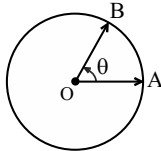


۱. تعاریف اولیه

مولف در نامه و تنظیم تست‌های این فصل: فرهاد حامی

◆ واحدهای اندازه‌گیری زاویه ◆

در صفحه‌ی مختصات یک زاویه توسط دو نیم‌خط که رأس مشترک دارند ایجاد می‌شود، اگر یک نیم‌خط را ثابت نگه داریم و ضلع دیگر را حرکت دهیم زاویه تغییر می‌کند. یک زاویه در دستگاه مختصات در **موقعیت استاندارد** است، هرگاه رأس آن در مبدأ و ضلع اولیه‌اش روی قسمت مثبت محور x ها باشد، هرگاه ضلع انتهایی **خلاف حرکت عقربه‌های ساعت** تغییر کند، **زاویه مثبت** و اگر در **جهت حرکت عقربه‌های ساعت** تغییر کند، **زاویه منفی** است.



۱) **تعریف رادیان:** مطابق شکل اگر متحرکی در نقطه‌ی A، بر روی دایره به شعاع واحد حول مبدأ در جهت مثبت، دوران کند و به نقطه‌ی B برسد، مسافت طی شده را اندازه‌ی زاویه‌ی دوران بر حسب رادیان می‌نامیم، اگر متحرک در جهت عقربه‌های ساعت حرکت کند، زاویه بر حسب رادیان منفی است.

توجه: هر متحرک بر روی دایره اگر به اندازه‌ی یک درجه بچرخد به اندازه‌ی $\frac{1}{360}$ محیط آن را طی می‌کند، برای دایره‌ای به شعاع واحد (محیط آن برابر

۲π است)، این طول برابر $\frac{2\pi}{360}$ یا $\frac{\pi}{180}$ رادیان است، پس یک درجه $\frac{\pi}{180}$ رادیان است و هر یک رادیان تقریباً ۵۷ درجه است.

۲) **رابطه‌ی بین درجه و رادیان:** اگر یک زاویه بر حسب درجه D و بر حسب رادیان R باشد، آن‌گاه رابطه‌ی بین درجه و رادیان به صورت زیر است:

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

◆ طول یک کمان در دایره ◆

در یک دایره به شعاع r، طول کمان L که توسط زاویه‌ی θ بر حسب رادیان ساخته می‌شود، برابر است با:

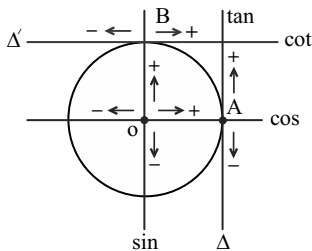
$$L = r\theta$$

مثال: در دایره‌ای به شعاع ۴، طول کمان ساخته شده توسط زاویه‌ی $\frac{\pi}{3}$ رادیان را بیابید.

حل:

$$L = r\theta \rightarrow L = 4\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{4\pi}{3}$$

◆ دایره‌ی مثلثاتی، تعیین علامت و مقدار نسبت‌ها در آن ◆



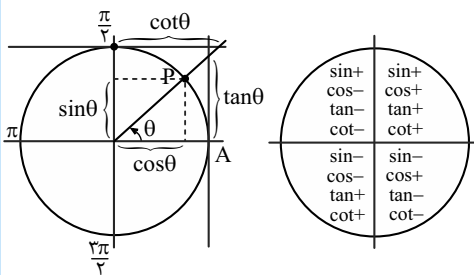
۱) **دایره‌ی مثلثاتی:** دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات O و شعاع واحد را دایره‌ی مثلثاتی می‌نامیم.

در دایره‌ی مثلثاتی، مبدأ کمان‌ها را نقطه‌ی A و جهت حرکت مثبت در آن را، خلاف حرکت عقربه‌های ساعت در نظر می‌گیریم.

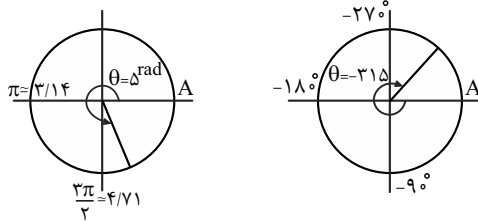
۲) **محورهای مثلثاتی:** مبدأ برای سینوس و کسینوس، مبدأ مختصات است. محور سینوس‌ها، منطبق بر محور y ها و محور کسینوس‌ها بر محور x ها منطبق است. نقطه‌ی A مبدأ برای تانژانت و خط Δ محور تانژانت نامیده می‌شود. نقطه‌ی B مبدأ کتانژانت و خط Δ' محور کتانژانت نامیده می‌شود. جهت پیکان‌ها مثبت یا منفی بودن آن علامت نسبت مثلثاتی را نمایش می‌دهد.

۳) **علامت و مقدار نسبت‌های مثلثاتی در نواحی چهارگانه:** در دایره‌ی مثلثاتی، به ازای هر مقدار حقیقی زاویه‌ی θ، نقطه‌ی $P(\cos \theta, \sin \theta)$ دوران یافته‌ی نقطه‌ی A تحت دوران θ حول مبدأ می‌باشد که در آن $x = \cos \theta$ و $y = \sin \theta$ است. با استفاده از خواص مثلث‌های متساوی‌الساقین و

متساوی‌الاضلاع، مقدار نسبت‌های مثلثاتی زوایای 30° ، 60° و 45° در جدول داده شده است. برای تعیین علامت نسبت‌ها، یک زاویه‌ی دل‌خواه، به عنوان مثال در ناحیه‌ی اول انتخاب می‌کنیم (شکل پایین سمت چپ)، آن را بر محور سینوس‌ها و کسینوس‌ها عمود می‌کنیم، مقدار سینوس و کسینوس آن مثبت است، امتداد این زاویه محور تانژانت‌ها را در نقطه‌ای به عرض مثبت و محور کتانژانت‌ها را در نقطه‌ای به طول مثبت قطع می‌کند، پس در ناحیه‌ی اول هر چهار نسبت مثبت هستند، در شکل دوم، علامت نسبت‌ها در چهار ناحیه‌ی مثلثاتی مشخص شده است.

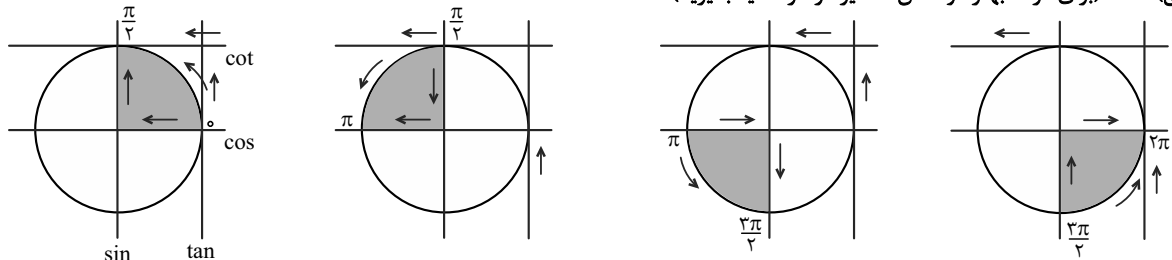


درجه	۰	۳۰°	۴۵°	۶۰°	۹۰°	۱۸۰°	۲۷۰°	۳۶۰°
رادیان	۰	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sin θ	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱	۰	-۱	۰
cos θ	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	-۱	۰	۱
tan θ	۰	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	تعریف نشده	۰	تعریف نشده	۰
cot θ	تعریف نشده	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۰	تعریف نشده	۰	تعریف نشده



مثال: علامت $\tan 5$ و $\sin(-315^\circ)$ را مشخص کنید.
حل: ابتدا باید ببینیم زاویه ۵ رادیان در کدام ناحیه مثلثاتی است، از آنجایی که $\frac{3\pi}{2} < 5 < 2\pi$ ، پس انتهای کمان در ناحیه چهارم و مقدار تانژانت آن منفی است. برای زاویه -315° ، با حرکت در جهت عقربه‌های ساعت می‌بینیم که انتهای کمان در ناحیه اول قرار خواهد گرفت و مقدار سینوس آن مثبت است.

۴ جهت تغییرات نسبت‌های مثلثاتی در نواحی چهارگانه: با تغییرات کمان در هر ناحیه، مقدار نسبت‌های مثلثاتی تغییر می‌کند، این تغییرات در نواحی چهارگانه در شکل‌های زیر مشخص شده است. علامت پیکان‌ها به \uparrow (به معنی صعودی)، \downarrow (به معنی نزولی)، \rightarrow (به معنی صعودی) و \leftarrow (به معنی نزولی) است. (برای درک بهتر دو کمان متمایز در هر ناحیه بگیرید)



تعیین مقادیر مثلثاتی برای تمام زوایا

در شکل‌های زیر به مقادیر نسبت‌ها، توجه کنید:

(۱) کمان $(\pi + \alpha)$	(۲) کمان $(\pi - \alpha)$	(۳) کمان $(\frac{\pi}{2} - \alpha)$	(۴) کمان $(\frac{\pi}{2} + \alpha)$	(۵) کمان $(-\alpha)$
۱) $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$ ۲) $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$ $\Rightarrow \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$	۱) $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$ ۲) $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ $\Rightarrow \tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$	۱) $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$ ۲) $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha$	۱) $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha$ ۲) $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \cos \alpha$	۱) $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ ۲) $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ $\Rightarrow \tan(-\alpha) = -\tan \alpha$

۱ تعیین مقادیر نسبت‌های مثلثاتی کمان‌های $\frac{k\pi}{2} + \alpha$: به ترتیب زیر عمل کنید:

- ۱- مضارب صحیح 2π را برای سینوس و کسینوس و مضارب صحیح π را برای تانژانت و کتانژانت، حذف کنید.
- ۲- با فرض اینکه α زاویه‌ای حاده باشد، تعیین کنید انتهای کمان در کدام ناحیه است و علامت نسبت مثلثاتی داده شده را، در آن ناحیه مشخص کنید.
- ۳- اگر در کمان باقی‌مانده، مضارب صحیح و فرد $\frac{\pi}{2}$ وجود داشت، با حذف آن، سینوس را به کسینوس (و به‌عکس) و تانژانت را به کتانژانت (و به‌عکس) تبدیل کنید.

(۱) $\sin(13\pi - \theta)$ (۲) $\cos(\frac{3\pi}{2} - \theta)$

مثال: حاصل عبارات روبه‌رو را به‌دست آورید.

حل: (۱) با حذف مضرب صحیح 2π ، به $\sin(\pi - \theta)$ می‌رسیم، از آنجایی که انتهای کمان $(\pi - \theta)$ در ناحیه دوم است و در ناحیه دوم سینوس مثبت است بنابراین، $\sin(13\pi - \theta) = \sin \theta$.

(۲) انتهای کمان در ناحیه سوم است، در ناحیه سوم کسینوس منفی است، از طرفی مضرب صحیح و فرد $\frac{\pi}{2}$ داریم، پس با حذف آن، کسینوس به سینوس تبدیل می‌شود، بنابراین $\cos(\frac{3\pi}{2} - \theta) = -\sin \theta$.

نکته (۱): اگر $\alpha + \beta = \pi$ ، آن‌گاه $\tan \alpha = -\tan \beta$ ، $\sin \alpha = \sin \beta$ و $\cos \alpha = -\cos \beta$.

نکته (۲): اگر $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ ، آن‌گاه $\sin \alpha = \cos \beta$ ، $\sin \alpha = \cos \beta$ ، $\cos \alpha = \sin \beta$ و $\cot \alpha = \tan \beta$.

نکته (۳): اگر $\alpha < x < \beta$ باشد، برای تعیین حدود تغییرات یک نسبت مثلثاتی می‌توانیم از دایره‌ی مثلثاتی یا نمودار آن استفاده کنیم. اگر می‌خواهید از دایره‌ی مثلثاتی استفاده کنید به مرز ناحیه‌ها توجه کنید.

برای محاسبه‌ی حدود تغییرات $A = \cos x$ وقتی $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ ، از آنجایی که $x = 0$ نیز جزء بازه است، پس:

$\cos(\frac{-\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ ، $\cos(0) = 1$ ، $\cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq A \leq 1$

کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور

دایره‌ی مثلثاتی و علامت نسبت‌ها در آن | تیپ ۱ | ریاضیات ۲: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۴ | حسابان: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۰

۵۳۱- اگر $\sin \alpha \cos \alpha > 0$ و $\cos \alpha \tan \alpha < 0$ باشد، آنگاه انتهای کمان α در کدام ناحیه‌ی مثلثاتی است؟
 (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۵۳۲- اگر $\sin x + \tan x > 0$ و $\frac{1}{\cos x} - \sin x \cdot \tan x < 0$ باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیه است؟
 (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۵۳۳- اگر $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ و $\cos x = \sqrt{\frac{\cot x}{\cot x - a^2}}$ ، انتهای کمان x در کدام ناحیه‌ی مثلثاتی است؟
 (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۵۳۴- اگر $-\frac{\pi}{9} < x < \frac{\pi}{9}$ و $\cos 3x = \frac{m-1}{2}$ باشد، مقادیر m در کدام فاصله است؟
 (۱) $(1, 2]$ (۲) $(0, 2)$ (۳) $(2, 3]$ (۴) $[3, 4)$

نسبت‌های $\alpha \pm \frac{k\pi}{2}$ | تیپ ۲ | ریاضیات ۲: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۹ | حسابان: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۰

۵۳۵- حاصل عبارت $\sin(\pi - x) + \cos(\frac{3\pi}{4} + x) + \sin(\pi + x) + \cos(\frac{\pi}{4} + x)$ کدام است؟
 (۱) $-2\sin x$ (۲) صفر (۳) $2\sin x$ (۴) $2\cos x$

۵۳۶- عبارت $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \sin(\alpha + 3\pi) + \sin\left(\alpha + \frac{5\pi}{3}\right)$ برابر است با:
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\cos \alpha$ (۴) $-2\sin \alpha$

۵۳۷- حاصل عبارت $2\cos\left(-\frac{125\pi}{4}\right) + 3\tan\left(\frac{125\pi}{4}\right) + 4\cot\left(-\frac{125\pi}{4}\right)$ کدام است؟
 (۱) $-\sqrt{2} - 1$ (۲) $-\sqrt{2} + 1$ (۳) $\sqrt{2} - 1$ (۴) $\sqrt{2} + 1$

۵۳۸- با فرض $\tan 35^\circ = 2a - 1$ ، حاصل $\frac{\sin 145^\circ - \sin 235^\circ}{\cos 325^\circ}$ کدام است؟
 (۱) $2a$ (۲) $4a$ (۳) $2a - 1$ (۴) $4a - 2$

۵۳۹- اگر $\cot 34^\circ = 1/5$ باشد، مقدار $\frac{2\sin 326^\circ + 3\sin 56^\circ}{\cos 304^\circ}$ چقدر است؟
 (۱) $2/5$ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) $-1/5$

۵۴۰- اگر $\tan 20^\circ = 0/36$ ، حاصل $\frac{\sin 16^\circ - \cos 200^\circ}{\cos 110^\circ + \sin 70^\circ}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{15}{8}$ (۳) $\frac{17}{8}$ (۴) $\frac{31}{16}$

۵۴۱- حاصل عبارت $\frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 110^\circ}$ ، با فرض $\tan 20^\circ = 0/4$ ، کدام است؟
 (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{5}{8}$

۵۴۲- حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ ، با فرض $\tan 15^\circ = 0/28$ ، کدام است؟
 (۱) $-\frac{16}{9}$ (۲) $-\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{9}{16}$ (۴) $\frac{16}{9}$

۵۴۳- اگر $\tan \theta = 0/2$ باشد، مقدار $\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)}$ کدام است؟
 (۱) -۲ (۲) $1/2$ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۴۴- از تساوی $2 = \frac{2\sin(\alpha - 3\pi) + \cos(\alpha - \frac{\pi}{2})}{\sin(\frac{3\pi}{4} + \alpha)}$ ، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟
 (۱) -۲ (۲) $-1/5$ (۳) ۲ (۴) $1/5$

(سراسری تجربی - ۷۷)

۵۴۵- حاصل $\cos \frac{3\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{7\pi}{14} + \cos \frac{9\pi}{14} + \cos \frac{11\pi}{14}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

تعیین حدود تغییرات یک نسبت مثلثاتی | تیپ ۳ | ریاضیات ۲: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۲۹ | حسابان: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۰

(سراسری ریاضی - ۷۰)

۵۴۶- با فرض $\frac{\pi}{2} < x < \frac{5\pi}{6}$ و $\sin x = \frac{3-m^2}{3+m^2}$ ، مقادیر m در کدام فاصله است؟

- (۱) $|m| < \sqrt{3}$ (۲) $|m| < \sqrt{2}$ (۳) $|m| < 1$ (۴) $|m| < \frac{1}{2}$

(سراسری تجربی - ۷۷)

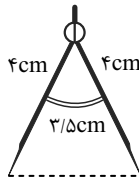
۵۴۷- با فرض $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$ و $\tan \alpha = \frac{2}{m-1}$ حدود تغییرات m کدام است؟

- (۱) $m < -1$ (۲) $m < 1$ (۳) $-1 < m < 1$ (۴) $-2 < m < -1$

آزمون‌های کانون و سایر منابع

طول یک کمان در دایره | تیپ ۴ | ریاضیات ۲: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴

۵۴۸- پرکاری تسمه‌ی فلزی خمیده‌ای به طول $\frac{3}{5}$ سانتی‌متر دارد که به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر از لولای بالای پرگار ثابت شده است. زاویه‌ی مرکزی بین دو پایه‌ی پرگار وقتی پایه‌ی آن کامل باز شده تقریباً چند درجه است؟ ($\pi \approx \frac{3}{14}$)



- (۱) 60°
(۲) 50°
(۳) 45°
(۴) 65°

۵۴۹- در یک پیست دوچرخه‌سواری به صورت دایره به شعاع یک کیلومتر مسیر رکاب زدن از نقطه‌ی صفر دایره‌ی مثلثاتی در جهت خلاف عقربه‌های ساعت است. اگر دوچرخه‌سواری پس از ۱۵ دقیقه 765 درجه روی این دایره را طی کند چه مسافتی را برحسب متر طی نموده است؟

(ریاضی ۲- فصل پنجم- صفحه‌ی ۱۲۵- فعالیت ۳)

- (۱) 4205π (۲) 4250π (۳) 4500π (۴) 4200π

۵۵۰- در یک پیست دوچرخه‌سواری اگر شعاع پیست دایره‌ای شکل یک کیلومتر باشد و دوچرخه‌سوار مسافت $\frac{7\pi}{4}$ کیلومتر را طی کرده باشد، مقدار زاویه‌ای که

(ریاضی ۲- فصل پنجم- صفحه‌ی ۱۲۷- تمرین در کلاس ۵)

چرخیده است برحسب درجه کدام است؟

- (۱) 80 (۲) 60 (۳) 620 (۴) 620

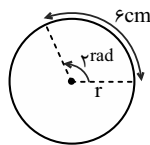
(ریاضی ۲- فصل پنجم- صفحه‌ی ۱۲۸- مسأله‌ی ۴)

۵۵۱- چه مدت طول می‌کشد که عقربه‌ی دقیقه‌شمار به اندازه‌ی $\frac{2}{5}\pi$ رادیان دوران کند؟

- (۱) 65 (۲) 75 (۳) 85 (۴) 95

(ریاضی ۲- فصل پنجم- صفحه‌ی ۱۲۷- مثال)

۵۵۲- مساحت دایره‌ی مقابل چند سانتی‌متر مربع است؟



- (۱) 6π (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) 9π (۴) $\frac{\pi}{9}$

مختصات یک نقطه در دایره‌ی مثلثاتی | تیپ ۵ | ریاضیات ۲: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴

۵۵۳- نقطه‌ی $(-1, 0)$ را حول مبدأ مختصات به اندازه‌ی 120° در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. مختصات نقطه‌ی جدید کدام است؟

(ریاضی ۲- فصل پنجم- صفحه‌ی ۱۳۰- مشابه مثال ۲)

- (۱) $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ (۲) $(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ (۳) $(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2})$ (۴) $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2})$

۵۵۴- اگر زاویه‌ی θ در موقعیت استاندارد باشد به طوری که نقطه‌ی انتهایی کمان θ دایره‌ی مثلثاتی را در نقطه‌ی $(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}})$ قطع کند مقدار $\tan \theta$ کدام

(ریاضی ۲- فصل پنجم- صفحه‌ی ۱۳۳- مسأله‌ی ۳)

است؟

- (۱) $\frac{-1}{2}$ (۲) -2 (۳) 2 (۴) $\frac{1}{2}$

۵۵۵- یک چرخ و فلک که شعاع دایره‌ی آن 15 متر است مفروض است. فاصله‌ی مرکز دایره‌ی این چرخ و فلک تا زمین 20 متر است. برای هر نقطه‌ی C از این

(ریاضی ۲- فصل پنجم- صفحه‌ی ۱۳۹- فعالیت)

چرخ و فلک با فرض اینکه زاویه‌ی OC با خط افقی θ باشد فاصله‌ی نقطه‌ی C تا زمین چقدر است؟

- (۱) $20 + 15 \cos \theta$ (۲) $15 + 20 \sin \theta$ (۳) $15 + 20 \cos \theta$ (۴) $20 + 15 \sin \theta$

۵۵۶- طول عقربه‌ی دقیقه‌ی شمار یک ساعت 5 cm است. عقربه با جهت مثبت محور افقی زاویه‌ی θ می‌سازد. حداقل ارتفاع نوک عقربه در کدام زاویه‌ی زیر رخ می‌دهد؟ (ساعت به‌طور قائم بر زمین قرار گرفته است.)

- (۱) صفر (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) 2π

۵۵۷- کسینوس 1 rad در کدام فاصله است؟

- (۱) $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$ (۲) $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$ (۳) $\left[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ (۴) $\left[0, \frac{1}{4}\right]$

۵۵۸- مقدار $\tan 6$ و $\cos 3$ به ترتیب اعدادی ... هستند.

- (۱) مثبت-منفی (۲) منفی-مثبت (۳) مثبت-مثبت (۴) منفی-منفی

۵۵۹- اگر $\begin{cases} \cos x(\sin x - \tan x) > 0 \\ \cot x < 0 \end{cases}$ ، آنگاه انتهای کمان x در کدام ناحیه است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۵۶۰- کدام رابطه‌ی زیر همواره برقرار است؟

- (۱) $\sin(\cos x) > 0$ (۲) $\tan(\cos x) < 0$ (۳) $\cos(\sin x) > 0$ (۴) $\sin(\sin x) < 0$

۵۶۱- اگر $0 < x < \frac{13\pi}{12}$ و $Z = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\frac{1}{2} < Z \leq 1$ (۲) $-\frac{1}{2} < Z < \frac{1}{2}$ (۳) $0 < Z \leq \frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2} < Z < \frac{\sqrt{2}}{2}$

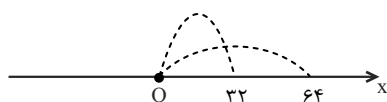
۵۶۲- اگر $x^2 < \frac{\pi^2}{4}$ باشد، کدام نامساوی درست است؟

- (۱) $\sin \frac{x}{2} > \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\cos \frac{x}{2} > \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\tan \frac{x}{2} > 1$ (۴) $\cot \frac{x}{2} < 1$

۵۶۳- حاصل عبارت $A = \frac{|\sin x + \cos x|}{2} + \frac{|\sin x - \cos x|}{2}$ اگر $x \in \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right]$ باشد، کدام است؟

- (۱) $\sin x$ (۲) $-|\cos x|$ (۳) $-\cos x$ (۴) $\sin x + \cos x$

۵۶۴- یک ماشین آب‌پاش ثابت برای چمن‌ها، طوری ساخته شده که بتواند سطحی را که در فاصله‌ی ۳۲ تا ۶۴ متر از آن است آب‌پاشی کند. اگر معادله‌ی مسافتی که آب به‌طور افقی طی می‌کند $x = 64 \sin 2\theta$ باشد، حدود تغییرات θ کدام است؟



- (۱) $\frac{\pi}{12} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{12}$ (۲) $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{6}$ (۳) $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}$

۵۶۵- اگر $\tan x = \frac{2ab}{a^2 - b^2}$ ، که در آن $a > b > 0$ ، آنگاه $\sin x$ برابر است با:

- (۱) $\frac{2ab}{a^2 + b^2}$ (۲) $\frac{b}{a}$ (۳) $\frac{a}{b}$ (۴) $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$

۵۶۶- به ازای چند مقدار m عبارت $\frac{(3m+1)\sin x + (m+3)\cos x}{(3m+1)\cos x + (m+3)\sin x}$ مستقل از x است؟

- (۱) یک مقدار (۲) هیچ مقداری (۳) سه مقدار (۴) دو مقدار

۵۶۷- هر گاه تساوی $3 \sin x + 4 \cos x = k \sin(x + \alpha)$ با شرط $k \neq 0$ همواره برقرار باشد، $\tan \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۵۶۸- در مثلث ABC رابطه‌ی $\tan(B + 30^\circ) \tan(C + 30^\circ) = 1$ برقرار است آنگاه:

- (۱) $\angle A = 150^\circ$ (۲) $\angle A = 120^\circ$ (۳) $\angle A = 60^\circ$ (۴) $\angle A = 30^\circ$

۵۶۹- حاصل $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \dots + \cos 9x + \cos 10x$ به ازای $x = \frac{\pi}{10}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

اتحادهای مقدماتی

۲. اتحادهای مثلثاتی

فرمول‌های جمع و تفاضل دو کمان

◆ اتحادهای مقدماتی ◆

بخش اتحادهای مثلثاتی را با اتحادهای اساسی (اولیه) شروع می‌کنیم.

اتحادهای مقدماتی	
اتحادهای کسری	
$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ و $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$	
$(\sec x = \frac{1}{\cos x})$ (سکانت x)	$(\csc x = \frac{1}{\sin x})$ (کسکانت x)
اتحادهای فیثاغورسی	
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ و $\tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$	$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

توجه: دقت کنید که یک اتحاد کسری، به ازای مقادیری قابل تعریف است که، مخرج آن‌ها صفر نباشد.

نکته (۱): با استفاده از اتحادهای جبری، می‌توان «اتحادهای کمکی» زیر را به دست آورد:

- (۱) $(\sin x \pm \cos x)^2 = 1 \pm 2 \sin x \cos x$ (۲) $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$
- (۳) $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$ (۴) $\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x}$
- (۵) $\tan x \cot x = 1$

◆ فرمول‌های جمع و تفاضل دو کمان ◆

در این بخش فرمول‌هایی را برای نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل دو کمان مطرح می‌کنیم:

فرمول‌های مجموع و تفاضل	
۱ فرمول‌هایی برای سینوس	(۱) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
	(۲) $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
۲ فرمول‌هایی برای کسینوس	(۱) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
	(۲) $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

نکته (۲): با استفاده از فرمول‌های مجموع، اتحادهای کمکی زیر را خواهیم داشت:

- (a) $\sin x \pm \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x \pm \frac{\pi}{4}\right)$ (b) $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
- بنابراین $-\sqrt{2} \leq \sin x \pm \cos x \leq \sqrt{2}$ و به طور کلی $-\sqrt{a^2 + b^2} \leq a \sin x \pm b \cos x \leq \sqrt{a^2 + b^2}$

فرمول‌های تانژانت مجموع و تفاضل دو کمان	
۱ مثال: حاصل $\tan 15^\circ$ را بیابید.	(۱) $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$
حل: از آنجایی که $15^\circ = 60^\circ - 45^\circ$ ، لذا:	(۲) $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$
$\tan(60^\circ - 45^\circ) = \frac{\tan 60^\circ - \tan 45^\circ}{1 + \tan 60^\circ \tan 45^\circ}$	
$= \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3} \times 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$	

نکته (۳): با استفاده از فرمول‌های مجموع، اتحادهای کمکی زیر را خواهیم داشت:

- (۱) $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha}$ (۲) $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha}$

به عنوان مثال $\frac{1 - \tan 18^\circ}{1 + \tan 18^\circ}$ برابر $\tan(45^\circ - 18^\circ)$ یا $\tan 27^\circ$ است.

کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور

اتحادهای مقدماتی

تیپ ۶

ریاضیات ۲: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۹

(سراسری ریاضی - ۶۲)

۵۷۰- اگر انتهای کمان روبه‌رو به زاویه‌ی α در ناحیه‌ی دوم باشد، حاصل $\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}$ کدام است؟

- (۱) $-\cot \alpha$ (۲) $-\cos \alpha$ (۳) $\cot \alpha$ (۴) $\cos \alpha$

(سراسری تجربی - ۷۰)

۵۷۱- اگر $x = \frac{2}{\sin \alpha}$ و $y = 2 \cot \alpha$ ، مقدار $9x^2$ کدام است؟

- (۱) $4 + 9y^2$ (۲) $9 + 4y^2$ (۳) $36 - 4y^2$ (۴) $36 + 4y^2$

(سراسری تجربی - ۷۳)

۵۷۲- به ازای کدام مقدار A ، تساوی $1 - \tan^6 x = \frac{A}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos^4 x}$ ، یک اتحاد است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

(سراسری تجربی - ۷۲)

۵۷۳- اگر $\cos x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ و انتهای کمان x در ناحیه‌ی سوم دایره مثلثاتی باشد، مقدار $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۳

(سراسری ریاضی - ۷۴)

۵۷۴- اگر $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ و انتهای کمان α در ناحیه‌ی چهارم دایره مثلثاتی باشد، مقدار $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

فرمول‌های مجموع و تفاضل دو کمان برای سینوس و کسینوس

تیپ ۷

حسابان: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷

(سراسری ریاضی - ۶۷)

۵۷۵- اگر $1 \leq \cos^2 x \cos^2 x + \sin^2 x \sin^2 x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، آنگاه حدود تغییرات x کدام است؟

- (۱) $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ (۴) $\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$

(سراسری ریاضی - ۶۴)

۵۷۶- اگر $\alpha \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ ، حاصل عبارت $\frac{\cos^3 \alpha + \sin \alpha \sin^2 \alpha}{\sin^3 \alpha - \sin^2 \alpha \cos \alpha}$ کدام است؟

- (۱) $\tan \alpha$ (۲) $\tan^3 \alpha$ (۳) $\cot \alpha$ (۴) $\cot^3 \alpha$

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۴)

۵۷۷- اگر $\alpha + \beta = 135^\circ$ و $\tan(\alpha - \beta) = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار کسر $\frac{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

(سراسری تجربی - ۶۷)

۵۷۸- مقدار عبارت $\frac{\cos 20^\circ + \sqrt{3} \sin 20^\circ}{\cos 40^\circ}$ چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) ۳

(سراسری تجربی - ۷۲)

۵۷۹- اگر $3 \cos x + \sqrt{3} \sin x = 3$ ، مقدار عبارت $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ چقدر است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

فرمول‌های مجموع و تفاضل دو کمان برای تانژانت و کتانژانت

تیپ ۸

حسابان: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷

(سراسری ریاضی - ۶۴)

۵۸۰- حاصل کسر $\frac{1 - \tan 20^\circ}{1 + \tan 20^\circ}$ ، کدام است؟

- (۱) $1 - \tan 20^\circ$ (۲) $\tan 25^\circ$ (۳) $1 + \tan 20^\circ$ (۴) $\tan 15^\circ$

(سراسری ریاضی - ۷۴)

۵۸۱- اگر $\tan(\alpha + 20^\circ) = \frac{3}{4}$ باشد، $\cot(25^\circ - \alpha)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۵۸۲- اگر α زاویه منفرجه و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۸۵)

- (۱) -۷ (۲) $\frac{-1}{7}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۴) ۷

۵۸۳- اگر $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{2}{3}$ باشد، آن گاه $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۸)

- (۱) $\frac{-1}{3}$ (۲) $\frac{-1}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۵۸۴- اگر $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ و $\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \frac{1 - m}{2 + m}$ باشد، حدود تغییرات m کدام است؟ (سراسری ریاضی - ۷۱)

- (۱) $-1 < m < 2$ (۲) $-2 < m < 1$ (۳) $m > 1$ (۴) $m < -2$

آزمون‌های کانون و سایر منابع

۵۸۵- در یک مثلث قائم‌الزاویه، با دو نقطه وتر را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم، $\sin x$ و $\cos x$ طول پاره‌خطهایی است که این دو نقطه را به راس زاویه قائمه وصل می‌کنند، x عددی حقیقی است و $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ، طول وتر مثلث کدام است؟ (ریاضی ۲- فصل ۵- صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۲) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۳) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (۴) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

۵۸۶- از تساوی $\tan^2 x = \sin x \left(\frac{a}{1 - \sin x} + \frac{b}{1 + \sin x}\right)$ مقدار $a - b$ کدام است؟ (ریاضی ۲- فصل ۵- صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۵۸۷- اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\sin^3 x + \cos^3 x$ چقدر است؟ (آزاد ریاضی صبح - ۸۶)

- (۱) $\frac{13}{27}$ (۲) $\frac{13}{81}$ (۳) $\frac{17}{27}$ (۴) $\frac{17}{81}$

۵۸۸- اگر $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{5}$ باشد، حاصل $\sin^6 x + \cos^6 x$ کدام است؟ (آزاد ریاضی عصر - ۸۷)

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{7}$

۵۸۹- حاصل عبارت $A = \sin 78^\circ \cos 2^\circ + \sin 12^\circ \cos 7^\circ$ کدام است؟ (آزمون کانون ریاضی - ۹۱)

- (۱) $\sin 8^\circ$ (۲) $\cos 8^\circ$ (۳) $\sin 32^\circ$ (۴) $\cos 32^\circ$

۵۹۰- اگر $\cos^2 \beta \cos 2\beta + \sin^2 \beta \sin 2\beta = \frac{2}{3}$ باشد آنگاه حاصل $\sin 2\beta$ کدام است؟ (زاویه β حاده است). (آزمون کانون ریاضی - ۱۰ بهمن ۹۳)

- (۱) $\frac{2\sqrt{5}}{9}$ (۲) $\frac{4\sqrt{5}}{9}$ (۳) $\frac{8}{9}$ (۴) $-\frac{2}{9}$

۵۹۱- اگر $x = \frac{\pi}{12}$ باشد، کسر $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ برابر است با: (آزاد ریاضی - ۶۷)

- (۱) $\sqrt{3} - 2$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $-\sqrt{3}$ (۴) ۱

۵۹۲- اگر $|x| \leq \frac{\pi}{6}$ باشد، آن گاه کم‌ترین مقدار عبارت $\sin x + \sqrt{3} \cos x$ کدام است؟ (آزمون کانون ریاضی - ۸۸)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) $\frac{1}{2}$

۵۹۳- حاصل $\frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$ تانژانت کدام زاویه بر حسب درجه است؟ (آزمون کانون ریاضی - ۸۹)

- (۱) ۱۵ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳) $\frac{22}{5}$ (۴) $\frac{37}{5}$

فرمول‌های 2α بر حسب α و برعکس

فرمول‌های 3α بر حسب α

۲. اتحادهای مثلثاتی

◆ فرمول‌های 2α بر حسب α و برعکس ◆

فرمول‌های 2α بر حسب α ، در سینوس و کسینوس

اگر در روابط مثلثاتی $\sin(\alpha + \beta)$ و $\cos(\alpha + \beta)$ قرار دهیم $\alpha = \beta$ ، آن‌گاه به روابط 2α می‌رسیم:

$$(1) \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$(2) \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$= 2 \cos^2 \alpha - 1 \quad (\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha)$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \alpha \quad (\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha)$$

■ مثال: حاصل $\cos^3 \alpha \sin \alpha - \sin^3 \alpha \cos \alpha$ را بیابید.
 ◀ حل: با فاکتورگیری داریم:

$$= (\sin \alpha \cos \alpha)(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \sin 2\alpha\right) (\cos 2\alpha) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sin 4\alpha\right) = \frac{1}{4} \sin 4\alpha$$

⚡ توجه: به این روابط، روابط نصف قوس می‌گوئیم، به عنوان مثال $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ و $\sin 6\alpha = \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha$ یا $\cos 4\alpha = \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha$.

1 فرمول‌های α بر حسب 2α : از رابطه‌ی (۲) بلافاصله نتیجه می‌شود که:

$$(3) \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \quad (4) \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

فرمول 2α بر حسب α ، در تانژانت

اگر در رابطه‌ی مثلثاتی $\tan(\alpha + \beta)$ ، قرار دهیم $\alpha = \beta$ ، آن‌گاه به رابطه‌ی 2α در تانژانت می‌رسیم:

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

■ مثال: اگر $\tan x = 3$ باشد، $\tan 2x$ را بیابید.
 ◀ حل: با استفاده از فرمول خواهیم داشت:

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2 \times 3}{1 - 3^2} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$$

☑ نکته‌ی (۱): با استفاده از فرمول‌های بالا، اتحادهای کمکی زیر را خواهیم داشت:

$$(1) \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

$$(2) \cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$$

$$(3) \sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$(4) \cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

■ مثال: حاصل عبارت $\tan 15^\circ + \cot 15^\circ$ را بیابید.

◀ حل: با استفاده از اتحاد کمکی (۱):

$$\tan 15^\circ + \cot 15^\circ = \frac{2}{\sin 30^\circ} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

◆ فرمول‌های 3α بر حسب α ◆

اگر در فرمول‌های مجموع دو نسبت مثلثاتی $(\alpha + \beta)$ ، به جای β قرار دهیم 2α و عبارت را بسط دهیم و سپس به جای نسبت مثلثاتی 2α ، بر حسب نسبت مثلثاتی α قرار دهیم، به فرمول‌های زیر می‌رسیم:

فرمول‌های مثلثاتی 3α بر حسب α

1 فرمول سینوس:

$$(a) \sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

2 فرمول کسینوس:

$$(b) \cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

3 فرمول تانژانت:

$$(c) \tan 3\alpha = \frac{3 \tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3 \tan^2 \alpha}$$

$$\cos 3x = \cos(2x + x)$$

$$= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$= (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin x \cos x \cdot \sin x$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x (1 - \cos^2 x)$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

■ مثال: حاصل $4 \cos^3 \frac{\pi}{18} - 3 \cos \frac{\pi}{18}$ را بیابید.

◀ حل: با استفاده از فرمول (b) و با فرض $\alpha = \frac{\pi}{18}$ ، حاصل عبارت برابر است با:

$$\cos 3x \times \frac{\pi}{18} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور

فرمول‌های 2α بر حسب α در سینوس و کسینوس

تیب ۹

حسابان: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷

(سراسری ریاضی - ۷۹)

۵۹۴- حاصل عبارت $\sin x \cdot \cos x(1 - 2\sin^2 x)$ ، به ازای $x = 7/5^\circ$ برابر کدام گزینه است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{3}{16}$

(سراسری تجربی - ۸۲)

۵۹۵- خلاصه شده $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) \sin(\pi + \alpha) - \sin(\pi - \alpha) \cos(-\alpha)$ کدام است؟

(۱) $-\sin 2\alpha$ (۲) $\sin 2\alpha$ (۳) $\cos 2\alpha$ (۴) صفر

(سراسری تجربی - ۷۵)

۵۹۶- حاصل $\frac{\sin 3a \cos a}{\sin a} - \cos 3a$ برابر کدام است؟

(۱) $-\cos a$ (۲) $\cot a$ (۳) $2 \sin a$ (۴) $2 \cos a$

(سراسری تجربی - ۷۴)

۵۹۷- ساده شده عبارت $\cos^2 x - \cot x \sin^2 x$ کدام است؟

(۱) $2 \cos x$ (۲) $2 \sin x$ (۳) $-2 \sin x$ (۴) $-2 \cos x$

(سراسری تجربی - ۹۵)

۵۹۸- اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ ، آنگاه مقدار $\cos(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۱)

۵۹۹- ساده شده کسر $\frac{(1 + \tan^2 \theta)(1 + \cot^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta - \cos^2 \theta}$ کدام است؟

(۱) $8 \cos^{-2} 2\theta$ (۲) $8 \sin^{-2} 2\theta$ (۳) $16 \cos^{-4} 2\theta$ (۴) $16 \sin^{-4} 2\theta$

(سراسری تجربی - ۸۸)

۶۰۰- اگر $\tan \frac{2\pi}{3} \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

(سراسری تجربی - ۷۲)

۶۰۱- حاصل $\sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{7\pi}{12}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

(سراسری ریاضی - ۷۸)

۶۰۲- خلاصه شده عبارت $\tan 20^\circ (1 + \cos 40^\circ)$ برابر کدام گزینه است؟

(۱) $\sin 20^\circ$ (۲) $\sin 40^\circ$ (۳) $\cos 20^\circ$ (۴) $\cos 40^\circ$

(سراسری ریاضی - ۸۳)

۶۰۳- اگر $a + b = \frac{\pi}{4}$ باشد، حاصل $\lambda \cos a \cos b \cos(\frac{\pi}{2} - a) \cos(\frac{\pi}{2} - b)$ کدام است؟

(۱) $\sin fa$ (۲) $\cos fa$ (۳) $\sin^2 2a$ (۴) $\cos^2 2a$

(سراسری تجربی - ۹۳)

۶۰۴- اگر $\cos(x + \frac{\pi}{3}) + \cos(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{9}$ (۲) $-\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{2}{9}$

اتحادهای مکئی 2α بر حسب α در سینوس و کسینوس

تیب ۱۰

حسابان: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷

(سراسری ریاضی - ۷۳)

۶۰۵- اگر $\cos x \sqrt{1 + \tan^2 x} > \sqrt{1 + \sin 2x}$ ، آنگاه انتهای کمان x در کدام ناحیه است؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

(سراسری ریاضی - ۷۰)

۶۰۶- حاصل کسر $\frac{\sin x + \sin 2x}{1 + \cos x + \cos 2x}$ کدام است؟

(۱) $\sin x$ (۲) $\tan x$ (۳) $\cot x$ (۴) $\cos x$

(سراسری تجربی - ۷۵)

۶۰۷- اگر انتهای کمان α در ناحیه اول دایره مثلثاتی باشد، عبارت $\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$ برابر کدام است؟

(۱) $-\tan \alpha$ (۲) $-\cot \alpha$ (۳) $\tan \alpha$ (۴) $\cot \alpha$

(سراسری تجربی - ۷۵)

۶۰۸- عبارت $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \times \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$ برابر کدام است؟

(۱) $\tan \frac{\alpha}{2}$ (۲) $\tan \alpha$ (۳) $\cot \alpha$ (۴) $\cot \frac{\alpha}{2}$