرگتر یا مساوی ۱۱ باشد را حساب کرده و از یک کم می‌کنیم: $n(S)=۶\times۶=۳۶$

مجموع بزرگتر یا مساوی ۱۱ : $A=\{(۵,۶),(۶,۵),(۶,۶)\}$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{۳}{۳۶}=\frac{۱}{۱۲}$$

$$\Rightarrow P(\text{کوچکتر از ۱۱})=P(A')=۱-P(A)=۱-\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱۱}{۱۲}$$

راهبرد حل تیپ (۱۳)

به قسمت «تعریف احتمال شرطی» در متن درس مراجعه کنید.

۴۹۰- گزینه‌ی «۳»

با توجه به این که می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است، فضای نمونه‌ای به صورت مقابل خواهد بود: $S=\{bb,gb,bg\}\Rightarrow n(S)=۳$

فضای پیشامد داشتن دختر یعنی $\{gb,bg\}$ است. بنابراین داریم:

$$n(A)=۲\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲}{۳}$$

۴۹۱- گزینه‌ی «۴»

با توجه به این که می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان دختر است، فضای نمونه‌ای به‌صورت زیر خواهد بود:

$$S=\{gbb,bgb,bbg,gbg,ggb,bgg,ggg\}$$
$$\Rightarrow n(S)=۷$$

پیشامد حداقل ۲ دختر یعنی ۲ دختر یا ۳ دختر. بنابراین پیشامد به‌صورت زیر است:

$$A=\{ggb,bgg,gbg,ggg\}\Rightarrow n(A)=۴$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴}{۷}$$

۴۹۲- گزینه‌ی «۴»

چون جنسیت فرزند اول مشخص است در واقع با فضای نمونه‌ای دو فرزند دیگر روبه‌رو هستیم: $n(S)=۴$

$A=\{\text{حداقل یک پسر باشد}\}=\{$(پ،پ) و (پ،د) و (د،پ)$\}$

$$\Rightarrow n(A)=۳\Rightarrow P(A)=\frac{۳}{۴}$$

۴۹۳- گزینه‌ی «۳»

پیشامد A را ظاهر شدن عدد ۲ و پیشامد B را مضرب ۳ نبودن تعریف می‌کنیم. سؤال، $P(A|B)$ را خواسته است.

$$A=\{۲\} \quad و \quad B=\{۱,۲,۴,۵\}\Rightarrow A\cap B=\{۲\}$$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{۱}{۶}}{\frac{۴}{۶}}=\frac{۱}{۴}$$

راهبرد حل تیپ (۱۴)

به قسمت‌های «قانون جمع احتمال‌های پیشامدهای ناسازگار» و «نتیجه‌ی مهم تعریف احتمال شرطی» در متن درس مراجعه کنید.

۴۹۴- گزینه‌ی «۴»

از دو موش باید یکی سالم و دیگری دیابتی باشد. بیمار یا سالم بودن موش‌ها نیز مستقل از هم‌دیگر است. در ضمن دو حالت در مورد دو موش وجود دارد. یا موش اول دیابتی و موش دوم سالم است و یا برعکس.

$$P(\text{دومی دیابتی و اولی سالم})+P(\text{دومی سالم و اولی دیابتی})$$
$$=P(\text{اولی سالم}).P(\text{دومی دیابتی | اولی سالم})$$
$$+P(\text{اولی دیابتی}).P(\text{دومی سالم | اولی دیابتی})$$
$$=\frac{۵}{۸}\times\frac{۳}{۷}+\frac{۳}{۸}\times\frac{۵}{۷}=\frac{۳۰}{۵۶}=\frac{۱۵}{۲۸}$$

۴۹۵- گزینه‌ی «۴»

دو حالت داریم:

۱- موش اول سفید، موش دوم سفید، موش سوم سیاه:

$$P_۱=\left(\frac{۵}{۳+۵}\right)\left(\frac{۴}{۳+۴}\right)\left(\frac{۳}{۳+۳}\right)=\frac{۵}{۸}\times\frac{۴}{۷}\times\frac{۳}{۶}=\frac{۵}{۲۸}$$

۲- موش اول سفید، موش دوم سیاه، موش سوم سیاه:

$$P_۲=\left(\frac{۵}{۳+۵}\right)\left(\frac{۳}{۳+۴}\right)\left(\frac{۲}{۲+۴}\right)=\frac{۵}{۸}\times\frac{۳}{۷}\times\frac{۲}{۶}=\frac{۵}{۵۶}$$

پس احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P = P_1 + P_2 = \frac{۵}{۲۸}+\frac{۵}{۵۶}=\frac{۱۰}{۵۶}+\frac{۵}{۵۶}=\frac{۱۵}{۵۶}$$

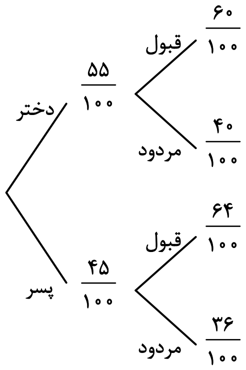
دقت کنید که چون موش‌ها متوالیاً انتخاب شده‌اند، یعنی یکی یکی انتخاب شده‌اند، پس در هر انتخاب یکی از تعداد کل کم می‌شود.

راهبرد حل تیپ (۱۵)

به قسمت «قانون احتمال کل» در متن درس مراجعه کنید.

۴۹۶– گزینه‌ی «۲»

۵۵ درصد دختر هستند پس ۴۵ درصد پسر هستند. به نمودار زیر دقت کنید:



P (تمام واحدها را گذرانده‌اند)

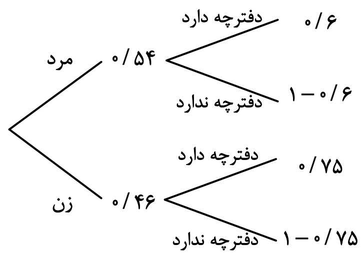
$= P$ (دختر و گذراندن تمام واحدها) $+ P$ (پسر و گذراندن تمام واحدها)

$$=\frac{۵۵}{۱۰۰}\times\frac{۶۰}{۱۰۰}+\frac{۴۵}{۱۰۰}\times\frac{۶۴}{۱۰۰}=\frac{۳۳۰۰}{۱۰۰۰۰}+\frac{۲۸۸۰}{۱۰۰۰۰}$$

$$=\frac{۶۱۸۰}{۱۰۰۰۰}=\frac{۶۱۸}{۱۰۰۰}\xrightarrow{\times ۱۰۰}\frac{۶۱۸}{۱۰}=۶۱/۸$$ درصد

۴۹۷– گزینه‌ی «۲»

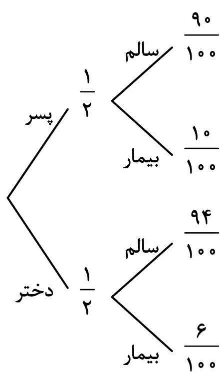
با استفاده از نمودار درختی، مسأله را حل می‌کنیم:



$\Rightarrow$ احتمال مورد نظر: $P = ۰/۵۴\times ۰/۶۰ + ۰/۴۶\times ۰/۷۵ = ۰/۶۶۹$

۴۹۸– گزینه‌ی «۲»

فرزندی که به دنیا می‌آید پسر است یا دختر. به نمودار زیر توجه کنید.

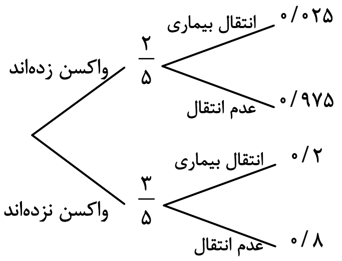


P (فرزند سالم) $= P$ (پسر و سالم) $+ P$ (دختر و سالم)

$$=\frac{۱}{۲}\times\frac{۹۰}{۱۰۰}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۹۴}{۱۰۰}=۰/۹۲$$

۴۹۹– گزینه‌ی «۱»

$\frac{۲}{۵}$ کارگران واکسن زده‌اند، پس $\frac{۳}{۵}$ آن‌ها واکسن نزده‌اند. به نمودار زیر دقت کنید:



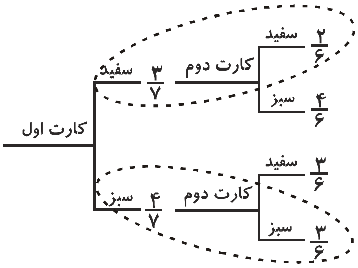
P (انتقال بیماری)

$= P$ (واکسن زده است و منتقل شده) $+ P$ (واکسن نزده و منتقل شده)

$$=\frac{۲}{۵}\times ۰/۰۲۵+\frac{۳}{۵}\times ۰/۲=\frac{۵۰}{۵۰۰۰}+\frac{۶}{۵۰}=\frac{۱}{۱۰۰}+\frac{۱۲}{۱۰۰}=\frac{۱۳}{۱۰۰}$$

۵۰۰– گزینه‌ی «۳»

راه حل اول: با استفاده از نمودار درختی، مساله را حل می‌کنیم:



پس احتمال همرنگ بودن دو کارت انتخاب شده، برابر است با:

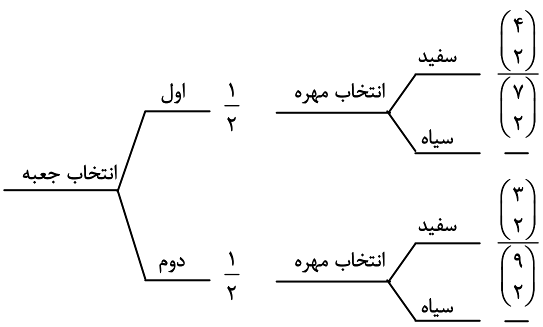
$$P=\frac{۳}{۷}\times\frac{۲}{۶}+\frac{۴}{۷}\times\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۷}+\frac{۲}{۷}\Rightarrow P=\frac{۳}{۷}$$

راه حل دوم: احتمال اینکه دو کارت را به صورت یکی یکی و بدون جاگذاری انتخاب کنیم با احتمال اینکه دو کارت را به صورت همزمان انتخاب کنیم برابر است.

$$P(\text{دو کارت هم‌رنگ})=\frac{\binom{۳}{۲}+\binom{۴}{۲}}{\binom{۷}{۲}}=\frac{۳+۶}{۲۱}=\frac{۹}{۲۱}=\frac{۳}{۷}$$

۵۰۱– گزینه‌ی «۱»

از نمودار درختی استفاده می‌کنیم، با استفاده از قانون احتمال کل، داریم:



احتمال مورد نظر: $P=\frac{1}{2}\times\frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}}+\frac{1}{2}\times\frac{\binom{3}{2}}{\binom{9}{2}}$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{\frac{4\times3}{2}}{\frac{7\times6}{2}}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{\frac{9\times8}{2}}=\frac{1}{7}+\frac{1}{24}=\frac{31}{168}$$

۵۰۲– گزینه‌ی «۱»

دقت کنید که چون می‌خواهیم احتمال آن را بیابیم که ۲ مهره از ۴ مهره‌ی انتخابی سفید باشد بنابراین باید ۲ مهره‌ی دیگر سیاه باشند و چون سه ظرف داریم، احتمال انتخاب هر یک از ۳ ظرف $\frac{1}{3}$ است. احتمال آنکه از هر ظرف ۲ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی سفید خارج شود را پیدا می‌کنیم.

احتمال انتخاب ظرف A $\frac{1}{3}$ $\qquad \frac{\binom{4}{2}\binom{5}{2}}{\binom{9}{4}}=\frac{6\times10}{126}$

احتمال انتخاب ظرف B $\frac{1}{3}$ $\qquad \frac{\binom{6}{2}\binom{3}{2}}{\binom{9}{4}}=\frac{15\times3}{126}$

احتمال انتخاب ظرف C $\frac{1}{3}$ $\qquad \frac{\binom{6}{2}\binom{3}{2}}{\binom{9}{4}}=\frac{15\times3}{126}$

$$\Rightarrow p(E)=\frac{1}{3}\left(\frac{60}{126}+\frac{45}{126}+\frac{45}{126}\right)=\frac{1}{3}\times\frac{150}{126}=\frac{50}{126}=\frac{25}{63}$$

توجه کنید:

$$\binom{n}{2}=\frac{n(n-1)}{2}\Rightarrow\begin{cases}\binom{6}{2}=\frac{6\times5}{2}=15\\ \binom{5}{2}=\frac{5\times4}{2}=10\end{cases}$$

راهبرد حل تیپ (۱۶)

به قسمت «قانون ضرب احتمال‌های پیشامدهای مستقل » در متن درس مراجعه کنید.

۵۰۳– گزینه‌ی «۲»

جنسیت فرزندان مستقل از هم‌دیگر است. این‌که دو فرزند اول پسر هستند، تأثیری در فرزندان سوم و چهارم ندارد.

P (فرزند سوم و چهارم دختر) $=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

۵۰۴– گزینه‌ی «۴»

$$P(A)=\frac{7}{7}\times\frac{6}{7}=\frac{6}{7}$$

تعداد انتخاب‌های نفر دوم ۶ روز هفته می‌باشد. زیرا نمی‌بایستی در روزی که نفر اول متولد شده است به دنیا آمده باشد و یک انتخاب کمتر دارد.

راهبرد حل تیپ (۱۷)

به قسمت‌های «متمم یک پیشامد» و «قانون ضرب احتمال‌های پیشامدهای مستقل» در متن درس مراجعه کنید.

۵۰۵– گزینه‌ی «۳»

احتمال آنکه در هر تاس عدد ۵ و ۶ ظاهر نشود $\frac{4}{6}$ است، پس:

احتمال ظاهر نشدن ۵ و ۶ در هر دو تاس : $P(A')=\frac{4}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$

احتمال ظاهرشدن ۵ یا ۶ یا هر دو : $P(A)=1-P(A')=1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$

۵۰۶– گزینه‌ی «۲»

احتمال آنکه ماه تولد این ۴ نفر متفاوت باشد، برابر است با:

$$\frac{12}{12}\times\frac{11}{12}\times\frac{10}{12}\times\frac{9}{12}=\frac{55}{96}$$

متمم پیشامد آنکه «ماه تولد حداقل دو نفر از ۴ نفر یکسان باشد» آن است که «ماه تولد هر ۴ نفر متفاوت باشد»، پس با توجه به خواص پیشامد متمم، می‌توان نوشت:

احتمال مورد نظر: $P=1-\frac{55}{96}=\frac{41}{96}$

راهبرد حل تیپ (۱۸)

به قسمت‌های «قانون جمع احتمال‌های پیشامدهای ناسازگار» و «قانون ضرب احتمال‌های پیشامدهای مستقل» در متن درس مراجعه کنید.

۵۰۷– گزینه‌ی«۲»

ابتدا توجه کنید که در هر بار پرتاب هر تاس، احتمال زوج آمدن عدد رو شده برابر $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ است.

سه حالت مطلوب امکان‌پذیر است که با توجه به مستقل بودن پرتاب تاس‌ها از هم، می‌توان نوشت:

۱) در پرتاب اول، هر دو تاس زوج بیایند: $P_1=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

۲)در پرتاب دوم، برای اولین بار هر دو تاس زوج بیایند:

$$P_2=\underbrace{(1-\overset{\text{هر دو زوج}}{\frac{1}{4}})}_{\text{پرتاب اول}}\ \underbrace{(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2})}_{\text{پرتاب دوم}}=\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{16}$$

۳) در پرتاب سوم، برای اولین بار هر دو تاس زوج بیایند:

$$P_3=\underbrace{(1-\overset{\text{هر دو زوج}}{\frac{1}{4}})}_{\text{پرتاب اول}}\ \underbrace{(1-\overset{\text{هر دو زوج}}{\frac{1}{4}})}_{\text{پرتاب دوم}}\ \underbrace{(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2})}_{\text{پرتاب سوم}}=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{9}{64}$$

چون سه حالت بالا ناسازگارند، پس:

$\Rightarrow$ احتمال موردنظر : $P=P_1+P_2+P_3$

$$=\frac{1}{4}+\frac{3}{16}+\frac{9}{64}=\frac{16}{64}+\frac{12}{64}+\frac{9}{64}=\frac{16+12+9}{64}=\frac{37}{64}$$

راهبرد حل تیپ (۱۹)

به قسمت‌های «اجتماع دو پیشامد » و «پیشامدهای مستقل» در متن درس مراجعه کنید.

۵۰۸– گزینه‌ی «۱»

A : پیشامد آن‌که فرد انتخاب شده، تحصیلات ابتدایی داشته باشد.

B : پیشامد آن‌که فرد انتخاب شده، مهارت قالی‌بافی داشته

پس $A\cup B$ ، پیشامد آن است که فرد انتخاب شده تحصیلات ابتدایی یا مهارت قالی‌بافی داشته باشد، داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

از آن‌جا که دو پیشامد A و B مستقلند، پس:

$$P(A\cap B)=P(A).P(B)$$

بنابراین:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A).P(B)$$
$$=۰/۶+۰/۲۵-(۰/۶)(۰/۲۵)=۰/۸۵-۰/۱۵=۰/۷$$

۵۰۹– گزینه‌ی «۲»

برای آنکه در پرتاب هر کدام از تاس‌ها، عدد رو شده مضرب ۳ نباشد، باید یکی از اعداد $\{۱,۲,۴,۵\}$ رو شود، که احتمال این پیشامد برابر است با $\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$.

از آنجا که پرتاب دو تاس مستقل از هم است، احتمال آنکه عدد رو شده در پرتاب هر دو تاس مضرب ۳ نباشد، برابر است با: $\frac{۲}{۳}\times\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۹}$.

۵۱۰– گزینه‌ی «۴»

اگر A پیشامد متمایز بودن سه عدد رو شده باشد، آنگاه:

$$P(A)=\frac{۶}{۶}\times\frac{۵}{۶}\times\frac{۴}{۶}$$

اگر B پیشامد «مساوی بودن هر ۳ عدد در ۳ بار پرتاب یک تاس باشد»، آنگاه:

$$B=\{(۱,۱,۱),(۲,۲,۲),\dots,(۶,۶,۶)\}\Rightarrow n(B)=۶$$

$$\Rightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۶}{۶^۳}$$

$$\Rightarrow \frac{P(A)}{P(B)}=\frac{\frac{۶\times۵\times۴}{۶^۳}}{\frac{۶}{۶^۳}}=\frac{۶\times۵\times۴}{۶}=۵\times۴=۲۰$$

۵۱۱– گزینه‌ی «۳»

یکی از اعضای تیم را در نظر می‌گیریم. برای این فرد هر ۱۲ ماه سال مطلوب است، اما نفر بعدی باید در ماهی غیر از ماه نفر اول باشد، پس برای فرد دوم ۱۱ ماه از سال مطلوب است. برای فرد سوم، ۱۰ ماه از سال مطلوب است (ماه‌هایی بجز ماه‌های تولد نفرات اول و دوم) و ...

به همین ترتیب برای نفر ششم ۷ ماه از سال مطلوب است (ماه‌هایی بجز ماه‌های تولد نفرات اول تا پنجم).

از آنجایی که ماه تولد افراد مستقل از هم است، احتمال پیشامد مورد نظر، برابر است با:

$$\frac{۱۲}{۱۲}\times\frac{۱۱}{۱۲}\times\dots\times\frac{۷}{۱۲}=\frac{۱۲\times۱۱\times\dots\times۷}{۱۲^۶}$$

طبق تعریف «ترتیب»، می‌دانیم

$$P(۱۲,۶)=\frac{۱۲!}{(۱۲-۶)!}=۱۲\times۱۱\times\dots\times۷$$

پس احتمال مورد نظر، برابر با $\frac{P(۱۲,۶)}{۱۲^۶}$ است.

۵۱۲– گزینه‌ی «۲»

پیشامد بهبود شخص A بعد از عمل جراحی را با A و پیشامد بهبود شخص B را با B نمایش می‌دهیم؛ پیشامد $A\cup B$ مورد نظر سؤال است:

می‌دانیم: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\quad(*)$

در این مسأله، A و B مستقل از هم هستند، پس

$$P(A\cap B)=P(A).P(B)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{*}P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A).P(B)$$
$$=۰/۸+۰/۶-۰/۸\times۰/۶=۰/۹۲$$

۵۱۳– گزینه‌ی «۱»

متمم پیشامد آنکه «حداقل یک از دو فرد A و B تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا نکند»، آن است که «هر دو فرد A و B تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا بکنند»، که با توجه به مستقل بودن دو فرد A و B، احتمال اخیر، برابر است با:

$$۰/۶\times۰/۷=۰/۴۲$$

بنابراین احتمال مورد نظر سؤال، برابر می‌شود با:

$$P=۱-۰/۴۲=۰/۵۸$$

۵۱۴– گزینه‌ی «۳»

می‌دانیم برای آنکه فردی دارای RH منفی باشد، لازم است دو ژن منفی داشته باشد و چون این ژن‌ها را از والدین خود به ارث می‌برد، می‌توانیم منفی بودن هر یک از این ژن‌ها را مستقل فرض کنیم، بنابراین:

$$P(\text{RH منفی باشد})=P(\text{هر دو ژن منفی})=۰/۴\times۰/۴=۰/۱۶$$

همچنین:

$$P(\text{RH منفی نباشد})=۱-P(\text{RH منفی باشد})$$
$$=۱-۰/۱۶=۰/۸۴$$

$$\Rightarrow\frac{P(\text{RH منفی نباشد})}{P(\text{RH منفی باشد})}=\frac{۰/۸۴}{۰/۱۶}=۵/۲۵$$

۵۱۵– گزینه‌ی «۲»

$$P(\text{دختر})=۱-P(\text{پسر})=۱-\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

$$P(\text{هر دو دختر یا هر دو پسر})=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۴}\times\frac{۳}{۴}=\frac{۱۰}{۱۶}=\frac{۵}{۸}$$

۵۱۶– گزینه‌ی «۲»

حالت‌ها به صورت زیر خواهند بود:

(دختر * پسر * پسر * پسر) یا (پسر * دختر * پسر * پسر)

$$P_۱=\left(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\right)+\left(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\right)=\frac{۱}{۸}$$

(پسر * دختر * دختر * دختر) یا (دختر*پسر*دختر*دختر)

$$P_۲=\left(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\right)+\left(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\right)=\frac{۱}{۸}$$

$$P=P_۱+P_۲=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۸}=\frac{۱}{۴}$$

راهبرد حل تیپ (۲۰)

به قسمت «متغیرهای تصادفی و توزیع احتمال» و «توزیع احتمال» در متن درس مراجعه کنید.

۵۱۷– گزینه‌ی «۳»

اگر متغیر تصادفی X برابر با تعداد موش‌های سفید انتخاب شده از میان ۴ موش سفید و ۶ موش سیاه باشد، آنگاه X می‌تواند مقادیر صفر، یک و دو را بپذیرد و داریم:

$$P(X=x)=\frac{\binom{۶}{x}\binom{۴}{۲-x}}{\binom{۱۰}{۲}}=\frac{\binom{۶}{x}\binom{۴}{۲-x}}{۴۵}$$