

سؤال‌های تألیفی:
فرهاد وهایی

- کردکوی - نمونه حضرت زینب - ۹۰ (۷ بار تکرار)
کرج - قلم چی - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)
سنندج - پویش - ۹۰ (۹ بار تکرار)
مینودشت - پروین اعتماسی - ۹۰ (۹ بار تکرار)
بیرجند - استعدادهای درخشان شهید بهشتی - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)
دزفول - غیر انتفاعی فرهنگ - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)
تهران - غیر انتفاعی معلم - ۹۰ (۱۷ بار تکرار)

هماهنگ کشوری - اسفند - ۸۲

- شبستر - نمونه برهان الدین - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)
آشخانه - رضوان - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)
ارومیه - اندیشه برنا - ۹۰ (۱۴ بار تکرار)
تهران - کیمیای سعادت - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)

- فریدون شهر - پویش - ۹۰ (۷ بار تکرار)

- شیراز - یاس - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)

- زاهدان - نمونه نرجس - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)

- ارومیه - ۱۳ آبان - ۹۰ (۵ بار تکرار)

- ارومیه - ۱۳ آبان - ۹۰ (۷ بار تکرار)

سؤال‌های دارای پاسخ تشریحی

مقدمات

- ۱- از مجموعه‌ی $A = \{1, 12, \dots, 20\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه این عدد اول باشد چقدر است؟
۲- فضای نمونه‌ای مربوط به پرتاب سه سکه را بنویسید. احتمال آنکه حداکثر دو بار پشت بیاید چقدر است؟
۳- تاسی را دوبار پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه عددی که بار دوم رو می‌شود کمتر از بار اول باشد چقدر است؟
۴- دو مکعب را با هم پرتاب می‌کنیم. تعیین کنید احتمال اینکه حاصل ضرب اعداد رو شده بیشتر از ۲۰ باشد.
۵- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. احتمال اینکه خانواده دارای ۳ پسر یا ۳ دختر باشد چقدر است؟
۶- خانواده‌ای چهار فرزند دارد. احتمال اینکه فرزندان پسر بیشتر باشند را به دست آورید.
۷- از ۱۰ عدد گردوی موجود ۴ عدد پوک است. اگر ۳ گردو را از بین آنها انتخاب کنیم مطلوبست احتمال آنکه: الف) هر سه گردو سالم باشند. ب) حداقل دو تا از گردوها سالم باشند.
۸- از یک جعبه که شامل ۲ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی قرمز است، ۲ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال آن را که حداقل یک مهره آبی باشد، حساب کنید.

قوانین احتمال

- ۹- اگر $p(A) = \frac{2}{7}$ و $p(B') = \frac{3}{8}$ و $p(A \cup B) = \frac{5}{14}$ ، حاصل $p(A \cap B)$ را تعیین کنید.
۱۰- اگر $p(A) = \frac{3}{4}$ و $p(B) = \frac{1}{5}$ باشد، $p(A \cup B)$ را در هر یک از حالات زیر تعیین کنید:
الف) A و B ناسازگار باشند. ب) $p(A \cap B) = \frac{3}{10}$.
۱۱- احتمال اینکه شخصی ناراحتی کلیه داشته باشد ۲۳٪ و ناراحتی قلبی داشته باشد ۲۴٪ و دست کم یکی از این دو نوع بیماری را داشته باشد ۳۸٪ است. احتمال اینکه هر دو نوع بیماری را داشته باشد چقدر است؟
۱۲- یک عدد از مجموعه‌ی $S = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد انتخاب شده اول یا فرد باشد را تعیین کنید.

پیشامدهای مستقل

- ۱۳- تاس سالمی را دوبار پرتاب می‌کنیم. فرض کنید A پیشامد اینکه مجموع اعداد دو تاس ۹ باشد و B پیشامد مشاهده‌ی عدد ۳ در اولین پرتاب تاس باشد، آیا A و B مستقلند؟ چرا؟
۱۴- اگر $p(A) = \frac{1}{3}$ و $p(B) = \frac{1}{6}$ باشد و دو پیشامد A و B مستقل باشند، $p(A \cup B)$ را حساب کنید.
۱۵- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و $p(A) = 2p(B)$ و $P(A \cup B) = \frac{4}{9}$ باشد، $p(A)$ را بیابید.
۱۶- فرض کنید در جامعه‌ای درصد گروه خونی به این صورت باشد: نوع AB ، ۶ درصد، نوع A ، ۴۵ درصد، نوع B ، ۲۰ درصد و نوع O ، ۲۹ درصد، بیماری در بیمارستان به خون نیاز دارد. چقدر احتمال دارد گروه خونی این بیمار از نوع A یا B باشد؟
۱۷- احتمال آنکه دانش‌آموزی در درس ریاضی قبول شود $\frac{7}{10}$ و احتمال اینکه در درس شیمی قبول شود $\frac{85}{100}$ ، مطلوب است احتمال آنکه: الف) هر دو درس قبول شود. ب) حداقل در یکی از دو درس قبول شود.

سؤال‌های دارای پاسخ کوتاه

مقدمات

هماهنگ یزد - ۸۵

اصفهان - حکمت - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)

قرچک - سوده همدانی - ۹۰ (۹ بار تکرار)

اصفهان - سؤالات هماهنگ - ۹۰ (۹ بار تکرار)

شیراز - نمونه برهان الدین - ۹۰ (۱۱ تکرار)

شهرکرد - قلم چی - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)

مرودشت - شاهد - ۹۰ (۱۷ بار تکرار)

هماهنگ کشوری - دی - ۷۶

- ۱- از مجموعه $\{0, 1, \dots, 8, 9\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوبست احتمال اینکه عدد انتخاب شده: (الف) فرد باشد. (ب) مضرب ۵ باشد.
- ۲- یک سکه‌ی سالم را سه بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه سکه ۲ بار رو بیاید چقدر است؟
- ۳- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه مجموع دو عدد رو شده حداقل ۹ باشد را به دست آورید.
- ۴- یک مکعب را سه بار پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه فقط دو بار شش ظاهر شود چقدر است؟
- ۵- خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. مطلوبست احتمال آنکه: (الف) اولین فرزند دختر این خانواده فرزند سوم باشد. (ب) دو فرزند پسر باشند.
- ۶- احتمال آنکه در یک خانواده‌ی چهار فرزندی دو فرزند بزرگتر هم جنس و دو فرزند کوچکتر جنسیت مختلف داشته باشند چقدر است؟
- ۷- می‌خواهیم از بین ۵ پزشک و ۸ پرستار ۴ نفر را برای اعزام به مناطق سیل‌زده انتخاب کنیم. احتمال آن را بیابید که: (الف) ۳ پرستار و یک پزشک انتخاب شوند. (ب) حداقل ۳ پزشک انتخاب شوند. (ساده کردن الزامی نیست)
- ۸- از جعبه‌ای که شامل پنج مهره‌ی سفید و سه مهره‌ی سیاه است دو مهره با هم به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال اینکه هر دو مهره سفید باشند، چقدر است؟

قوانین احتمال

دزفول - حجاب - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)

کرمان - علوم پزشکی - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)

نجف آباد - منتظری - ۹۰ (۱۴ بار تکرار)

تهران - غیرانتفاعی صراط - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)

- ۹- اگر $P(B) = 3P(A \cap B)$ و $P(A) = 2P(B) = 0.5$ ، آنگاه $P(A \cup B)$ را به دست آورید.
- ۱۰- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند و $p(A) = \frac{1}{3}$ و $p(A \cup B) = \frac{5}{6}$ ، آنگاه $p(B')$ را به دست آورید.
- ۱۱- احتمال اینکه دانش‌آموزی در درس فیزیک قبول شود 0.35 و برای درس ریاضی 0.45 می‌باشد. احتمال آنکه حداقل در یکی از دو درس قبول شود 0.75 است. احتمال اینکه در هر دو درس قبول شود چیست؟
- ۱۲- عددی به تصادف از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 100\}$ انتخاب می‌کنیم. با چه احتمال این عدد نه مضرب ۳ و نه مضرب ۵ است؟

پیشامدهای مستقل

فارسان - شاهد - ۹۰ (۷ بار تکرار)

قزوین - حجاب - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)

سنندج - امام خمینی - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)

زاهدان - نمونه نرجس - ۹۰ (۵ بار تکرار)

یزد - حضرت سید الشهداء - ۹۰ (۷ بار تکرار)

- ۱۳- دو سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. نشان دهید دو پیشامد $\{(پ, ر)\}$ و $\{(پ, پ)\}$ و $A = \{(پ, پ)\}$ مستقل‌اند.
- ۱۴- اگر A و B دو پیشامد مستقل و $P(A) = \frac{1}{4}$ و $P(B) = \frac{2}{3}$ باشند، $p(A \cup B)$ را بدست آورید.
- ۱۵- A و B دو پیشامد مستقل هستند. اگر $p(A \cap B) = \frac{1}{6}$ و $p(B) = \frac{1}{3}$ ، حاصل $p(A \cup B)$ را بدست آورید.
- ۱۶- فرض کنید 75% افراد جامعه چشم مشک‌ی و 40% گروه خونی از نوع A داشته باشند، یک فرد به طور تصادفی از بین آنها انتخاب کنید. احتمال آنکه آن فرد دارای چشم مشک‌ی یا دارای گروه خونی A باشد را حساب کنید.
- ۱۷- دو نفر در یک آزمون شرکت کرده‌اند، اگر احتمال قبولی اولی $\frac{1}{3}$ و احتمال قبولی دومی $\frac{1}{4}$ باشد، مطلوب است محاسبه‌ی احتمال اینکه: (الف) هر دو قبول شوند. (ب) فقط یکی از آنها قبول شود.

سؤال‌های دارای پاسخ تشریحی

هرسین - ولایت - ۹۰ (۳ بار تکرار)

هماهنگ کشوری - اسفند - ۸۲

هماهنگ کشوری - اسفند - ۸۲

مشهد - وارثان نور - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)

هرسین - شهید فرزاد رحیمی - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)

شیراز - دکتر حسابی - ۹۰ (۵ بار تکرار)

کرمانشاه - معلم - ۹۰ (۳ بار تکرار)

کرج - اهل بیت - ۹۰ (۱۷ بار تکرار)

طیس - نمونه رسول اکرم - ۹۰ (۱۷ بار تکرار)

هماهنگ کشوری - بهمن - ۸۶

تهران - غیرانتفاعی معلم - ۹۰ (۱۳ بار تکرار)

مشهد - حضرت زینب - ۹۰ (۹ بار تکرار)

مشهد - حضرت زینب - ۹۰ (۸ بار تکرار)

هماهنگ کشوری - دی - ۸۶

تهران - بشری - ۸۵ (۶ بار تکرار)

- ۱۸- در پرتاب سه تاس احتمال آنکه هر ۳ تاس عدد فرد بیاید را محاسبه کنید.
- ۱۹- مطالعات ژنتیکی نشان داده است که ۴۰٪ زن‌های تعیین‌کننده‌ی عامل RH خون منفی‌اند. مطلوب است احتمال آنکه:
الف) فردی دارای RH منفی باشد.
ب) در خانواده‌ای با سه فرزند فقط دو فرزند اول RH خون منفی داشته باشند.
- ۲۰- چهار نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که روز تولد هیچ دو نفری در یک روز هفته نباشد را حساب کنید.
- ۲۱- از یک جعبه که شامل ۲ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی قرمز است، ۲ مهره به تصادف خارج می‌کنیم، احتمال آن را که مهره‌ی اول آبی و مهره‌ی دوم قرمز باشد، محاسبه کنید.

احتمال شرطی - قانون احتمال کل

- ۲۲- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ی S باشند بطوریکه $p(A') = \frac{3}{4}$ و $p(B) = \frac{1}{6}$ و $p(A|B) = \frac{1}{4}$ مقدار $p(A \cup B)$ را محاسبه کنید.
- ۲۳- اگر A و B دو پیشامد باشند و $p(A) = \frac{3}{14}$ و $p(B) = \frac{5}{14}$ و $p(A \cup B) = \frac{3}{7}$ باشد، مطلوب است محاسبه‌ی $p(A|B)$.
- ۲۴- اگر A و B دو پیشامد مستقل و $p(A|B') = 0/4$ و $p(B) = 0/3$ باشند، آنگاه مقدار $p(A \cup B)$ را به دست آورید.
- ۲۵- در یک کلاس، ۲۰٪ دانش‌آموزان در امتحان ریاضی نمره‌ی کامل گرفته‌اند و ۱۵٪ آن‌ها در امتحان زیست نمره‌ی کامل اخذ کرده‌اند و ده درصد در هر دو درس نمره‌ی کامل گرفته‌اند. احتمال اینکه دانش‌آموزی از این کلاس نمره‌ی زیست را کامل گرفته باشد به شرط آنکه نمره‌ی ریاضی را نیز کامل اخذ کرده باشد چقدر است؟
- ۲۶- تاسی را پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم عدد آمده بزرگتر از ۳ است احتمال آنکه عدد رو آمده فرد باشد را حساب کنید.
- ۲۷- در پرتاب دو تاس اگر بدانیم هر دو زوج می‌آیند، احتمال آن را حساب کنید که مجموع اعداد رو شده ۶ باشد.
- ۲۸- فرض کنید احتمال انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر ۰/۰۹ و به فرزند دختر ۰/۰۷ باشد. والدینی که حامل این نوع بیماری هستند انتظار فرزندى را دارند.
الف) احتمال اینکه فرزند آنها سالم باشد چقدر است؟
ب) اگر بدانیم این فرزند پسر است احتمال سالم بودن آن چقدر است؟
- ۲۹- فرض کنید ۴۰ درصد دانشجویان دانشگاهی دختر باشند. اگر معدل ۲۰٪ دخترها و ۱۶٪ پسرها بالای ۱۷ باشد، معدل چند درصد از دانشجویان بالای ۱۷ است؟
- ۳۰- سه جعبه داریم که در جعبه‌ی اول ۳ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه و در جعبه‌ی دوم ۶ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه و در جعبه‌ی سوم تعدادی مهره‌ی سیاه نگهداری می‌شود. یکی از جعبه‌ها را به تصادف انتخاب کرده و از آن مهره‌ای به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال اینکه این مهره سیاه باشد چقدر است؟

متغیرهای تصادفی - توزیع احتمال

- ۳۱- کیسه‌ای شامل ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه است. ۳ مهره با هم و به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. اگر X تعداد مهره‌های سفید خارج شده باشد، جدول توزیع احتمال X را بنویسید.
- ۳۲- خانواده‌ای دارای دو فرزند است. اگر X تعداد فرزندان پسر باشد، جدول احتمال X را بنویسید.
- ۳۳- با توجه به جدول توزیع احتمال زیر، مقدار m را بیابید.

| | | | | |
|--------|------|------|-----|-------|
| X | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| $P(X)$ | $4m$ | $9m$ | m | $16m$ |

سؤال‌های دارای پاسخ کوتاه

سمنان - شهید باهنر - ۹۰ (۳ بار تکرار)

۱۸- سه تاس با هم پرتاب می‌شوند. احتمال اینکه هر سه عدد رو شده مضرب ۳ نباشند را تعیین کنید.

۱۹- اگر $\frac{1}{4}$ زن‌های تعیین‌کننده عامل RH منفی باشند، با چه احتمالی دو فرزند یک خانواده دارای یک نوع RH هستند؟

۲۰- سه نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه حداقل دو نفر آنها در یک ماه یکسان متولد شده باشند، چقدر است؟

۲۱- در آزمایشگاهی، ۴ موش سفید و ۵ موش سیاه در یک قفس نگهداری می‌شوند. در این قفس را باز می‌کنیم تا دو موش از آن خارج شوند. احتمال آن را بیابید که موش اول سیاه و موش دوم سفید باشد.

احتمال شرطی - قانون احتمال کل

جلفا - نمونه دولتی تلاش - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)

۲۲- اگر $p(A) = \frac{1}{2}$ و $p(B) = \frac{2}{3}$ و $p(A|B) = \frac{2}{5}$ باشند، حاصل $p(A \cup B)$ را بیابید.

قزچک - فرهنگ - ۹۰ (۱۱ بار تکرار)

۲۳- اگر A و B دو پیشامد باشند و $p(A) = \frac{9}{14}$ و $p(B) = \frac{1}{14}$ و $p(A \cup B) = \frac{1}{7}$ احتمال $p(B|A)$ را محاسبه کنید.

نجف آباد - شاهد کوثر - ۹۰ (۵ بار تکرار)

۲۴- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و $p(A) = \frac{1}{3}$ و $p(B|A) = \frac{1}{4}$ ، $p(A \cup B)$ را به دست آورید.

مشهد - امام رضا - ۸۵ (۳ بار تکرار)

۲۵- احتمال تجدید شدن دانش‌آموزی در درس فیزیک ۵۰ درصد، در درس شیمی ۴۰ درصد و در هر دو درس ۳۰ درصد است. اگر بدانیم که او در درس فیزیک تجدید شده است، احتمال تجدید شدن او در درس شیمی چقدر است؟

طبس - دکتر علی شریعتی - ۹۰ (۱۷ بار تکرار)

۲۶- تاسی را پرتاب کرده‌ایم. اگر بدانیم عدد رو شده کوچکتر از ۴ است، احتمال آنکه عدد اول باشد را تعیین کنید.

۲۷- دو تاس را پرتاب کرده‌ایم. اگر بدانیم که مجموع اعداد رو شده بزرگتر یا مساوی ۱۰ است، با چه احتمالی عدد هر دو تاس فرد است؟

هماهنگ تهران - ۸۶ (۱۱ بار تکرار)

۲۸- فرض کنید احتمال انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر $\frac{1}{9}$ و به فرزند دختر $\frac{7}{10}$ باشد. والدینی که حامل این نوع بیماری هستند انتظار فرزندى را دارند. احتمال این‌که فرزند آن‌ها سالم باشد چقدر است؟

طبس - دکتر علی شریعتی - ۹۰ (۱۳ بار تکرار)

۲۹- ۵۲٪ جمعیت کشوری را زنان و ۴۸٪ بقیه را مردان تشکیل می‌دهند. اگر ۸٪ زنان و ۹٪ مردان تحصیلات دانشگاهی داشته باشند، چند درصد جمعیت این کشور تحصیلات دانشگاهی دارند؟

کرمان - علوم پزشکی - ۹۰ (۹ بار تکرار)

۳۰- در یک کارخانه، ۶۰٪ محصولات را ماشین A و ۳۰٪ را ماشین B و بقیه را ماشین C تولید می‌کند. اگر این ماشین‌ها به ترتیب، ۱۰٪، ۶٪ و ۵٪ محصول معیوب تولید کنند، احتمال آنکه یک محصول که به تصادف از کارخانه انتخاب می‌شود معیوب باشد را به دست آورید.

متغیرهای تصادفی - توزیع احتمال

هماهنگ کشوری - دی - ۸۲

۳۱- جعبه‌ای شامل ۳ مهره‌ی آبی و ۴ مهره‌ی سفید است. از این جعبه ۴ مهره با هم و به تصادف خارج می‌کنیم. اگر X تعداد مهره‌های آبی خارج شده باشد، جدول توزیع احتمال X را بنویسید.

۳۲- می‌دانیم که خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است، بطوری که حداقل یکی از فرزندان آن پسر است. اگر متغیر تصادفی X برابر با تعداد فرزندان دختر این خانواده باشد، جدول توزیع احتمال X را رسم کنید.

پاکدشت - بعثت - ۹۰ (۶ بار تکرار)

۳۳- جدول زیر یک جدول توزیع احتمال است. مقدار a را محاسبه کنید.

| | | | | | |
|------|---------------|---|----------------|---------------|---------------|
| x | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| p(x) | $\frac{1}{8}$ | a | $\frac{1}{48}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{8}$ |

پاسخ‌نامه‌ی فصل اول

پاسف‌های تشریحی:
مسئله مایلو - فرهاد وفایی

۱- فضای نمونه‌ای انتخاب یک عدد از مجموعه‌ی $A = \{1, 2, \dots, 20\}$ که ده عضو دارد، است. بنابراین داریم:

$$n(S) = C(20, 1) = \frac{20!}{1! \times 19!} = 20$$

فضای پیشامد انتخاب یک عدد از مجموعه‌ی $\{11, 13, 17, 19\}$ که اعداد اول هستند، است. بنابراین داریم:

$$n(A) = C(4, 1) = \frac{4!}{1! \times 3!} = 4$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

۲- هر سکه دو حالت «پ» و «ر» دارد. بنابراین فضای نمونه‌ای پرتاب سه سکه دارای $2^3 = 8$ حالت است.

$$S = \{(پ, پ, پ), (پ, پ, ر), (پ, ر, پ), (پ, ر, ر), (ر, پ, پ), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ), (ر, ر, ر)\}$$

پیشامد حداکثر دو بار پشت یعنی ۲ بار یا ۱ بار یا هیچ بار پشت که به صورت زیر است:

$$A = \{(پ, پ, ر), (پ, ر, پ), (پ, ر, ر), (ر, پ, پ), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ), (ر, ر, ر)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 7, n(S) = 8$$

$$\Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

در این سؤال می‌توانستیم از پیشامد متمم نیز استفاده کنیم. متمم حداکثر ۲ بار پشت، ۳ بار پشت است که فقط یک حالت دارد.

۳- هر تاس دارای ۶ حالت است. پس طبق اصل ضرب فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس دارای $6 \times 6 = 36$ حالت است.

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

پیشامد آنکه عدد تاس در مرتبه‌ی دوم از عدد تاس در مرتبه‌ی اول کمتر باشد، به صورت زیر است:

$$A = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 15$$

$$\Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

۴- مکعب همان تاس است و دارای ۶ حالت است. پس فضای نمونه‌ای پرتاب دو مکعب نیز ۳۶ حالت دارد.

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

پیشامد آنکه حاصلضرب اعداد رو شده از ۲۰ بزرگتر باشد به

صورت زیر است:

$$A = \{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 6$$

$$\Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

۵- هر فرزند دارای دو حالت «پسر» و «دختر» است. بنابراین فضای نمونه‌ای ۴ فرزند، $2^4 = 16$ عضو دارد.

$$n(S) = 2^4 = 16$$

پیشامد آنکه خانواده دارای ۳ پسر یا ۳ دختر باشد به صورت زیر است:

$$A = \{(پ, پ, پ, د), (پ, پ, د, پ), (پ, د, پ, پ), (پ, د, د, د), (د, پ, پ, پ), (د, پ, د, د), (د, د, پ, پ), (د, د, د, د)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 8$$

$$\Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

۶- هر فرزند دارای دو حالت «پسر» و «دختر» است. بنابراین فضای نمونه‌ای ۴ فرزند دارای $2^4 = 16$ عضو است.

$$n(S) = 2^4 = 16$$

برای آنکه تعداد فرزندان پسر بیشتر باشد، باید یا ۳ پسر یا ۴ پسر در خانواده باشند. بنابراین پیشامد مورد نظر به صورت زیر است:

$$A = \{(پ, پ, پ, پ), (پ, پ, پ, د), (پ, پ, د, پ), (پ, د, پ, پ), (پ, د, پ, د), (پ, د, د, پ), (پ, د, د, د)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 5$$

$$\Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{16}$$

۷- ۱۰ عدد گردو، ۴ پوک و در نتیجه ۶ گردوی سالم وجود دارد. فضای نمونه‌ای انتخاب سه گردو از بین ده گردو است.

$$n(S) = C(10, 3) = \frac{10!}{3! \times 7!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

الف) پیشامد آنکه هر سه گردو سالم باشند یعنی باید هر سه گردو را از بین ۶ گردوی سالم انتخاب کنیم.

$$n(A) = C(6, 3) = \frac{6!}{3! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

$$\Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

ب) حداقل دو تا سالم باشند یعنی ۲ تا یا ۳ تا گردو سالم باشند. وقتی دو تا سالم انتخاب می‌کنیم باید یک گردوی دیگر را از بین گردوهای پوک انتخاب کنیم. بنابراین داریم:

$$p(A) = 0.23 \text{ و } p(B) = 0.24$$

دست کم یکی از دو نوع بیماری را دارد یعنی یا ناراحتی کلیه دارد یا ناراحتی قلبی دارد که آن را با $A \cup B$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$p(A \cup B) = 0.38$$

طبق فرمول $p(A \cup B)$ داریم:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 0.38 = 0.23 + 0.24 - p(A \cap B)$$

$$\Rightarrow p(A \cap B) = 0.47 - 0.38 = 0.09$$

یعنی ۹ درصد احتمال دارد که هر دو نوع بیماری را داشته باشد.

۱۲- اول بودن عدد را با A و فرد بودن را با B نمایش می‌دهیم.

داریم:

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11\} \Rightarrow n(A) = 5$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \Rightarrow n(B) = 6$$

$$A \cap B = \{3, 5, 7, 11\} \Rightarrow n(A \cap B) = 4$$

$$n(S) = 12 \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{5}{12} + \frac{6}{12} - \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$$

۱۳- دو پیشامد را نوشته و احتمال آنها را حساب می‌کنیم:

$$A = \{(3, 6), (6, 3), (4, 5), (5, 4)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$B = \{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\}$$

$$\Rightarrow n(B) = 6$$

در پرتاب دو تاس داریم:

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \\ p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

حال پیشامد $A \cap B$ را حساب می‌کنیم:

$$A \cap B = \{(3, 6)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$$

$$\Rightarrow p(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{36}$$

حال رابطه‌ی $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ را بررسی می‌کنیم:

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B) \Rightarrow \frac{1}{36} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{6}$$

چون رابطه‌ی فوق برقرار نمی‌باشد، دو پیشامد A و B مستقل نمی‌باشند.

۱۴- چون A و B مستقل هستند داریم:

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$$

طبق فرمول $p(A \cup B)$ داریم:

$$n(B) = C(6, 2) \times C(4, 1) + C(6, 3)$$

هر سه سالم یک بوک دو سالم

$$\Rightarrow n(S) = \frac{6!}{4! \times 2!} \times \frac{4!}{3! \times 1!} + \frac{6!}{3! \times 3!}$$

$$15 \times 4 + 20 = 80$$

$$\Rightarrow p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}$$

۸- پیشامد آنکه «حداقل یک مهره آبی باشد»، با پیشامد آنکه «هیچ مهره‌ای آبی نباشد» متمم است، پس

حداقل یک آبی) P

$$= 1 - P = 1 - \frac{\binom{2}{0} \binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} = 1 - \frac{1 \times 3}{10} = \frac{7}{10}$$

۹- از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$p(B') = 1 - p(B)$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

بنابراین داریم:

$$p(B') = 1 - p(B)$$

$$\Rightarrow p(B) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{5}{14} = \frac{2}{7} + \frac{3}{8} - p(A \cap B)$$

$$p(A \cap B) = \frac{2}{7} + \frac{3}{8} - \frac{5}{14}$$

$$\Rightarrow p(A \cap B) = \frac{32 + 30 - 40}{14 \times 8} = \frac{62}{14 \times 8}$$

$$\Rightarrow p(A \cap B) = \frac{31}{14 \times 4} = \frac{31}{56}$$

۱۰- الف) وقتی A و B ناسازگارند، یعنی اشتراک آنها تهی است و در نتیجه $p(A \cap B) = 0$ ، بنابراین داریم:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) = \frac{3}{4} + \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow p(A \cup B) = \frac{15 + 4}{20} = \frac{19}{20}$$

ب) با توجه به قانون $p(A \cup B)$ داریم:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$\Rightarrow p(A \cup B) = \frac{3}{4} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10} = \frac{15 + 4 - 6}{20} = \frac{13}{20}$$

۱۱- پیشامد داشتن ناراحتی کلیه را با A و پیشامد داشتن ناراحتی قلبی را با B نمایش می‌دهیم. طبق فرض مسأله داریم:

$$p(\text{هر سه فرد}) = \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{8}$$

۱۹- الف) برای آنکه فردی دارای RH منفی باشد، لازم است دو زن منفی داشته باشد و چون این زن‌ها را از هر یک از والدین خود به ارث می‌برد، می‌توانیم منفی بودن هر یک از این زن‌ها را مستقل فرض کنیم. بنابراین:

$$P(\text{هر دو زن منفی}) = P(\text{RH منفی}) \\ = P(\text{یک زن منفی}) \times P(\text{یک زن منفی}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

ب) RH هر یک از فرزندان، مستقل از دیگری است، باید احتمال آن را بیابیم که فرزند اول و فرزند دوم دارای RH منفی باشد و فرزند سوم دارای RH مثبت باشد:

$$P = (\frac{1}{16})(\frac{1}{16})(1 - \frac{1}{16})$$

۲۰- پیشامد متولد شدن افراد در روزهای هفته، مستقل از هم است. بنابراین داریم:

$$P(A) = \frac{7}{7} \times \frac{6}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{120}{343}$$

۲۱- احتمال آبی بودن مهره‌ی اول، برابر است با $\frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}$ ، اگر بدانیم که مهره‌ی اول آبی است، خروج مهره‌ی دوم مستقل از خروج مهره‌ی اول است و احتمال آن برابر است با $\frac{3}{1+3} = \frac{3}{4}$ ، پس احتمال مورد نظر برابر است با:

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$$

۲۲- با توجه به فرمول $p(A|B)$ داریم:

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \\ \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{p(A \cap B)}{\frac{1}{6}} \Rightarrow p(A \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

از طرفی روابط زیر برقرار هستند:

$$p(A') = 1 - p(A) \\ p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

بنابراین داریم:

$$p(A') = 1 - p(A) \Rightarrow \frac{3}{4} = 1 - p(A) \Rightarrow p(A) = \frac{1}{4} \\ p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} \\ \Rightarrow p(A \cup B) = \frac{3+2-1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

۲۳- با توجه به فرمول $p(A \cup B)$ داریم:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \\ = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{3}{6} - \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

۱۵- چون A و B مستقل هستند، رابطه‌ی $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ برقرار است. بنابراین طبق فرمول $p(A \cup B)$ داریم:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \\ \Rightarrow p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A) \times p(B) \\ \xrightarrow{p(A)=2p(B)} \frac{4}{9} = p(A) + \frac{1}{2}p(A) - p(A) \times \frac{1}{2}p(A)$$

$$\xrightarrow{p(A)=x} \frac{4}{9} = x + \frac{x}{2} - x \times \frac{x}{2}$$

$$\frac{4}{9} = \frac{3x}{2} - \frac{x^2}{2} = \frac{3x - x^2}{2}$$

$$\Rightarrow 8 = 27x - 9x^2 \Rightarrow 9x^2 - 27x + 8 = 0$$

$$\Delta = 729 - 288 = 441$$

$$\Rightarrow x = \frac{27 \pm 21}{18} = \begin{cases} \frac{48}{18} & \text{غ.ق.ق} \\ \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow p(A) = \frac{1}{3}$$

دقت کنید که حاصل احتمال همواره کوچکتر یا مساوی ۱ است.

۱۶- گروه خونی افراد مستقل از یکدیگر است. گروه خونی، A یا B باشد یعنی $p(A \cup B)$ خواسته شده است. داریم:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \\ \xrightarrow{\text{مستقل A و B}} p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A) \times p(B) \\ = p(A) + p(B) - p(A) \times p(B) \\ = \frac{1}{45} + \frac{1}{20} - \frac{1}{45} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{65} - \frac{1}{900} = \frac{1}{54}$$

۱۷- قبولی در درس ریاضی و شیمی مستقل از یکدیگر است. قبولی در درس ریاضی را با A و قبولی در درس شیمی را با B نشان می‌دهیم.

الف) در هر دو درس قبول شود یعنی $A \cap B$ خواسته شده است.

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B) = \frac{1}{7} \times \frac{1}{85} = \frac{1}{595}$$

ب) حداقل در یکی از دو درس قبول شود یعنی $A \cup B$ خواسته شده است.

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \\ = p(A) + p(B) - p(A) \times p(B) \\ = \frac{1}{7} + \frac{1}{85} - \frac{1}{7} \times \frac{1}{85} = \frac{1}{55} - \frac{1}{595} = \frac{1}{955}$$

۱۸- هر تاس دارای ۶ حالت است که سه تایی آنها فرد هستند (۱، ۳، ۵) در ضمن پرتاب تاس‌ها مستقل از هم هستند. بنابراین داریم:

۲۷- پیشامد اینکه هر دو تاس عدد زوج بیاید را با A و پیشامد اینکه مجموع اعداد رو شده ۶ باشد را با B نمایش می‌دهیم.
 $p(B|A)$ خواسته شده است.

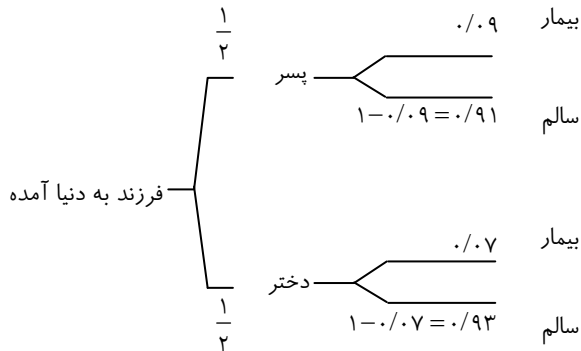
$$A = \{(2,2), (2,4), (2,6), (4,2), (4,4), (4,6), (6,2), (6,4), (6,6)\}$$

$$B = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{(2,4), (4,2)\} \text{ و } n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$p(B|A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{2}{9}} = \frac{2}{36} \times \frac{9}{2} = \frac{1}{2}$$

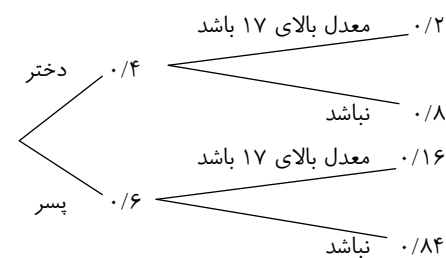
۲۸- الف) با استفاده از نمودار درختی، مسأله را حل می‌کنیم:



$$\Rightarrow P = \frac{1}{2} \times 0.09 + \frac{1}{2} \times 0.07 = 0.08$$

ب) چون احتمال انتقال بیماری به فرزند پسر ۰/۰۹ است، پس اگر بدانیم که فرزند به دنیا آمده پسر است، احتمال سالم بودن او برابر ۰/۹۱ است.

۲۹- ۴۰ درصد دانشجویان دختر هستند بنابراین ۶۰ درصد آنها پسر هستند. با استفاده از نمودار درختی داریم:



$$p(\text{معدل بالای } 17) = p(\text{دختر و بالای } 17) + p(\text{پسر و بالای } 17)$$

$$= 0.4 \times 0.2 + 0.6 \times 0.16 = 0.08 + 0.096 = 0.176$$

بنابراین معدل ۱۷/۶ درصد دانشجویان بالای ۱۷ است.

$$\Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{3}{14} + \frac{5}{14} - p(A \cap B)$$

$$\Rightarrow p(A \cap B) = \frac{3}{14} - \frac{2}{14} = \frac{1}{14}$$

$$\Rightarrow p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{14}}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{28}$$

۲۴- راه اول: با توجه به فرمول $p(A|B')$ و رابطه‌ی $A \cap B' = A - B$ داریم:

$$p(A|B') = \frac{p(A \cap B')}{p(B')} = \frac{p(A - B)}{1 - p(B)}$$

$$= \frac{p(A) - p(A \cap B)}{1 - p(B)} \quad (*)$$

چون A و B مستقل هستند رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$$

$$\xRightarrow{(*)} 0.4 = \frac{p(A) - p(A) \times 0.3}{1 - 0.3}$$

$$\Rightarrow 0.28 = 0.7p(A) \Rightarrow p(A) = 0.4$$

حال رابطه‌ی $p(A \cup B)$ را می‌نویسیم:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$= p(A) + p(B) - p(A) \times p(B)$$

$$= 0.4 + 0.3 - 0.4 \times 0.3 = 0.7 - 0.12 = 0.58$$

راه دوم: وقتی A و B مستقل هستند، A و B' نیز مستقل هستند و داریم:

$$p(A|B') = \frac{p(A \cap B')}{p(B')} = \frac{p(A) \times p(B')}{p(B')} = p(A)$$

$$\Rightarrow 0.4 = p(A)$$

بقیه‌ی راه حل مانند راه اول است.

۲۵- نمره‌ی کامل گرفتن در درس ریاضی را با A و در درس زیست را با B نمایش می‌دهیم. $p(B|A)$ خواسته شده است.

$$p(B|A) = \frac{p(B \cap A)}{p(A)} = \frac{0.10}{0.20} = \frac{1}{2}$$

۲۶- پیشامد این که عدد تاس بزرگتر از ۳ بیاید را با A و پیشامد این که عدد تاس فرد بیاید را با B نمایش می‌دهیم. $p(B|A)$ خواسته شده است.

$$A = \{4, 5, 6\} \text{ و } B = \{1, 3, 5\}$$

$$A \cap B = \{5\} \text{ و } n(S) = 6$$

$$\Rightarrow p(B|A) = \frac{p(B \cap A)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$$

$p(x=2) = p(\text{دو مهره‌ی سفید و یک مهره‌ی سیاه})$

$$= \frac{\binom{4}{2} \times \binom{5}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{6 \times 5}{\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{30}{14} = \frac{5}{2}$$

$p(x=3) = p(\text{هر سه مهره سفید})$

$$= \frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{4}{\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{4}{21} = \frac{1}{21}$$

| | | | | |
|--------|----------------|-----------------|----------------|----------------|
| x | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ |
| $p(x)$ | $\frac{5}{42}$ | $\frac{10}{21}$ | $\frac{5}{14}$ | $\frac{1}{21}$ |

۳۲- متغیر تصادفی X در این سؤال، می‌تواند مقادیر ۰، ۱ و ۲ را

بپذیرد، همچنین:

$$X=0 \Rightarrow \{d, d\} \Rightarrow P(X=0) = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$X=1 \Rightarrow \{d, p, p, d\} \Rightarrow P(X=1) = \frac{2}{2^2} = \frac{1}{2}$$

$$X=2 \Rightarrow \{p, p\} \Rightarrow P(X=2) = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

| | | | |
|--------|---------------|---------------|---------------|
| X | ۰ | ۱ | ۲ |
| $P(X)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |

۳۳- در هر جدول توزیع احتمال، مجموع احتمالات برابر ۱ است.

$$\sum P(X) = 1 \Rightarrow 4m + 9m + m + 16m = 1$$

$$\Rightarrow 30m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{30}$$

۳۴- اگر متغیر تصادفی X برابر با تعداد افراد درمان شده باشد، با در نظر

گرفتن $P = 0.7$ و $n = 5$ و با استفاده از توزیع دوجمله‌ای، داریم:

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$\Rightarrow P(X=x) = \binom{5}{x} (0.7)^x (0.3)^{5-x}$$

الف) $P(X=3) = \binom{5}{3} (0.7)^3 (0.3)^2$

ب) $P(X=2) + P(X=3)$

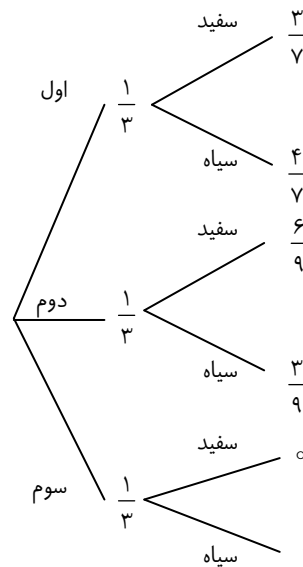
$$= \binom{5}{2} (0.7)^2 (0.3)^3 + \binom{5}{3} (0.7)^3 (0.3)^2$$

۳۰-

| | | |
|------------------|------------------|----------|
| ۳ سفید ۴ سیاه | ۶ سفید ۳ سیاه | فقط سیاه |
| اول | دوم | سوم |

احتمال اینکه یک جعبه به تصادف انتخاب شود، $\frac{1}{3}$ است. با

استفاده از نمودار درختی داریم:



$$\Rightarrow p(\text{سیاه}) = p(\text{جعبه‌ی اول و سیاه}) + p(\text{جعبه‌ی دوم و سیاه و سیاه}) + p(\text{جعبه‌ی سوم و سیاه})$$

$$\Rightarrow p(\text{سیاه}) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{9} + \frac{1}{3} \times 1$$

$$= \frac{4}{21} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{12+7+21}{9 \times 7} = \frac{40}{63}$$

۳۱- چون سه مهره انتخاب می‌کنیم، تعداد مهره‌های سفید می‌تواند صفر

یا یک یا دو یا سه باشد. یعنی متغیر تصادفی X اعداد فوق را

می‌پذیرد. حال احتمال هر یک را جداگانه حساب کرده و در

یک جدول می‌نویسیم:

$$p(x=0) = p(\text{هر سه مهره سیاه}) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{5 \times 4 \times 3}{9 \times 8 \times 7} = \frac{3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1}$$

$$\Rightarrow p(x=0) = \frac{5}{42}$$

$p(x=1) = p(\text{یک مهره‌ی سفید و دو مهره‌ی سیاه})$

$$= \frac{\binom{4}{1} \times \binom{5}{2}}{\binom{9}{3}} = \frac{4 \times \frac{5 \times 4}{2 \times 1}}{\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{40}{3 \times 4 \times 7} = \frac{10}{21}$$

پاسخ کوتاه فصل اول

- ۲۴ $\frac{1}{2}$
- ۲۵ $\frac{3}{5}$
- ۲۶ $\frac{2}{3}$
- ۲۷ $\frac{1}{6}$
- ۲۸ $\cdot/۹۲$
- ۲۹ $\cdot/۰.۸۴۸$
- ۳۰ $\cdot/۰.۸۳$
- ۳۱

| | | | | |
|------|----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| x | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ |
| p(x) | $\frac{1}{۳۵}$ | $\frac{۱۲}{۳۵}$ | $\frac{۱۸}{۳۵}$ | $\frac{۴}{۳۵}$ |

| | | | |
|------|---------------|---------------|---------------|
| x | ۰ | ۱ | ۲ |
| p(x) | $\frac{1}{۷}$ | $\frac{۳}{۷}$ | $\frac{۳}{۷}$ |

- ۳۲
- ۳۳ $a = \frac{۱۷}{۴۸}$
- ۳۴ $\cdot/۳۸۴$

$$\binom{۳۰}{۱۸} (\cdot/۸)^{۱۸} (\cdot/۲)^{۱۲} + \binom{۳۰}{۱۹} (\cdot/۸)^{۱۹} (\cdot/۲)^{۱۱} - ۳۵$$

- ۳۶ $\frac{۹۱۸}{۱۰۲۴}$
- ۳۷ $X = ۰, ۱, ۲, ۳, ۴$

$$P(X=۰) = \binom{۴}{۰} \times \left(\frac{۳}{۴}\right)^۴$$

$$P(X=۱) = \binom{۴}{۱} \times \left(\frac{۱}{۴}\right)^۱ \times \left(\frac{۳}{۴}\right)^۳$$

$$P(X=۲) = \binom{۴}{۲} \times \left(\frac{۱}{۴}\right)^۲ \times \left(\frac{۳}{۴}\right)^۲$$

$$P(X=۳) = \binom{۴}{۳} \times \left(\frac{۱}{۴}\right)^۳ \times \left(\frac{۳}{۴}\right)$$

$$P(X=۴) = \binom{۴}{۴} \times \left(\frac{۱}{۴}\right)^۴$$

$$\binom{۴}{۱} \left(\frac{۱}{۳}\right)^۱ \left(\frac{۲}{۳}\right)^۳ + \binom{۴}{۲} \left(\frac{۱}{۳}\right)^۲ \left(\frac{۲}{۳}\right)^۲ - ۳۸$$

- ۳۹ $\frac{۱۶}{۹}$
- ۴۰ $\frac{۱۱}{۳۲}$
- ۴۱ ۷ مرتبه

- ۱ (الف) $\frac{1}{2}$
- ۲ $\frac{3}{8}$
- ۳ $\frac{5}{۱۸}$
- ۴ $\frac{5}{۷۲}$
- ۵ (الف) $\frac{1}{۸}$
- ۶ $\frac{1}{۴}$

(ب) $\frac{\binom{۵}{۳} \binom{۸}{۱} + \binom{۵}{۴}}{\binom{۱۳}{۴}}$ (الف) $\frac{\binom{۸}{۳} \times \binom{۵}{۱}}{\binom{۱۳}{۴}}$

- ۸ $\frac{5}{۱۴}$
- ۹ $\frac{2}{3}$
- ۱۰ $\frac{1}{2}$
- ۱۱ $\cdot/۰.۵$
- ۱۲ $\cdot/۵۳$

-۱۳ از رابطه $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ استفاده کنید.

- ۱۴ $\frac{3}{۴}$
- ۱۵ $\frac{2}{3}$
- ۱۶ $\cdot/۸۵$
- ۱۷ (الف) $\frac{1}{۱۲}$
- (ب) $\frac{5}{۱۲}$

- ۱۸ $\frac{8}{۲۷}$
- ۱۹ $\cdot/۷۳۱۲$
- ۲۰ $\frac{۱۷}{۷۲}$
- ۲۱ $\frac{5}{۱۸}$
- ۲۲ $\cdot/۷$
- ۲۳ $\frac{8}{۹}$