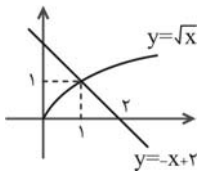


۳۷- گزینهی «۱»

$$|x+1|+|x| \geq |2x-1|$$

$$\left. \begin{aligned} x \leq -1 &\rightarrow -x-1-x \geq -2x+1 \rightarrow -1 \geq 1 \rightarrow x = \emptyset \\ -1 < x \leq 0 &\rightarrow x+1-x \geq -2x+1 \rightarrow -2x \leq 0 \rightarrow x \geq 0 \rightarrow x = 0 \\ 0 < x < \frac{1}{2} &\rightarrow x+1+x \geq -2x+1 \rightarrow 4x \geq 0 \rightarrow 0 < x < \frac{1}{2} \\ x \geq \frac{1}{2} &\rightarrow x+1+x \geq 2x-1 \rightarrow 1 \geq -1 \rightarrow x \geq \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x \geq 0$$

۳۸- گزینهی «۱»



$$\sqrt{x} = -x + 2 \rightarrow x = x^2 - 4x + 4 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-1)(x-4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 & \text{قق} \\ x=4 & \text{غقق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in [0, 1] = [a, b] \rightarrow b - a = 1$$

۳۹- گزینهی «۳»

$$\sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(3x-1)} > \log_x^x \rightarrow \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(3x-1)} > 1 \rightarrow 2 \text{ توان}$$

$$\log_{\frac{1}{3}}(3x-1) > 1 \rightarrow \log_{\frac{1}{3}}(3x-1) > \log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{3} \rightarrow 3x-1 < \frac{1}{3} \rightarrow x < \frac{4}{9}$$

$$\log_{\frac{1}{3}}(3x-1) \geq 0 \rightarrow \log_{\frac{1}{3}}(3x-1) \geq \log_{\frac{1}{3}}1 \rightarrow 3x-1 \leq 1 \rightarrow x \leq \frac{2}{3}$$

$$3x-1 > 0 \rightarrow x > \frac{1}{3}, x > 0, x \neq 1$$

$$x < \frac{4}{9}, x \leq \frac{2}{3}, x > \frac{1}{3}, x > 0, x \neq 1 \xrightarrow{\cap} \frac{1}{3} < x < \frac{4}{9}$$

۴۰- گزینهی «۱»

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{x^2-1} < \frac{\sqrt{44}}{10} \rightarrow x^2-1 < \frac{44}{100} \rightarrow x^2 < \frac{144}{100} \rightarrow -1/2 < x < 1/2 \\ \text{دامنه: } x^2-1 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 1 \rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1 \\ \frac{3}{10} &\Rightarrow x \in \left(1 - \frac{3}{10}, 1 + \frac{3}{10}\right) \rightarrow 0/7 < x < 1/3 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\cap} 1 \leq x < 1/2$$

ترکیب توابع و توابع یک به یک، معکوس و جزء صمیم

۴۱- گزینهی «۲»

$$g(x) = f(2x-4) \rightarrow f^{-1}(g(x)) = f^{-1} \circ f(2x-4) = f^{-1}(f(2x-4))$$

$$\rightarrow f^{-1}(g(x)) = 2x-4 \rightarrow x = \frac{1}{2}f^{-1}(g(x)) + \frac{4}{2} \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{1}{2}f^{-1}(x) + \frac{4}{2}$$

$$g^{-1}(8) = \frac{1}{2}f^{-1}(8) + \frac{4}{2} = \frac{1}{2}(10) + \frac{4}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

۴۲- گزینهی «۳»

$$f^{-1} = \{(1,0), (2,-1), (4,3)\}$$

$$D_{g \circ f^{-1}} \subset D_{f^{-1}}$$

$$x=1 \rightarrow g(f^{-1}(1)) = g(0) = 4 \rightarrow 2g \circ f^{-1}(1) \rightarrow (1, 8)$$

$$x=2 \rightarrow g(f^{-1}(2)) = g(-1) \rightarrow \text{تن}$$

$$x=4 \rightarrow g(f^{-1}(4)) = g(3) = -2 \rightarrow 2g \circ f^{-1}(4) \rightarrow (4, -4)$$

جمله‌ی x^f حذف شود \rightarrow شرط یک به یک بودن $\rightarrow a = -2$

۴۳- گزینه‌ی «۳»

$$\rightarrow \begin{cases} y = x^2 - 3x^2 + 2x \\ y = x \end{cases} \rightarrow x^2 - 3x^2 + 2x = 0 \rightarrow x(x^2 - 3x + 2) = 0 \rightarrow x = 0, 1, 2$$

$$y = \frac{2x+1+2x-5}{2x-5} \rightarrow y = \frac{4x-4}{2x-5} \rightarrow y^{-1} = \frac{4x-4}{2x-5}$$

۴۴- گزینه‌ی «۴»

چون y و y^{-1} بر یکدیگر منطبق‌اند پس در بی‌شمار نقطه یکدیگر را قطع می‌نمایند.

$$y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \rightarrow \sqrt{1+x^2} = \frac{x}{y} \rightarrow 1+x^2 = \frac{x^2}{y^2} \rightarrow y^2 + y^2 x^2 = x^2$$

۴۵- گزینه‌ی «۴»

$$\rightarrow x^2 = \frac{-y^2}{y^2-1} \rightarrow x^2 = \frac{y^2}{1-y^2} \rightarrow x = \sqrt{\frac{y^2}{1-y^2}} \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x^2}{1-x^2}} = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$f^{-1}(\cos x) = \frac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}} = \frac{\cos x}{|\sin x|}$$

$$R_f = (-1, 1) \Rightarrow D_{f^{-1}} = (-1, 1)$$

$$f: x \in \mathbb{R} \rightarrow y \geq 1 \rightarrow f^{-1}: x \geq 1, y \in \mathbb{R}$$

۴۶- گزینه‌ی «۱»

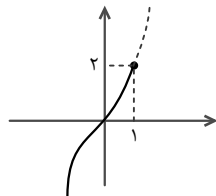
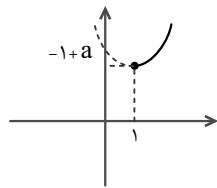
$$2y = a^x + \frac{1}{a^x} \rightarrow 2a^x y = a^{2x} + 1 \rightarrow a^{2x} - 2ya^x + 1 = 0 \rightarrow a^x = y + \sqrt{y^2 - 1} \rightarrow x = \log_a^{y + \sqrt{y^2 - 1}} \rightarrow y^{-1} = \log_a^{x + \sqrt{x^2 - 1}}$$

شرط یک به یک بودن آن است که می‌نیم y_1 از ماکزیمم y_2 بزرگتر یا برابر باشد.

۴۷- گزینه‌ی «۱»

$$y_1 = x^2 - 2x + a$$

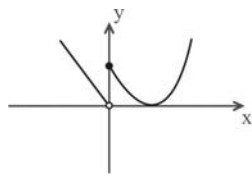
$$y_2 = x^2 + x$$



$$-1+a \geq -0.25 \rightarrow a \geq 0.75$$

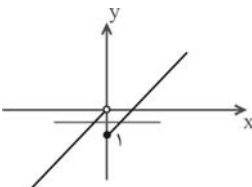
۴۸- گزینه‌ی «۳»

گزینه‌ی «۱»:



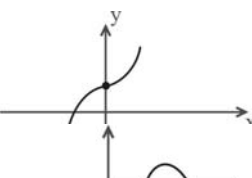
نادرست

گزینه‌ی «۲»:



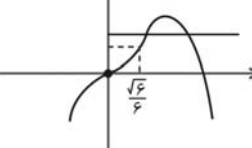
نادرست

گزینه‌ی «۳»:



درست

گزینه‌ی «۴»:



نادرست

گزینه‌ی ۴۹ «۴» $a^2 + a = 2 \rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \rightarrow (a+2)(a-1) = 0 \rightarrow a = -2$ یا $a = 1$

گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست \rightarrow غ.ق.ق \rightarrow تابع نمی‌باشد $\rightarrow \{(1, 2), (1, 4)\}$ اگر $a = 1$

اگر $a = -2 \rightarrow \{(-3, 2), (-2, 2), (-3, 2), (1, 4), (b, 2)\}$

غ.ق.ق \rightarrow یک به یک نمی‌باشد $\rightarrow \{(-3, 2), (1, 2)\}$ اگر $b = 1$

یک به یک است $\rightarrow \{(-3, 2), (-3, 2)\}$ اگر $b = -3$

گزینه‌ی ۵۰ «۲» $f(f(x)) = 2 \rightarrow [f(x)] = 0 \rightarrow 0 \leq f(x) < 1 \rightarrow -4 \leq x < -2$ یا $2 < x \leq 4$

گزینه‌ی ۵۱ «۱»

$$H(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

باید x را از دامنه‌ی مشترک $f(x)$ و $H(x)$ انتخاب کنیم.

$$D_{H(x)} = \mathbb{R}, D_{f(x)} = \{-2, 0, 1, 4, -5\} \rightarrow D_{H(x)} \cap D_{f(x)} = \{-2, 0, 1, 4, -5\}$$

$$x = 1 \rightarrow f(H(1)) + f(f(1)) = 6 \rightarrow f(1) + f(4) = 4 + b = 6 \rightarrow b = 2$$

$$x = a \rightarrow f(H(a)) + f(f(a)) = 2 \rightarrow f(0) + f(f(a)) = 2 \rightarrow -2 + f(f(a)) = 2$$

$$\left. \begin{aligned} f(f(a)) &= 4 \\ f(1) &= 4 \end{aligned} \right\} \rightarrow f(a) = 1 \rightarrow a = -2 \rightarrow a \times b = -4$$

گزینه‌ی ۵۲ «۳» $f(g(x)) = -4x^2 - 8x - 3 \xrightarrow{x=-1} f(g(-1)) = -4 + 8 - 3 = 1$

$$f(x) = -x^2 + 2x \rightarrow f(g(-1)) = -(g(-1))^2 + 2(g(-1)) = 1$$

$$g^2(-1) - 2g(-1) + 1 = 0 \rightarrow (g(-1) - 1)^2 = 0 \rightarrow g(-1) = 1$$

گزینه‌ی ۵۳ «۲» $f(x) = \frac{x}{4} - \left[\frac{x}{3}\right] = 0 \rightarrow \frac{x}{4} = \left[\frac{x}{3}\right] = k \in \mathbb{Z} \rightarrow x = 4k$

$$\left[\frac{4k}{3}\right] = k \rightarrow k \leq \frac{4k}{3} < k + 1 \rightarrow 3k \leq 4k < 3k + 3 \xrightarrow{-3k} 0 \leq k < 3 \rightarrow k = 0, 1, 2 \rightarrow x = 0, 4, 8$$

معادله ۳ ریشه دارد.

گزینه‌ی ۵۴ «۳» $D_{f \circ g}(x) = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \{2, 3, 4\} \mid \{2, 5, 7\} \in \{1, 2, 3\}\} \Rightarrow x = 2$

$$D_{f \circ g}(x) = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \{1, 2, 3\} \mid \{2, 4\} \in \{2, 3, 4\}\} \Rightarrow x = 1, 2, 3$$

$$\text{fog} - \text{gof} \text{ رابطه برای برقراری این رابطه} \Rightarrow D_{\text{fog}} \cap D_{\text{gof}} \Rightarrow x = 2$$

$$x = 2 \Rightarrow \text{fog}(2) - \text{gof}(2) = 4 - 7 = -3 \Rightarrow \text{زوج مرتب} : (2, -3)$$

گزینه‌ی ۵۵ «۱» $f(\sqrt{2} \sin x) = \cos 2x \rightarrow f(\sqrt{2} \sin x) = 1 - 2 \sin^2 x = 1 - (\sqrt{2} \sin x)^2 \xrightarrow{\sqrt{2} \sin x = A} f(A) = 1 - A^2$

$$\rightarrow f(\cos x) = 1 - \cos^2 x = \sin^2 x$$

گزینه‌ی ۵۶ «۲» $D_{f(g(x))} = \{x : x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x : -2 \leq x \leq 2, 0 \leq g(x) \leq 2\}$

$$= \{x : -2 \leq x \leq 2, -1 \leq x \leq 1\} = \{x : -1 \leq x \leq 1\}$$

گزینه‌ی ۵۷ «۴» $[-f(x)] + [f(x)] = \begin{cases} 0 & f(x) \in \mathbb{Z} \\ -1 & f(x) \notin \mathbb{Z} \end{cases}$

$$\left[\frac{-1}{x+1}\right] + \left[\frac{1}{x+1}\right] = -1 \rightarrow \frac{1}{x+1} \notin \mathbb{Z} \rightarrow x \neq -1, 0, -2 \rightarrow x \in \mathbb{Z} - \{-2, -1, 0\}$$

$$x = 0 \rightarrow y = 0$$

$$0 < x \leq \frac{\pi}{2} \rightarrow [\cos x] = 0 \rightarrow y = \cos x$$

$$\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \rightarrow [\cos x] = -1 \rightarrow y = \cos x + 1$$

$$\frac{3\pi}{2} \leq x < 2\pi \rightarrow [\cos x] = 0 \rightarrow y = \cos x$$

$$x = 2\pi \rightarrow y = 0$$

۵۸- گزینهی «۲»

$$x \geq 0 \rightarrow x^y + 1 = y \rightarrow x^y = y - 1 \rightarrow |x| = \sqrt{y-1} \rightarrow x = \sqrt{y-1} \rightarrow y^{-1} = \sqrt{x-1}$$

$$x \geq 0 \rightarrow x^y \geq 0 \rightarrow x^y + 1 \geq 1 \rightarrow y \geq 1$$

$$x < 0 \rightarrow x - 1 = y \rightarrow x = y + 1 \rightarrow y^{-1} = x + 1$$

$$x < 0 \rightarrow x - 1 < -1 \rightarrow y < -1$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ x+1 & x < -1 \end{cases}$$

۵۹- گزینهی «۲»

ابتدا قدر مطلق را تعیین علامت کرده و سپس تابع مرکب را تشکیل می‌دهیم و برد آن را با ساختن تابع محاسبه می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{x+|x|}{x(\sqrt{x+1})} \xrightarrow{x>0} f(x) = \frac{2x}{x(\sqrt{x+1})} = \frac{2}{\sqrt{x+1}}, x > 0$$

$$f(g(x)) = \frac{2}{\sqrt{x-[x]+1}}, x - [x] > 0$$

$$0 < x - [x] < 1 \rightarrow 0 < \sqrt{x-[x]+1} < 1 \rightarrow 1 < \sqrt{x-[x]+1} < 2$$

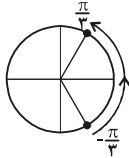
$$\rightarrow \frac{1}{2} < \frac{1}{\sqrt{x-[x]+1}} < 1 \xrightarrow{\times 2} 1 < \frac{2}{\sqrt{x-[x]+1}} < 2 \rightarrow R_{f \circ g(x)} = (1, 2)$$

۶۰- گزینهی «۴»

روابط بین نسبت‌های مثلثاتی و توابع معکوس مثلثاتی

$$-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6}, \cos 2x = \frac{m-1}{2}$$

$$-\frac{\pi}{3} < 2x < \frac{\pi}{3} \rightarrow$$



$$\rightarrow \frac{1}{2} < \cos 2x \leq 1 \rightarrow \frac{1}{2} < \frac{m-1}{2} \leq 1$$

$$\rightarrow 1 < m-1 \leq 2 \rightarrow 2 < m \leq 3 \rightarrow m \in (2, 3]$$

۶۱- گزینهی «۳»

$$\frac{\sin^2 x - 2 \cos^2 x + 1}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x - 1} = 4 \rightarrow \cot^2 x = ?$$

$$\text{صورت و مخرج را بر } \sin^2 x \text{ تقسیم کنید.} \rightarrow \frac{1 - 2 \cot^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}}{1 + 2 \cot^2 x - \frac{1}{\sin^2 x}} = 4 \rightarrow \frac{1 - 2 \cot^2 x + 1 + \cot^2 x}{1 + 2 \cot^2 x - 1 - \cot^2 x} = 4 \rightarrow \frac{2 - \cot^2 x}{\cot^2 x} = 4$$

$$\rightarrow 2 - \cot^2 x = 4 \cot^2 x \rightarrow 5 \cot^2 x = 2 \rightarrow \cot^2 x = \frac{2}{5}$$

۶۲- گزینهی «۲»

$$\sin^2(x+y) + \sin^2(x-y) + \cos 2x \cdot \cos 2y$$

$$\frac{1 - \cos(2x+2y)}{2} + \frac{1 - \cos(2x-2y)}{2} + \frac{1}{2}(\cos(2x+2y) + \cos(2x-2y))$$

$$= \frac{1}{2}(2 - \cos(2x+2y) - \cos(2x-2y) + \cos(2x+2y) + \cos(2x-2y)) = 1$$

۶۳- گزینهی «۲»

دینامیک

۸۶۱- گزینهی «۲»

ابتدا برابری نیروها و بزرگی آن را حساب می‌کنیم.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_y + \vec{F}_x = -15\vec{i} + 8\vec{j} - 21\vec{i} + 19\vec{j} + 16\vec{i} - 12\vec{j} \Rightarrow \vec{F} = -20\vec{i} + 15\vec{j} \Rightarrow$$

$$F = \sqrt{400 + 225} \Rightarrow F = 25\text{N}$$

اکنون بزرگی شتاب را به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون جرم m را حساب می‌کنیم.

$$\vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow a = \sqrt{16 + 9} \Rightarrow a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F = ma \Rightarrow 25 = m \times 5 \Rightarrow m = 5\text{kg}$$

۸۶۲- گزینهی «۲»

ابتدا شتاب جسم را به دست می‌آوریم.

$$V_0 = 0, \quad t = 5\text{s}, \quad V = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad a = ?$$

$$V = at + v_0 \Rightarrow 20 = 5a + 0 \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\sum F = ma \Rightarrow \sum F = 2 \times 4 = 8\text{N}$$

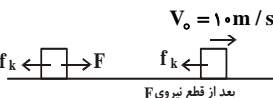
برایند نیروهای وارد بر جسم برابر است با:

$$\sum F = 2F \cos \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 8 = 2 \times F \cos \frac{120}{2} \Rightarrow F = 8\text{N}$$

با توجه به برابر بودن دو نیرو داریم:

۸۶۳- گزینهی «۲»

در لحظه‌ی قطع نیروی F ، تنها نیروی وارد بر جسم نیروی اصطکاک است که موجب کند شدن حرکت جسم می‌شود. بنابراین داریم:



$$V_0 = 10 \text{ m/s} \quad V = at + V_0 \Rightarrow 0 = 2a + 10 \Rightarrow a = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$0 - f_k = ma \Rightarrow -f_k = 2 \times (-5) \Rightarrow f_k = 10\text{N}$$

در مدتی که نیروی F بر جسم وارد می‌شود سرعت جسم ثابت است، بنابراین شتاب آن صفر است و داریم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow F - 10 = 0 \Rightarrow F = 10\text{N}$$

۸۶۴- گزینهی «۳»

واکنش هر نیرو به جسمی وارد می‌شود که نیروی کنش را وارد کرده است. بنابراین واکنش نیروی وزن بر زمین وارد می‌شود.

۸۶۵- گزینهی «۴»

شتاب گرانش با مجذور فاصله از مرکز زمین رابطه‌ی عکس دارد. بنابراین:

$$F_h = \frac{1}{r} mg \Rightarrow mg_h = \frac{1}{r} mg \Rightarrow g_h = \frac{1}{r} g$$

$$\frac{g_h}{g} = \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{g} = \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_e}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{r}{R_e} = \sqrt{2} = 1/4$$

۸۶۶- گزینهی «۱»

تنها نیرویی که در راستای حرکت بر اتومبیل وارد می‌شود نیروی اصطکاک است. بنابراین داریم:

$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -0.2 \times 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$V_0 = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad V = 0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{0 - (15)^2}{-2 \times 2} = 56.25\text{m}$$

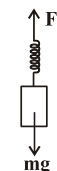
۸۶۷- گزینهی «۲»

نیروی F وارد بر جسم را حساب می‌کنیم:

$$F - mg = ma \Rightarrow F - 2 \times 10 = 2 \times 5 \Rightarrow F = 30\text{N}$$

$$F = k\Delta l \Rightarrow 30 = 200\Delta l \Rightarrow \Delta l = 0.15\text{m} \Rightarrow \Delta l = 15\text{cm}$$

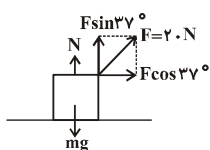
۸۶۸- گزینهی «۳»



$$N - mg = ma \Rightarrow \begin{cases} a = +2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow N_1 - 500 = 50 \times 2 \Rightarrow N_1 = 600\text{N} \\ a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow N_2 - 500 = 50 \times (-2) \Rightarrow N_2 = 400\text{N} \end{cases}$$

$$\Rightarrow N_1 - N_2 = 600 - 400 = 200\text{N}$$

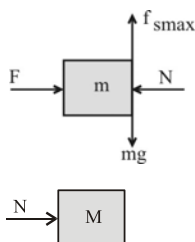
۸۶۹- گزینهی «۱»



ابتدا نیروی عمودی سطح و سپس نیروی اصطکاک آستانه‌ی حرکت را حساب می‌کنیم.
 $N + F \sin 37^\circ - mg = 0 \Rightarrow N = mg - F \times 0/6$
 $N = 5 \times 10 - 20 \times 0/6 = 38 \text{ N}$
 اصطکاک در آستانه‌ی حرکت $f_{s, \max} = \mu \cdot N = 0/5 \times 38 = 19 \text{ N}$

چون نیروی افقی موثر ($F \cos 37^\circ = 20 \times 0/8 = 16 \text{ N}$) از نیروی اصطکاک در آستانه‌ی حرکت کم‌تر است، جسم ساکن است و نیروی اصطکاک برابر است با:
 $f_s = F \cos 37^\circ = 20 \times 0/8 = 16 \text{ N}$

۸۷۰- گزینهی «۳»



برای این که جرم m بر روی جرم M نلغزد باید $f_{s, \max} \geq mg$ باشد. با توجه به شکل داریم:
 $f_{s, \max} = mg \xrightarrow{f_{s, \max} = \mu_s N} \mu_s N = mg \xrightarrow{\mu_s = 0/4} 0/4 N = 4 \times 10 \Rightarrow N = 100 \text{ N}$
 واکنش نیروی N به جسم M وارد شده و به آن شتاب می‌دهد. شتاب این جسم برابر است با:
 $N = Ma \xrightarrow{M=20 \text{ kg}} 100 = 20a \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$
 در صورتی جرم m بر روی M نمی‌لغزد که هر دو با شتاب یکسان حرکت کنند. بنابراین می‌توان نوشت:
 $F = (m + M)a = (4 + 20) \times 5 \Rightarrow F = 120 \text{ N}$

۸۷۱- گزینهی «۲»

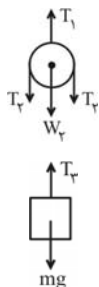


نیروی وارد بر فنرها برابر نیروی کشش بین دو وزنه است. بنابراین داریم:

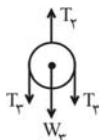
$$a = \frac{F}{m + m} = \frac{T}{m} \Rightarrow \frac{\lambda}{2m} = \frac{T}{m} \Rightarrow T = \lambda a$$

$$T = K_1 \Delta l_1 \Rightarrow 4 = 100 \Delta l_1 \Rightarrow \Delta l_1 = 0/04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

۸۷۲- گزینهی «۳»

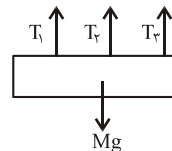


$$T_1 = 2T_2 + w_1 \Rightarrow T_1 = 2T_2 + 10 \quad (1)$$



$$T_2 = 2T_3 + w_2 \Rightarrow T_2 = 2T_3 + 10 \quad (2)$$

$$T_3 = mg \Rightarrow T_3 = 10 \text{ m} \quad (3)$$



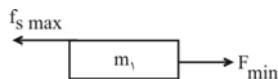
با توجه به شکل زیر و نیروهای وارد بر قرقره‌ها و تعادل دستگاه می‌توان نوشت:

$$T_1 + T_2 + T_3 = Mg \Rightarrow (2T_2 + 10) + T_2 + 10 \text{ m} = 18 \times 10 \Rightarrow 3T_2 + 10 \text{ m} = 170$$

$$3(2T_2 + 10) + 10 \text{ m} = 170 \Rightarrow 3(2 \times 10 \text{ m} + 10) + 10 \text{ m} = 170 \Rightarrow 7 \text{ m} = 140 \Rightarrow m = 20 \text{ kg}$$

۸۷۳- گزینهی «۱»

با توجه به شکل بر وزنه‌ی m_1 دو نیروی F و نیروی اصطکاک ایستایی وارد می‌شود. در این حالت بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بین m_1 و m_2 برابر حداقل نیروی F خواهد بود.



$$F_{\min} - f_{s, \max} = 0 \Rightarrow f_{s, \max} = F_{\min} = 8 \text{ N}$$

وقتی نخ بسته شده به دیوار را باز کنیم نیروی $f_{s, \max}$ به جرم m_2 شتاب می‌دهد که اندازه‌ی آن برابر است با:



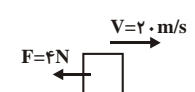
$$f_{s, \max} = m_2 a \Rightarrow 8 = 2a \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

وقتی دو جسم بر روی هم نلغزند با یک شتاب حرکت می‌کنند. در این حالت برای مجموعه‌ی دو جسم می‌توان نوشت:

$$F_{\max} = (m_1 + m_2)a = (2 + 4) \times 4 \Rightarrow F_{\max} = 24 \text{ N}$$

۸۷۴- گزینهی «۱»

ابتدا شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم.



$$\Sigma F = ma \rightarrow 0 - 4 = 1 \times a \rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$

$$V = at + V_0 \Rightarrow V = -4 \times 2/5 + 20 \Rightarrow V = 10 \text{ m/s}$$

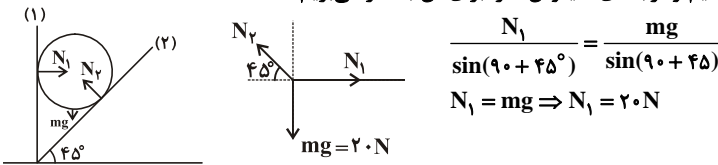
اکنون سرعت جسم را حساب می‌کنیم:

$$P = mV \Rightarrow P = 1 \times 10 \Rightarrow P = 10 \text{ kg} \frac{m}{s}$$

و در نهایت تکانه‌ی جسم را به دست می‌آوریم:

۸۷۵- گزینهی «۲»

نیروهای وارد بر جسم را از یک نقطه رسم می‌کنیم و رابطه‌ی سینوس‌ها را برای آن به کار می‌بریم.



$$\frac{N_1}{\sin(90 + 45^\circ)} = \frac{mg}{\sin(90 + 45^\circ)}$$

$$N_1 = mg \Rightarrow N_1 = 20 \text{ N}$$

۸۷۶- گزینهی «۱»

ابتدا شتاب دستگاه را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g \Rightarrow a = \frac{2 - 1}{1 + 2} \times 10 = \frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$$

$$\begin{cases} 2 \text{ kg وزنه} \Rightarrow 2 \times 10 - T_B = 2 \times \frac{2}{3} \Rightarrow T_B = 24 \text{ N} \\ 1 \text{ kg وزنه} \Rightarrow T_A - 1 \times 10 = 1 \times \frac{2}{3} \Rightarrow T_A = 12 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow T_B - T_A = 24 - 12 = 12 \text{ N}$$

برایند نیروهای وارد بر جسم ۳ kg برابر با حاصل ضرب جرم جسم در شتاب آن است. بنابراین داریم:

$$F = ma = 3 \times 2 = 6 \text{ N}$$

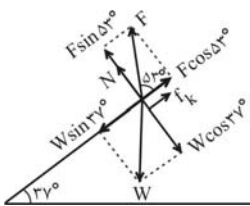
۸۷۷- گزینهی «۳»

نیروی که سطح به جسم وارد می‌کند برابر برایند نیروهای عمودی تکیه‌گاه (N) و نیروی اصطکاک جنبشی (fk) می‌باشد. بنابراین ابتدا N و fk را به دست می‌آوریم. به همین منظور نیروهای وارد بر جسم را رسم و در صورت لزوم تجزیه می‌کنیم.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N + F \sin 53^\circ - W \cos 37^\circ = 0 \Rightarrow N = \frac{W \cos 37^\circ - F \sin 53^\circ}{1}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow W \sin 37^\circ - F \cos 53^\circ - f_k = 0 \Rightarrow f_k = \frac{W \sin 37^\circ - F \cos 53^\circ}{1}$$

$$R = \sqrt{N^2 + f_k^2} = \sqrt{(W \cos 37^\circ - F \sin 53^\circ)^2 + (W \sin 37^\circ - F \cos 53^\circ)^2} \Rightarrow R = \sqrt{(W - F)^2} \Rightarrow R = W - F$$



۸۷۸- گزینهی «۴»

$$N - mg \cos 37^\circ = 0 \Rightarrow N = mg \cos 37^\circ$$

قانون دوم نیوتون را برای مجموعه‌ی دو وزنه نوشته و μ_k را حساب می‌کنیم.

$$F - f_{k1} - f_{k2} - m_1 g \sin 37^\circ - m_2 g \sin 37^\circ = (m_1 + m_2) a$$

$$f_{k1} = \mu_k m_1 g \cos 37^\circ, f_{k2} = \mu_k m_2 g \cos 37^\circ$$

$$20 - \mu_k \times 1 \times 10 \times \frac{4}{5} - \mu_k \times 1 \times 10 \times \frac{4}{5} - 1 \times 10 \times \frac{3}{5} - 1 \times 10 \times \frac{3}{5} = (1 + 1) \times 3 \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{8}$$

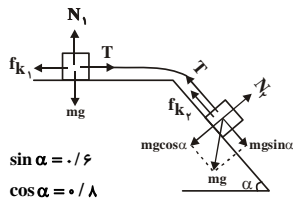
۸۷۹- گزینهی «۲»

$$f_{k2} = \mu_k m g \cos \alpha = \frac{1}{8} \times m \times 10 \times \frac{4}{5} = \frac{1}{2} m$$

$$f_{k1} = \mu_k m g = \frac{1}{8} \times m \times 10 = \frac{5}{4} m$$

$$m g \sin \alpha - f_{k1} - f_{k2} = (m + m) a$$

$$m \times 10 \times \frac{3}{5} - \frac{5}{4} m - \frac{1}{2} m = 2 m a \Rightarrow a = \frac{2}{1} \frac{m}{s^2}$$



چون نیروی $m g \sin \alpha$ برای وزنه‌ی ۲ کیلوگرمی بیش‌تر از نیروی $m g \sin \alpha$ برای وزنه‌ی ۱ kg است، جهت حرکت در جهت پایین آمدن وزنه‌ی ۲ کیلوگرمی است. بنابراین داریم:

۸۸۰- گزینهی «۲»

$$m_2 g \sin 30^\circ - f_{k2} - f_{k1} - m_1 g \sin 30^\circ = (m_1 + m_2) a$$

$$20 \times \frac{1}{2} - 1 - 1 - 10 \times \frac{1}{2} = (2 + 1) a \Rightarrow a = \frac{1}{3} \frac{m}{s^2}$$

