

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0/55 + 0/60 - 0/75 = 0/40$$

۴۰ درصد امکان دارد که در هر دو درس قبول شود.

راهبرد حل تپ (۱۲)

به قسمت «قانون جمع احتمال‌های پیشامدهای ناسازگار» در متن درس مراجعه کنید.

۸۵۳- گزینه‌ی «۱»

با توجه به شرایط مسأله، پیشامد هم‌رنگ بودن ۳ مهره‌ی انتخابی (که احتمال آن را P در نظر می‌گیریم)، اجتماع دو پیشامد ناسازگار زیر است:

$$P_1 = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} \quad (1) \text{ هر سه مهره‌ی انتخابی سفید باشند:}$$

$$P_2 = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} \quad (2) \text{ هر سه مهره‌ی انتخابی سیاه باشند:}$$

پس داریم:

$$P = P_1 + P_2 = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} + \frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{\binom{4}{3} + \binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{4 + 10}{84} = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}$$

راهبرد حل تپ (۱۳)

به قسمت «متمم یک پیشامد» در متن درس مراجعه کنید.

۸۵۴- گزینه‌ی «۳»

اگر تاجر بودن را با A و برای اولین بار سفر کردن را با B نمایش دهیم، سؤال پیشامد $(A \cup B)'$ را خواسته است.

$$P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = 1 - \left[\frac{23}{72} + \frac{12}{72} - \frac{8}{72} \right] = 1 - \frac{27}{72} = \frac{45}{72} = \frac{5}{8}$$

۸۵۵- گزینه‌ی «۳»

خواندن روزنامه‌ی الف را با A و خواندن روزنامه‌ی ب را با B نمایش می‌دهیم. سؤال پیشامد $(A \cup B)'$ را خواسته است.

$$P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = 1 - \left[\frac{30}{100} + \frac{25}{100} - \frac{9}{100} \right] = 1 - \frac{46}{100} = \frac{54}{100} = 0/54$$

۸۵۶- گزینه‌ی «۴»

لااقل یک بار رقم ۲ ظاهر شود یعنی یا یک بار ظاهر شود یا دو بار یا سه بار. متمم این حالت‌ها این است که رقم ۲ ظاهر نشود. احتمال آن را حساب کرده و از یک کم می‌کنیم:

از ۱۰ رقم ممکن، ۲ نیامده

$$A: \text{ رقم ۲ نیاید} \rightarrow n(A) = \begin{matrix} \boxed{8} & \boxed{9} & \boxed{9} \end{matrix} = 8 \times 9 \times 9$$

صفر نمی‌تواند بیاید

$$S: \text{ کل اعداد سه رقمی} \rightarrow n(S) = \begin{matrix} \boxed{9} & \boxed{10} & \boxed{10} \end{matrix} = 9 \times 10 \times 10$$

صفر نمی‌تواند بیاید

۸۴۸- گزینه‌ی «۳»

برای آنکه ۳ مهره‌ی انتخاب شده دو به دو هم‌رنگ نباشند، باید یک مهره‌ی سفید، یک مهره‌ی سیاه و یک مهره‌ی سبز انتخاب شود که طبق اصل

ضرب این کار به $n(A) = \binom{3}{1} \binom{4}{1} \binom{2}{1}$ حالت امکان‌پذیر است.

از طرفی اگر هیچ شرطی اعمال نشود، انتخاب ۳ مهره از این ظرف به

$$n(S) = \binom{3+4+2}{3}$$

حالت امکان‌پذیر است؛ پس:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{3}{1} \binom{4}{1} \binom{2}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{3 \times 4 \times 2}{12 \times 7} = \frac{2}{7}$$

$$\text{توجه: } \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{7 \times 8 \times 9}{6} = 7 \times 12$$

۸۴۹- گزینه‌ی «۲»

از آن‌جا که می‌دانیم این خانواده چهار فرزند پسر و دو فرزند دختر دارد، پس:

$$n(S) = \binom{6}{2} = \binom{6}{4} = 15$$

و از آن‌جا که باید فرزند اول پسر و فرزند آخر دختر باشد، می‌توان نتیجه گرفت که از میان چهار فرزند باقی‌مانده باید یکی دختر و سه تای دیگر پسر باشند، یعنی اگر پیشامد مورد نظر را با A نشان دهیم، آنگاه:

$$n(A) = \binom{4}{1} = \binom{4}{3} = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{15}$$

راهبرد حل تپ (۱۱)

به قسمت‌های «اشتراک دو پیشامد» و «اجتماع دو پیشامد» در متن درس مراجعه کنید.

۸۵۰- گزینه‌ی «۲»

هر کدام از سکه‌ها دو حالت و پرتاب تاس شش حالت دارد، پس فضای نمونه‌ای در این سؤال $n(S) = 2 \times 2 \times 6 = 24$ عضو دارد؛ اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، داریم:

$$A = \{(6, 3, 3), (6, 3, 4), (6, 4, 3), (6, 4, 4), (3, 6, 3), (3, 6, 4), (4, 6, 3), (4, 6, 4)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 6$$

بنابراین احتمال وقوع پیشامد A برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

۸۵۱- گزینه‌ی «۲»

حالت‌هایی که دو تاس با هم برابر بیایند یا مجموعشان ۱۱ شود را می‌نویسیم.

$$n(S) = 6^2 = 36$$

$$A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (5,6), (6,5)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 8 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

۸۵۲- گزینه‌ی «۲»

حداقل در یکی از دروس قبول شود، یعنی $A \cup B$.

A : فیزیک B : شیمی

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 0/75 = 0/55 + 0/60 - P(A \cap B)$$

$$A = \{bgbg, gbgb, bgbb, gbbg, ggbb, bbgg\}$$

است که همانطور که مشاهده می‌شود $n(A) = 6$ ، پس

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

توجه: پیشامد آنکه «فرزندان خانواده‌ی ۴ فرزند یک در میان پسر باشند»، زیرمجموعه‌ی پیشامد «خانواده‌ی ۴ فرزند، ۲ فرزند پسر داشته باشد» است، بنابراین اجتماع آنها، برابر پیشامد «خانواده‌ی ۴ فرزند، ۲ فرزند پسر داشته باشد» است.

۸۶۲- گزینه‌ی «۱»

فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی به صورت زیر است:

$$S = \{11, 12, 14, 15, 21, 22, 24, 25, 41, 42, 44, 45, 51, 52, 54, 55\} \Rightarrow n(S) = 16$$

در حالت‌هایی که زیر آنها خط کشیده شده است، عدد ساخته شده کوچکتر از ۴۰ یا مضرب ۴ است، یعنی $n(A) = 10$ ، بنابراین

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

۸۶۳- گزینه‌ی «۴»

مجموع دو عدد رو شده	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالت‌ها	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم با توجه به جدول بالا، $n(A) = 6 + 5 = 11$

همچنین در پرتاب دو تاس، فضای نمونه‌ای $n(S) = 6^2 = 36$ عضو دارد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{11}{36} \text{ پس}$$

۸۶۴- گزینه‌ی «۳»

برای آنکه دو عدد انتخاب شده اول یا بر ۷ بخش‌پذیر باشند، باید از مجموعه‌ی زیر انتخاب شوند:

$$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 14, 17, 19, 21, 23, 28, 29\}$$

ملاحظه می‌شود که این مجموعه ۱۳ عضو دارد، پس اگر پیشامد عددی اول یا بر ۷ بخش‌پذیر بودن دو عدد انتخابی را A بنامیم، آنگاه

$$n(A) = \binom{13}{2} = \frac{13 \times 12}{2}$$

از طرفی اگر هیچ شرطی اعمال نشود، انتخاب همزمان ۲ عدد از بین ۳۰

عدد به $n(S) = \binom{30}{2} = \frac{30 \times 29}{2}$ حالت امکان‌پذیر است، بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\frac{13 \times 12}{2}}{\frac{30 \times 29}{2}} = \frac{13 \times 2}{5 \times 29} = \frac{26}{145}$$

توجه کنید همانطور که در متن درس اشاره شد $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$

۸۶۵- گزینه‌ی «۳»

در حالت کلی برای دو پیشامد داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) = 3P(A \cap B) \text{ و } P(B) = \frac{3}{4}P(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(A) &= \frac{8 \times 9 \times 9}{9 \times 10 \times 10} = \frac{72}{100} \\ \Rightarrow P & \text{ (رقم ۲ لاقل یک بار ظاهر شود)} \\ &= P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{72}{100} = \frac{28}{100} = 0.28 \end{aligned}$$

۸۵۷- گزینه‌ی «۳»

حالتی که تعداد افراد دو گروه برابر باشند را حساب کرده و از روش متمم استفاده می‌کنیم. برابر بودن تعداد افراد دو گروه یعنی دو نفر از ۴ نفر ریاضی و دو نفر از ۶ نفر تجربی. بنابراین داریم:

P (تعداد افراد دو گروه، برابر) $= 1 - P$ (تعداد افراد دو گروه، متفاوت)

$$\begin{aligned} &= 1 - \frac{\binom{4}{2} \times \binom{6}{2}}{\binom{10}{4}} = 1 - \frac{6 \times 15}{210} = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

توجه:

$$\binom{10}{4} = \frac{10!}{6! \times 4!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

۸۵۸- گزینه‌ی «۴»

متمم پیشامد «لااقل یکی از موش‌های انتخاب شده سفید باشد»، آن است که «هیچ کدام از موش‌های انتخاب شده سفید نباشند»، یا به عبارت دیگر «همه‌ی موش‌های انتخاب شده سیاه باشند»، بنابراین احتمال مورد نظر، برابر است:

$$1 - \frac{\binom{6}{3}}{\binom{11}{3}} = 1 - \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 1 - \frac{20}{165} = \frac{145}{165} = \frac{29}{33}$$

۸۵۹- گزینه‌ی «۲»

متمم پیشامد آنکه «حداقل یک مهره‌ی آبی از ظرف خارج شود» آن است که «هیچ مهره‌ی آبی‌ای از ظرف خارج نشود»؛ پس:

$$P(\text{هیچ آبی}) = 1 - P(\text{حداقل یک آبی}) (*)$$

برای آنکه هیچ مهره‌ی آبی‌ای از ظرف خارج نشود، باید هر سه مهره‌ی انتخابی از میان سه مهره‌ی قرمز و دو مهره‌ی سیاه انتخاب شوند، پس:

$$\begin{aligned} (*) \Rightarrow P(\text{حداقل یک آبی}) &= 1 - \frac{\binom{3+2}{3}}{\binom{4+2+2}{3}} \\ &= 1 - \frac{10}{84} = \frac{74}{84} = \frac{37}{42} \end{aligned}$$

۸۶۰- گزینه‌ی «۲»

$$A \cap B = \{پ, پ, ر, ر, پ, پ\} \Rightarrow n(A \cap B) = 3$$

از طرفی، در پرتاب سه سکه، فضای نمونه‌ای دارای $n(S) = 2^3$ عضو

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

۸۶۱- گزینه‌ی «۴»

می‌دانیم که فضای نمونه‌ای تعداد فرزندان یک خانواده‌ی ۴ فرزند ۲^۴ عضو دارد، یعنی $n(S) = 2^4$. از طرفی پیشامد آنکه «فرزندان یک در میان پسر باشند و یا خانواده ۲ فرزند پسر داشته باشد» که آن را A می‌نامیم بصورت:

$$\Rightarrow P(A \cup B) = 3P(A \cap B) + \frac{3}{2}P(A \cap B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{3}{2}P(A \cap B) \Rightarrow \frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)} = \frac{3}{2}$$

۸۶۶- گزینه‌ی «۱»

هر دو هم رشته باشند یعنی اجتماع دو پیشامد ناسازگار «هر دو تجربی باشند» و «هر دو ریاضی باشند» است. فضای نمونه‌ای هم در هر دو حالت

که انتخاب دو نفر از کل یعنی $\binom{5}{2}$ است.

هر دو تجربی یا هر دو ریاضی

$$P(A) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} + \frac{\binom{2}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{3+1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

۸۶۷- گزینه‌ی «۲»

ابتدا پیشامد A را مشخص می‌کنیم:

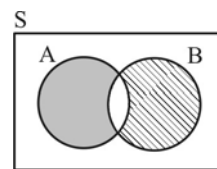
$$A = \{gggg, bggg, gbgg, bbgg\}$$

برای بدست آوردن پیشامد A - C، باید حالت‌هایی را که در آنها تعداد فرزندان دختر بیشتر از تعداد فرزندان پسر است، (حالت‌هایی که زیر آنها خط کشیده شده است) را از A حذف کنیم، پس $A - C = \{bbgg\}$ ، یعنی $n(A - C) = 1$.

از طرفی می‌دانیم که فضای نمونه‌ای جنسیت فرزندان در یک خانواده‌ی ۴ فرزندی، $n(S) = 2^4 = 16$ حالت دارد، پس:

$$P(A - C) = \frac{n(A - C)}{n(S)} = \frac{1}{16}$$

۸۶۸- گزینه‌ی «۴»



می‌دانیم که پیشامد $A \cup B$ یعنی «A رخ دهد یا B رخ دهد یا هر دوی آنها رخ دهند»، حال اگر بخواهیم فقط A رخ دهد یا فقط B رخ دهد، باید قسمتی که «هم A و هم B رخ می‌دهند» (یعنی $A \cap B$) را از $A \cup B$ حذف کنیم.

که در این صورت اجتماع دو قسمت سایه خورده و هاشورخورده در شکل بالا به دست می‌آید. قسمت سایه خورده مجموعه‌ی $A - B$ و قسمت هاشورخورده مجموعه‌ی $B - A$ است و اجتماع آنها یعنی $(A - B) \cup (B - A)$ پیشامد مورد نظر سؤال است.

۸۶۹- گزینه‌ی «۲»

متمم پیشامد آنکه «حداقل یکی از ۳ مهره‌ی انتخابی آبی باشد»، آن است که «هیچ کدام از ۳ مهره‌ی خارج شده آبی نباشند» یا به عبارت دیگر «هر ۳ مهره» از بین مهره‌های زرد و سبز انتخاب شوند، پس:

$$P(\text{هیچ آبی}) = 1 - P(\text{حداقل یکی آبی})$$

$$= 1 - \frac{\binom{5+2}{3}}{\binom{5+4+2}{3}} = 1 - \frac{35}{165} = 1 - \frac{7}{33} = \frac{26}{33}$$

۸۷۰- گزینه‌ی «۳»

احتمال این که مجموع دو تاس بزرگتر یا مساوی ۱۱ باشد را حساب کرده و از یک کم می‌کنیم:

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

راهبرد حل تیپ (۱۴)
به قسمت «تعریف احتمال شرطی» در متن درس مراجعه کنید.

۸۷۱- گزینه‌ی «۲»

وقتی دو پیشامد ناسازگارند داریم:

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0$$

۸۷۲- گزینه‌ی «۳»

با توجه به این که می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است، فضای نمونه‌ای به صورت مقابل خواهد بود:

$$S = \{bb, gb, bg\} \Rightarrow n(S) = 3$$

فضای پیشامد داشتن دختر یعنی $\{gb, bg\}$ است. بنابراین داریم:

$$n(A) = 2 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{3}$$

۸۷۳- گزینه‌ی «۴»

با توجه به این که می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان دختر است، فضای نمونه‌ای به صورت زیر خواهد بود:

$$S = \{gbb, bgb, bbg, gbg, ggb, bgg, ggg\}$$

$$\Rightarrow n(S) = 7$$

پیشامد حداقل ۲ دختر یعنی ۲ دختر یا ۳ دختر. بنابراین پیشامد به صورت زیر است:

$$A = \{ggb, bgg, gbg, ggg\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{7}$$

۸۷۴- گزینه‌ی «۴»

چون جنسیت فرزند اول مشخص است در واقع با فضای نمونه‌ای دو فرزند دیگر روبه‌رو هستیم:

$$A = \{(د, پ) \text{ و } (پ, پ)\} = \{\text{حداقل یک پسر باشد}\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{4}$$

۸۷۵- گزینه‌ی «۳»

پیشامد A را ظاهر شدن عدد ۲ و پیشامد B را مضرب ۳ نبودن تعریف می‌کنیم. سؤال، $P(A | B)$ را خواسته است.

$$A = \{2\} \text{ و } B = \{1, 2, 4, 5\} \Rightarrow A \cap B = \{2\}$$

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{4}{6}} = \frac{1}{4}$$

راهبرد حل تیپ (۱۵)

به قسمت‌های «قانون جمع احتمال‌های پیشامدهای ناسازگار» و «نتیجه‌ی مهم تعریف احتمال شرطی» در متن درس مراجعه کنید.

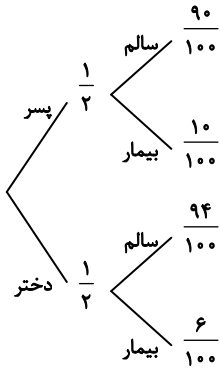
۸۷۶- گزینه‌ی «۴»

از دو موش باید یکی سالم و دیگری دیابتی باشد. بیمار یا سالم بودن موش‌ها نیز مستقل از هم دیگر است. در ضمن دو مورد در مورد دو موش وجود دارد. یا موش اول دیابتی و موش دوم سالم است و یا برعکس.

$$P(\text{دومی سالم و اولی دیابتی}) + P(\text{دومی دیابتی و اولی سالم})$$

$$= P(\text{اولی سالم} | \text{اولی دیابتی}) \cdot P(\text{اولی دیابتی}) + P(\text{اولی دیابتی} | \text{اولی سالم}) \cdot P(\text{اولی سالم})$$

$$= \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$$

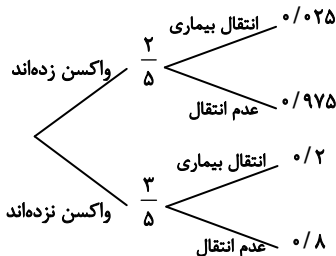


$P(\text{دختر و سالم}) + P(\text{پسر و سالم}) = P(\text{فرزند سالم})$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{90}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{94}{100} = 0.92$$

۸۸۱- گزینهی «۱»

$\frac{2}{5}$ کارگران واکسن زده‌اند، پس $\frac{3}{5}$ آنها واکسن نزده‌اند. به نمودار زیر دقت کنید:



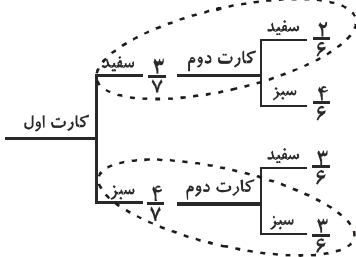
$P(\text{انتقال بیماری})$

$= P(\text{واکسن زده و منتقل شده}) + P(\text{واکسن نزده است و منتقل شده})$

$$= \frac{2}{5} \times 0.25 + \frac{3}{5} \times 0.2 = \frac{50}{5000} + \frac{6}{500} = \frac{1}{100} + \frac{12}{100} = \frac{13}{100}$$

۸۸۲- گزینهی «۳»

راه حل اول: با استفاده از نمودار درختی، مسأله را حل می‌کنیم:



پس احتمال هم‌رنگ بودن دو کارت انتخاب شده، برابر است با:

$$P = \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} \Rightarrow P = \frac{3}{7}$$

راه حل دوم: احتمال اینکه دو کارت را به صورت یکی یکی و بدون جاگذاری انتخاب کنیم با احتمال اینکه دو کارت را به صورت هم‌زمان انتخاب کنیم برابر است.

$$P(\text{دو کارت هم‌رنگ}) = \frac{\binom{3}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{3+6}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

۸۷۷- گزینهی «۴»

دو حالت داریم:

۱- موش اول سفید، موش دوم سفید، موش سوم سیاه:

$$P_1 = \left(\frac{5}{3+5}\right) \left(\frac{4}{3+4}\right) \left(\frac{3}{3+3}\right) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{5}{28}$$

۲- موش اول سفید، موش دوم سیاه، موش سوم سیاه:

$$P_2 = \left(\frac{5}{3+5}\right) \left(\frac{3}{3+4}\right) \left(\frac{2}{2+4}\right) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{5}{56}$$

پس احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P = P_1 + P_2 = \frac{5}{28} + \frac{5}{56} = \frac{10}{56} + \frac{5}{56} = \frac{15}{56}$$

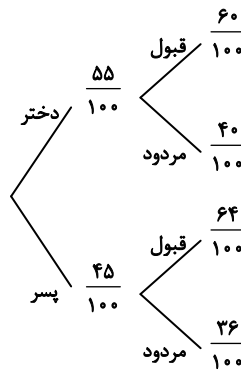
دقت کنید که چون موش‌ها متوالیاً انتخاب شده‌اند، یعنی یکی یکی انتخاب شده‌اند، پس در هر انتخاب یکی از تعداد کل کم می‌شود.

راهبرد حل تیپ (۱۶)

به قسمت «قانون احتمال کل» در متن درس مراجعه کنید.

۸۷۸- گزینهی «۲»

۵۵ درصد دختر هستند پس ۴۵ درصد پسر هستند. به نمودار زیر دقت کنید:



$P(\text{تمام واحدها را گذرانده‌اند})$

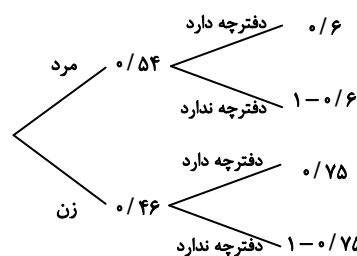
$= P(\text{پسر و گذراندن تمام واحدها}) + P(\text{دختر و گذراندن تمام واحدها})$

$$= \frac{55}{100} \times \frac{60}{100} + \frac{45}{100} \times \frac{64}{100} = \frac{3300}{10000} + \frac{2880}{10000}$$

$$= \frac{6180}{10000} = \frac{618}{1000} \times 100 \rightarrow \frac{618}{10} = 61.8 \text{ درصد}$$

۸۷۹- گزینهی «۲»

با استفاده از نمودار درختی، مسأله را حل می‌کنیم:



$$\Rightarrow P(\text{احتمال مورد نظر}) = 0.54 \times 0.06 + 0.46 \times 0.75 = 0.669$$

۸۸۰- گزینهی «۲»

فرزندی که به دنیا می‌آید پسر است یا دختر. به نمودار زیر توجه کنید.

۸۸۶- گزینه‌ی «۱»

دقت کنید که چون می‌خواهیم احتمال آن را بیابیم که ۲ مهره از ۴ مهره‌ی انتخابی سفید باشد بنابراین باید ۲ مهره‌ی دیگر سیاه باشند و چون سه ظرف داریم، احتمال انتخاب هر یک از ۳ ظرف $\frac{1}{3}$ است. احتمال آنکه از هر ظرف ۲ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی سفید خارج شود را پیدا می‌کنیم.

$$\begin{aligned}
 & \text{احتمال انتخاب ظرف A} \quad \frac{1}{3} \times \frac{\binom{4}{2} \binom{5}{2}}{\binom{9}{4}} = \frac{6 \times 10}{126} \\
 & \text{احتمال انتخاب ظرف B} \quad \frac{1}{3} \times \frac{\binom{6}{2} \binom{3}{2}}{\binom{9}{4}} = \frac{15 \times 3}{126} \\
 & \text{احتمال انتخاب ظرف C} \quad \frac{1}{3} \times \frac{\binom{6}{2} \binom{3}{2}}{\binom{9}{4}} = \frac{15 \times 3}{126}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(E) = \frac{1}{3} \left(\frac{60}{126} + \frac{45}{126} + \frac{45}{126} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{150}{126} = \frac{50}{126} = \frac{25}{63}$$

توجه کنید:

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

$$\binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

راهبرد حل تیب (۱۷)
 به قسمت «پیشامدهای مستقل» در متن درس مراجعه کنید.

۸۸۷- گزینه‌ی «۴»

اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند، آنگاه:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

۸۸۸- گزینه‌ی «۱»

هرگاه $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ، دو پیشامد را مستقل گوئیم.

$$P(A \cap B) = 0/24 = 0/3 \times 0/8 = P(B) \times P(A)$$

۸۸۹- گزینه‌ی «۴»

چون A و B مستقل هستند، داریم:

$$\begin{aligned}
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) \\
 &= 0/6 + 0/3 - 0/6 \times 0/3 = 0/9 - 0/18 = 0/12
 \end{aligned}$$

۸۹۰- گزینه‌ی «۲»

جنسیت فرزندان مستقل از هم‌دیگر است. این‌که دو فرزند اول پسر هستند، تأثیری در فرزندان سوم و چهارم ندارد.

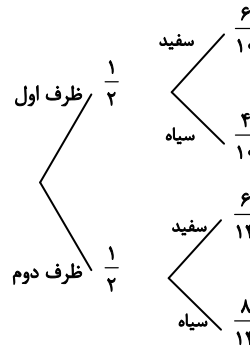
$$P(\text{فرزند سوم و چهارم دختر}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

۸۹۱- گزینه‌ی «۱»

$$P(\text{هر دو دستگاه کار کنند}) = 0/4 \times 0/4 = 0/16$$

۸۸۳- گزینه‌ی «۲»

به روش نمودار درختی عمل می‌کنیم:

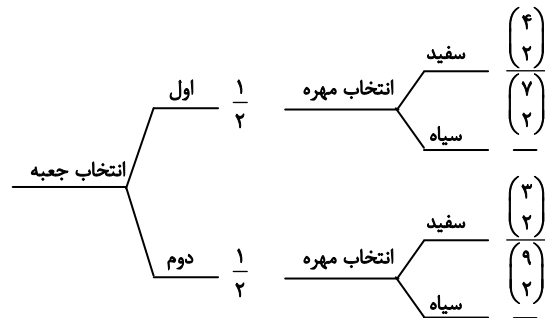


سفید از ظرف دوم «یا» سفید از ظرف اول

$$\Rightarrow P = \frac{1}{2} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{6}{14} = \frac{3}{10} + \frac{3}{14} = \frac{36}{70} = \frac{18}{35}$$

۸۸۴- گزینه‌ی «۱»

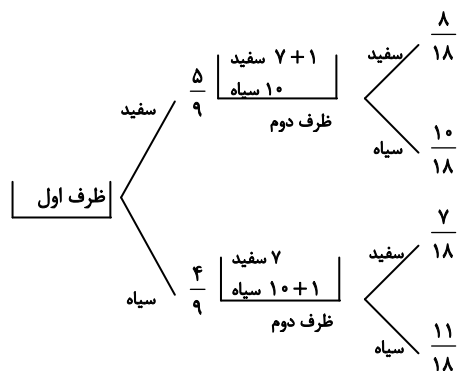
از نمودار درختی استفاده می‌کنیم، با استفاده از قانون احتمال کل، داریم:



$$\begin{aligned}
 P(\text{احتمال مورد نظر}) &= \frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{4 \times 3}{7 \times 6} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{9 \times 8} = \frac{1}{7} + \frac{1}{24} = \frac{31}{168}
 \end{aligned}$$

۸۸۵- گزینه‌ی «۳»

اولین شاخه مربوط به برداشتن مهره از ظرف اول است. در هر حالت تعداد مهره‌های ظرف دوم تغییر می‌کند. به نمودار زیر دقت کنید:



$$\Rightarrow P(\text{سفید}) = \frac{5}{9} \times \frac{6}{18} + \frac{4}{9} \times \frac{7}{18} = \frac{40}{162} + \frac{28}{162} = \frac{68}{162} = \frac{34}{81}$$

۸۹۹- گزینهی «۲»

احتمال آنکه ماه تولد این ۴ نفر متفاوت باشد، برابر است با:

$$\frac{12}{12} \times \frac{11}{12} \times \frac{10}{12} \times \frac{9}{12} = \frac{55}{96}$$

متمم پیشامد آنکه «ماه تولد حداقل دو نفر از ۴ نفر یکسان باشد» آن است که «ماه تولد هر ۴ نفر متفاوت باشد»، پس با توجه به خواص پیشامد متمم، می‌توان نوشت:

$$P = 1 - \frac{55}{96} = \frac{41}{96}$$

احتمال مورد نظر

راهبرد حل تپ (۱۹)

به قسمت‌های «قانون جمع احتمال‌های پیشامدهای ناسازگار» و «قانون ضرب احتمال‌های پیشامدهای مستقل» در متن درس مراجعه کنید.

۹۰۰- گزینهی «۳»

گروه خونی افراد مستقل از یکدیگر است. احتمال گروه خونی A، ۴۰ درصد و احتمال گروه‌خونی غیر از A، ۶۰ درصد است.

$$P(A \text{ اولی غیر } A \text{ دومی}) + P(A \text{ اولی}) + P(A \text{ دومی غیر } A) \\ = 0/4 \times 0/6 + 0/6 \times 0/4 = 0/48$$

۹۰۱- گزینهی «۴»

انتخاب مهره‌ها از دو جعبه‌ی متمایز، دو پیشامد مستقل هستند. مهره‌ها هر دو سفید هستند یا هر دو سیاه. داریم:

$$P(\text{هر دو سیاه}) + P(\text{هر دو سفید}) \\ = P(A \text{ سیاه}) \times P(B \text{ سیاه}) + P(A \text{ سفید}) \times P(B \text{ سفید}) \\ = \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{6}{35} + \frac{12}{35} = \frac{18}{35}$$

۹۰۲- گزینهی «۲»

ابتدا توجه کنید که در هر بار پرتاب هر تاس، احتمال زوج آمدن عدد رو شده برابر $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ است. سه حالت مطلوب امکان‌پذیر است که با توجه به مستقل بودن پرتاب تاس‌ها از هم، می‌توان نوشت:

$$P_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(۱) در پرتاب اول، هر دو تاس زوج بیایند:

(۲) در پرتاب دوم، برای اولین بار هر دو تاس زوج بیایند:

$$P_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$$

هر دو زوج
↑
پرتاب دوم پرتاب اول

(۳) در پرتاب سوم، برای اولین بار هر دو تاس زوج بیایند:

$$P_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$$

هر دو زوج هر دو زوج
↑ ↑
پرتاب سوم پرتاب دوم پرتاب اول

چون سه حالت بالا ناسازگارند، پس:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 \\ \Rightarrow \text{احتمال مورد نظر} \\ = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{16}{64} + \frac{12}{64} + \frac{9}{64} = \frac{16+12+9}{64} = \frac{37}{64}$$

۸۹۲- گزینهی «۱»

اعداد روشده در پرتاب تاس‌ها، مستقل از هم هستند. هر تاس چهار حالت ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ دارد که مضرب ۳ نمی‌باشند.

$$P(\text{هیچ یک مضرب ۳ نیستند}) = \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{4}{9}$$

۸۹۳- گزینهی «۴»

$$P(A) = \frac{7}{7} \times \frac{6}{7} = \frac{6}{7}$$

تعداد انتخاب‌های نفر دوم ۶ روز هفته می‌باشد. زیرا نمی‌بایستی در روزی که نفر اول متولد شده است به دنیا آمده باشد و یک انتخاب کمتر دارد.

۸۹۴- گزینهی «۳»

روز تولد هر فرد ربطی به روز تولد فرد دیگر ندارد، بنابراین مستقل از هم هستند. نفر اول آزاد است در هر یک از روزهای هفته به دنیا بیاید ولی نفرات بعدی در روزهایی که نفرات قبلی به دنیا آمده‌اند، نباید به دنیا بیایند و به همین دلیل از حالت‌های کلی کم می‌شود. بنابراین داریم:

$$\text{نفر سوم نفر دوم نفر اول} \\ P(\text{روزهای مختلف}) = \frac{7}{7} \times \frac{6}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{20}{49}$$

۸۹۵- گزینهی «۳»

فضای نمونه‌ای هر یک از این سه نفر ۱۲ است و نفر اول ۱۲ حق انتخاب دارد. اما نفرات دوم و سوم یک حق انتخاب خواهند داشت زیرا باید در ماهی به دنیا آیند که نفر اول به دنیا آمده است.

$$P(A) = \frac{12}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{144}$$

۸۹۶- گزینهی «۳»

پرتاب سکه و تاس مستقل از هم دیگر است. بنابراین داریم:

$$\text{حداقل یک «رو» و تاس ۶ نباید} \\ \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{8}$$

راهبرد حل تپ (۱۸)

به قسمت‌های «متمم یک پیشامد» و «قانون ضرب احتمال‌های پیشامدهای مستقل» در متن درس مراجعه کنید.

۸۹۷- گزینهی «۳»

احتمال آنکه در هر تاس عدد ۵ و ۶ ظاهر نشود $\frac{4}{6}$ است، پس:

$$P(A') = \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

احتمال ظاهر نشدن ۵ و ۶ در هر دو تاس

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

احتمال ظاهر شدن ۵ یا ۶ در هر دو

۸۹۸- گزینهی «۳»

احتمال بازنده شدن در هر دو دوره را حساب کرده و از یک کم می‌کنیم. چون اگر در یکی از دوره‌ها نیز ببرد، به مرحله‌ی نهایی می‌رود. برد و باخت در دوره‌ها نیز مستقل از هم هستند.

$$P(\text{باختن در هر دوره}) = 1 - 0/4 = 0/6$$

$$P(\text{بازنده شدن در هر دو دوره}) = 1 - P(\text{رفتن به مرحله‌ی نهایی}) \\ = 1 - 0/6 \times 0/6 = 1 - 0/36 = 0/64$$

۹۰۷- گزینه‌ی «۴»

می‌دانیم $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$ و $A \cap B' = A - B$
هم‌چنین $P(B') = 1 - P(B)$ پس:

$$P(A | B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A - B)}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} \quad (*)$$

طبق فرض $P(A | B') = 0/4$ و $P(B) = 0/3$ ، بنابراین از (*) نتیجه می‌شود:

$$0/4 = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - 0/3} \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = 0/28 \quad (**)$$

از طرفی $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ، پس اگر به طرفین تساوی (***)، $P(B)$ ، را اضافه کنیم، نتیجه می‌شود:

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/28 + P(B)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = 0/28 + 0/3 = 0/58$$

۹۰۸- گزینه‌ی «۱»

$$P(\{b, c\}) = P(\{a, b, c\}) - P(\{a\}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$P(\{c, b, d\} | \{a, b, c\}) = \frac{P(\{c, b, d\} \cap \{a, b, c\})}{P(\{a, b, c\})}$$

$$= \frac{P(\{b, c\})}{P(\{a, b, c\})} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{1}{2}$$

۹۰۹- گزینه‌ی «۳»

تعداد کارمندان مرد را با X و تعداد کارمندان زن را با Y نشان می‌دهیم، داریم:

$$\frac{X}{Y} = 1/5 \Rightarrow \frac{X}{Y} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{X}{X+Y} = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

یعنی احتمال مرد بودن کارمند انتخاب شده برابر $6/10$ و در نتیجه احتمال

زن بودن او $1 - 6/10 = 4/10$ است، داریم:

کارمند انتخاب شده	مرد $6/10$	ابتلا به چاقی	$20/100$
		عدم ابتلا به چاقی	$40/100$
	زن $4/10$	ابتلا به چاقی	$15/100$
		عدم ابتلا به چاقی	$25/100$

$$\Rightarrow \text{احتمال ابتلا به چاقی} : P = \frac{6}{10} \times \frac{20}{100} + \frac{4}{10} \times \frac{15}{100} = 0/18$$

۹۱۰- گزینه‌ی «۳»

$$A = \{(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{6^2} = \frac{1}{6}$$

$$B = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{6^2} = \frac{1}{6}$$

$$A \cap B = \{(4, 3)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}$$

راهبرد حل تیب (۲۰)

به قسمت‌های «اجتماع دو پیشامد» و «پیشامدهای مستقل» در متن درس مراجعه کنید.

۹۰۳- گزینه‌ی «۳»

رنگ چشم و گروه خونی مستقل از هم دیگر است. بنابراین داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$= P(\text{چشم مشکلی}) + P(\text{گروه خونی A}) - P(\text{چشم مشکلی و گروه خونی A})$$

$$= 0/40 + 0/75 - 0/40 \times 0/75 = 1/15 - 0/30 = 0/85$$

۹۰۴- گزینه‌ی «۱»

A : پیشامد آن‌که فرد انتخاب شده، تحصیلات ابتدایی داشته باشد.
 B : پیشامد آن‌که فرد انتخاب شده، مهارت قالی‌بافی داشته باشد.

$A \cup B$ ، پیشامد آن است که فرد انتخاب شده تحصیلات ابتدایی یا مهارت قالی‌بافی داشته باشد، داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

از آن‌جا که دو پیشامد A و B مستقلند،
پس $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
بنابراین:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$= 0/6 + 0/25 - (0/6)(0/25) = 0/85 - 0/15 = 0/7$$

۹۰۵- گزینه‌ی «۴»

اعداد ظاهر شده در هر تاس باید کم‌تر از ۴ باشد یعنی ۱، ۲ و ۳، بنابراین برای هر یک از دو تاس سه حالت وجود دارد، پس:

$$n(S) = 3 \times 3 = 9$$

اگر A پیشامد این باشد که قدر مطلق تفاضل اعداد ظاهر شده برابر یک نباشد، آنگاه داریم:

$$A = \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (3, 3)\} \Rightarrow n(A) = 5$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{9}$$

۹۰۶- گزینه‌ی «۳»

برای هر دو پیشامد ناتمی A و B در فضای نمونه‌ای S ، داریم:

$$\frac{P(A | B)}{P(B | A)} = \frac{P(A)}{P(B)}$$

زیرا:

$$\begin{cases} P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \\ P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{P(A | B)}{P(B | A)} = \frac{\frac{P(A \cap B)}{P(B)}}{\frac{P(A \cap B)}{P(A)}} = \frac{P(A)}{P(B)}$$

دقت کنید که $(A \cap B) = (B \cap A)$

$$P(A') = 0/7 \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 0/3$$

$$P(B') = 0/8 \Rightarrow P(B) = 1 - P(B') = 0/2$$

با استفاده از نکته‌ی بالا، داریم:

$$\frac{P(A | B)}{P(B | A)} = \frac{P(A)}{P(B)} \Rightarrow \frac{0/6}{P(B | A)} = \frac{0/3}{0/2}$$

$$\Rightarrow P(B | A) = 0/4$$

۹۱۶- گزینهی «۳»

یکی از اعضای تیم را در نظر می‌گیریم. برای این فرد هر ۱۲ ماه از سال مطلوب است، اما نفر بعدی باید در ماهی غیر از ماه نفر اول باشد، پس برای فرد دوم ۱۱ ماه از سال مطلوب است. برای فرد سوم، ۱۰ ماه از سال مطلوب است (ماههایی بجز از ماههای تولد نفرات اول و دوم) و ... به همین ترتیب برای نفر ششم ۷ ماه از سال مطلوب است (ماههایی بجز ماههای تولد نفرات اول تا پنجم). از آنجایی که ماه تولد افراد مستقل از هم است، احتمال پیشامد مورد نظر، برابر است با:

$$\frac{12}{12} \times \frac{11}{12} \times \dots \times \frac{7}{12} = \frac{12 \times 11 \times \dots \times 7}{12^6}$$

طبق تعریف «ترتیب»، می‌دانیم

$$P(12, 6) = \frac{12!}{(12-6)!} = 12 \times 11 \times \dots \times 7$$

پس احتمال مورد نظر، برابر با $\frac{P(12, 6)}{12^6}$ است.

۹۱۷- گزینهی «۴»

چون A و B مستقل هستند، داریم:

$$P(A \cap B) = P^2(A) \Rightarrow P(A) \times P(B) = P^2(A)$$

$$\Rightarrow P(B) = P(A)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - P(B)$$

۹۱۸- گزینهی «۳»

همانطور که در متن درس بیان شد، اگر (B, A) دو پیشامد مستقل از هم باشند، هر کدام از جفت پیشامدهای (B, A'), (B', A) و (B', A') نیز مستقل از هم هستند، پس گزینه‌های ۲ و ۴ درست هستند. همچنین در متن درس اشاره شد که دو پیشامد ناتهی و مستقل از هم (B, A) هیچ‌گاه نمی‌توانند ناسازگار باشند. در گزینهی (۳) از آنجا که (B', A) دو پیشامد ناتهی و مستقل از هم هستند، نمی‌توانند ناسازگار باشند، بنابراین گزینهی ۳ نادرست و پاسخ سؤال است. همچنین دقت کنید که گزینهی (۱) نیز درست است. می‌دانیم دو پیشامد در صورتی ناسازگار نامیده می‌شوند که اشتراک آنها تهی باشد، برای دو پیشامد (A ∩ B) و (A ∩ B')

$$(A \cap B) \cap (A \cap B') = A \cap (B \cap B') = A \cap \phi = \phi$$

۹۱۹- گزینهی «۲»

پیشامد بهبود شخص A بعد از عمل جراحی را با A و پیشامد بهبود شخص B را با B نمایش می‌دهیم؛ پیشامد A ∪ B مورد نظر سؤال است:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (*)$$

در این مسأله، A و B مستقل از هم هستند، پس

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{*} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \\ &= 0/8 + 0/6 - 0/8 \times 0/6 = 0/92 \end{aligned}$$

۹۲۰- گزینهی «۱»

متمم پیشامد آنکه «حداقل یکی از دو فرد A و B تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا نکند»، آن است که «هر دو فرد A و B تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا نکنند»، که با توجه به مستقل بودن دو فرد A و B، احتمال اخیر، برابر است با:

$$0/6 \times 0/7 = 0/42$$

A و B مستقل از یکدیگرند. $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow$ توجه کنید که چون $A \cap B \neq \phi$ ، پس A و B ناسازگار نیستند و چون $P(A) + P(B) \neq 1$ ، دو پیشامد A و B متمم یکدیگر نیستند.

۹۱۱- گزینهی «۳»

احتمال آنکه در هر بار پرتاب یک تاس عددی زوج (۲، ۴، ۶) رو شود برابر با $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ است.

از آنجا که عدد رو شده در پرتاب دو تاس مستقل از هم هستند، پس احتمال آنکه هر دو تاس عددی زوج رو شوند، برابر است با $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

۹۱۲- گزینهی «۱»

هر تاس دارای ۶ حالت است که ۳ تاس آن‌ها زوج و ۳ تاس آن‌ها فرد هستند.

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$n(A) = 3 \times 3 = 9 \Rightarrow P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$n(B) = 3 \times 3 = 9 \Rightarrow P(B) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow P^2(A) + P^2(B) = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

۹۱۳- گزینهی «۲»

برای آنکه در پرتاب هر کدام از تاس‌ها، عدد رو شده مضرب ۳ نباشد، باید یکی از اعداد {۱، ۲، ۴، ۵} رو شود، که احتمال این پیشامد برابر است با $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

از آنجا که پرتاب دو تاس مستقل از هم است، احتمال آنکه عدد رو شده در پرتاب هر دو تاس مضرب ۳ نباشد، برابر است با: $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

۹۱۴- گزینهی «۱»

کافی است احتمال مساوی بودن را حساب کرده و از یک کم کنیم. پیشامد مساوی بودن دو تاس = {(۱، ۱)، (۲، ۲)، (۳، ۳)، (۴، ۴)، (۵، ۵)، (۶، ۶)}

$$P = \frac{6}{36} \text{ (هر دو مساوی)}$$

$$\Rightarrow P \text{ (مساوی بودن)} = 1 - P \text{ (مساوی نبودن)}$$

$$= 1 - \frac{6}{36} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

۹۱۵- گزینهی «۴»

اگر A پیشامد متمایز بودن عدد رو شده در پرتاب سه تاس باشد:

$$P(A) = \frac{6}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{6}$$

اگر B پیشامد «مساوی بودن هر ۳ عدد در ۳ بار پرتاب یک تاس باشد»، آنگاه:

$$B = \{(1, 1, 1), (2, 2, 2), \dots, (6, 6, 6)\} \Rightarrow n(B) = 6$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{6^3}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{P(A)}{P(B)} &= \frac{\frac{6 \times 5 \times 4}{6^3}}{\frac{6}{6^3}} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 5 \times 4 = 20 \end{aligned}$$

$$P = P_1 + P_2 = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

راهبرد حل تپ (۲۱)

به قسمت «متغیرهای تصادفی» و «توزیع احتمال» در متن درس مراجعه کنید.

۹۲۷- گزینه‌ی «۳»

اگر متغیر تصادفی X برابر با تعداد موش‌های سفید انتخاب شده از میان ۴ موش سفید و ۶ موش سیاه باشد، آنگاه X می‌تواند مقادیر صفر، یک و دو را بپذیرد و داریم:

$$P(X=x) = \frac{\binom{4}{x} \binom{6}{2-x}}{\binom{10}{2}} = \frac{\binom{4}{x} \binom{6}{2-x}}{45}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(X=0) = \frac{\binom{4}{0} \binom{6}{2}}{45} = \frac{1 \times 15}{45} = \frac{15}{45} \\ P(X=1) = \frac{\binom{4}{1} \binom{6}{1}}{45} = \frac{4 \times 6}{45} = \frac{24}{45} \\ P(X=2) = \frac{\binom{4}{2} \binom{6}{0}}{45} = \frac{6 \times 1}{45} = \frac{6}{45} \end{cases}$$

با توجه به مقادیر به دست آمده در بالا، بیشترین مقدار در توزیع احتمال

$$P(X=1) = \frac{24}{45} = \frac{8}{15} \quad \text{متغیر تصادفی } X, \text{ برابر است با:}$$

۹۲۸- گزینه‌ی «۴»

همواره مجموع همه‌ی احتمال‌های پیشامدهای ممکن، برابر با یک است.

راهبرد حل تپ (۲۲)

به قسمت «توزیع دو جمله‌ای» در متن درس مراجعه کنید.

۹۲۹- گزینه‌ی «۱»

$$\binom{5}{3} (0.9)^3 (1-0.9)^{5-3} = \binom{5}{2} (0.9)^2 (0.1)^3$$

$$= 10 \times \frac{9^3}{1000} \times \frac{1}{100} = 0.0729$$

۹۳۰- گزینه‌ی «۲»

$$\binom{3}{2} (0.3)^2 (1-0.3)^{3-2} = 3 \times 0.09 \times 0.7 = 0.189$$

۹۳۱- گزینه‌ی «۴»

احتمال این‌که به یک سؤال سه گزینه‌ای درست پاسخ داده شود، $\frac{1}{3}$ است.

$$n = 6 \quad x = 4 \quad p = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow P(4) = \binom{6}{4} \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{6-4} = 15 \times \frac{1}{81} \times \frac{4}{9} = \frac{20}{243}$$

بنابراین احتمال مورد نظر سؤال، برابر می‌شود با:

$$P = 1 - 0.42 = 0.58$$

۹۲۱- گزینه‌ی «۲»

متمم «لااقل یکی از دو نفر در آزمایش قبول نشود»، آن است که «هر دو نفر در آزمایش قبول شوند»، پس احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P' = 1 - P \quad (\text{هر دو قبول شوند})$$

$$= 1 - 0.8 \times 0.7 = 1 - 0.56 = 0.44$$

۹۲۲- گزینه‌ی «۲»

می‌دانیم پیشامد عدم وقوع A و B به ترتیب عبارتست از A' و B' ، بنابراین پیشامد آنکه هیچ‌یک از دو پیشامد A و B واقع نشود، عبارتست از $A' \cap B'$ ، بنابراین باید $P(A' \cap B')$ را محاسبه کنیم. همانطور که در متن درس اشاره شد، اگر A و B مستقل از هم باشند، A' و B' مستقل از هم هستند، پس:

$$P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B') = (1 - P(A)) \cdot (1 - P(B))$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

۹۲۳- گزینه‌ی «۴»

می‌دانیم برای آنکه فردی دارای RH خون منفی باشد، باید دو ژن منفی داشته باشد. پس احتمال منفی بودن RH خون برابر است با

$$P = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{49}$$

باشد، برابر است با:

$$1 - P = 1 - \frac{9}{49} = \frac{40}{49}$$

۹۲۴- گزینه‌ی «۳»

می‌دانیم برای آنکه فردی دارای RH منفی باشد، لازم است دو ژن منفی داشته باشد و چون این ژن‌ها را از والدین خود به ارث می‌برد، می‌توانیم منفی بودن هر یک از این ژن‌ها را مستقل فرض کنیم، بنابراین:

$$P(\text{RH منفی باشد}) = P(\text{هر دو ژن منفی}) = 0.4 \times 0.4 = 0.16$$

همچنین:

$$P(\text{RH منفی نباشد}) = 1 - P(\text{RH منفی باشد})$$

$$= 1 - 0.16 = 0.84$$

$$\Rightarrow \frac{P(\text{RH منفی نباشد})}{P(\text{RH باشد})} = \frac{0.84}{0.16} = \frac{21}{4}$$

۹۲۵- گزینه‌ی «۲»

$$P(\text{دختر}) = 1 - P(\text{پسر}) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{هر دو دختر یا هر دو پسر}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

۹۲۶- گزینه‌ی «۲»

حالت‌ها به صورت زیر خواهند بود:

(دختر * پسر * دختر * پسر) یا (پسر * دختر * پسر * دختر)

$$P_1 = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$$

(پسر * دختر * دختر * دختر) یا (دختر * پسر * دختر * دختر)

$$P_2 = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$$