

کمیت، اندازه‌گیری و یکا

کمیت‌های اصلی و فرعی

آن دسته از کمیت‌هایی را که یكاهای آن‌ها به طور مستقل تعریف شده‌اند، کمیت‌های اصلی و یكای آن‌ها را یكاهای اصلی می‌نامند، مانند کمیت‌های جرم و طول و زمان که یكاهای آن‌ها در SI (دستگاه بین‌المللی) به ترتیب کیلوگرم (kg) و متر (m) و ثانیه (s) است. آن دسته از کمیت‌هایی که آن‌ها را می‌توان برحسب یكاهای اصلی تعیین کرد، کمیت‌های فرعی می‌نامند مانند سرعت بر حسب (m/s)، مساحت بر حسب (m²)، نیرو بر حسب (kg m/s²) و غیره.

تذکر: یكای هر کمیت باید به گونه‌ای انتخاب شود که در شرایط فیزیکی تعیین شده، تغییر نکند و در دسترس باشد.

کمیت‌های نرده‌ای (عددی یا اسکالر) و کمیت‌های برداری

کمیت‌های نرده‌ای کمیت‌هایی هستند که با یک عدد بیان می‌شوند و برای آن‌ها جهت مطرح نیست مانند جرم، طول، زمان و انرژی که از جمع جبری پیروی می‌کنند.

کمیت‌های برداری کمیت‌هایی هستند که دارای اندازه (بزرگی) و جهت (راستا و سو) باشند و از قاعده‌ی جمع برداری پیروی کنند مانند سرعت - شتاب - نیرو و غیره.

نمادگذاری علمی

در نمادگذاری علمی هر مقدار را به صورت حاصل‌ضرب عددی بین ۱ و ۱۰ و توان صحیحی از ۱۰ می‌نویسند. مثلاً برای نوشتن دو عدد ۵۷۴۰۰۰ و ۰/۰۲۵۱ با استفاده از نمادگذاری علمی آن‌ها را به ترتیب به صورت 5.74×10^5 و 2.51×10^{-3} می‌نویسند.

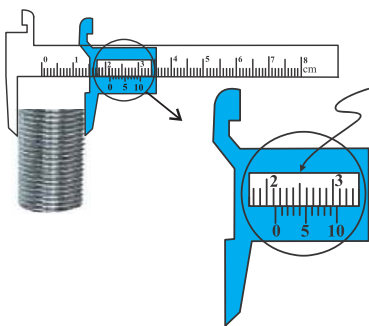
دقت اندازه‌گیری، وسیله و روش اندازه‌گیری

هر وسیله‌ی اندازه‌گیری مانند خط‌کش - ترازو، کولیس، ریزسنج و غیره دارای یک دقت اندازه‌گیری است. دقت اندازه‌گیری کمترین مقداری است که یک وسیله اندازه‌گیری می‌تواند اندازه بگیرد.

مثلاً خط‌کش میلی‌متری معمولی دارای دقت اندازه‌گیری یک میلی‌متر یا ۰/۱ سانتی‌متر و یا ۰/۰۰۱ متر است و کمتر از میلی‌متر را نمی‌تواند اندازه‌گیری کند. مقادیر اندازه‌گیری شده توسط هر وسیله‌ی اندازه‌گیری مضرب صحیحی از دقت اندازه‌گیری آن وسیله است.

مثلاً پیمانهای به حجم ۵ cm³ می‌تواند حجم‌هایی از یک مایع که دارای مقادیر ۵ و ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ و ... سانتی‌متر مکعب است را اندازه‌گیری کند.

ابزارهای دقیق اندازه‌گیری



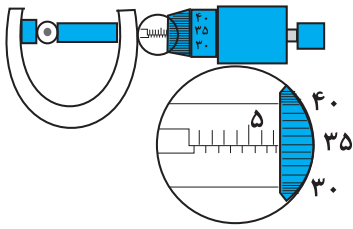
کولیس: وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری ضخامت‌های بسیار کوچک تا ۰/۰۱ mm استفاده می‌شود.

کولیس از دو بخش ثابت و متحرک تشکیل شده است، بخش ثابت، بخش متحرک، خط‌کش مدرج معمولی است که در انتهای آن یک فک تعبیه شده است. بخش متحرک آن (ورنیه) نیز یک خط‌کش مدرج است با این تفاوت که به‌طور کشویی می‌تواند بر روی خط‌کش ثابت کولیس بلغزد. در انتهای این خط‌کش نیز یک فک تعبیه شده است. این دو فک می‌توانند اطراف خارجی قطعات یا دهانه‌ی داخلی لوله‌ها یا سوراخ‌ها را که می‌خواهیم اندازه‌بگیریم، دربر بگیرند.

روش خواندن کولیس: برای خواندن عددی که کولیس نشان می‌دهد، دو مرحله باید انجام دهیم. اول خواندن قسمت صحیح، دوم خواندن قسمت اعشاری اندازه‌گیری. به این منظور به طریق زیر عمل می‌کنیم:

(۱) ابتدا صفر خط‌کش متحرک را در نظر می‌گیریم. اولین عدد قبل از آن روی خط‌کش ثابت را با در نظر گرفتن واحد، به عنوان عدد صحیح اندازه‌گیری، یادداشت می‌کنیم.

(۲) برای تعیین قسمت اعشاری اندازه‌گیری، ابتدا باید خطی از خط‌های مندرج بر روی خط‌کش متحرک که با یکی از خطوط مندرج بر روی خط‌کش ثابت در یک راستا قرار دارد را تعیین کنیم. با توجه به صفر خط‌کش متحرک، مشخص می‌کنیم این خط چندمین خط روی خط‌کش متحرک است. حال شماره‌ی این خط را در دقت کولیس ضرب می‌کنیم و به این طریق قسمت اعشاری اندازه‌گیری به‌دست می‌آید.



ریزنسج (میکرومتر): ابزار دقیقی است و همان طور که از نامش پیداست برای اندازه‌گیری‌های خیلی کوچک از 0.01 میلی‌متر تا یک میکرون (0.001 میلی‌متر)، به کار می‌رود. ریزنسج نیز دارای فک ثابت و متحرک است، فک متحرک آن توسط چرخاندن پیچ ریزنسج جابه‌جا می‌شود. با یک دور چرخاندن پیچ ریزنسج، پیچ (فک متحرک) به اندازه‌ی یک گام به جلو می‌رود. (فاصله‌ی یک دنده تا دنده‌ی بعدی پیچ را گام پیچ می‌نامند.) هرچه گام پیچ کوچک‌تر باشد، دقت میکرومتر بیشتر است. برای خواندن ریزنسج نیز باید قسمت صحیح و قسمت اعشاری را جداگانه و به روش زیر خوانده و سپس جمع کنیم.

(۱) از روی خط‌کش ثابت، آخرین عددی را که مشخص است، با در نظر گرفتن واحد به عنوان قسمت صحیح در نظر می‌گیریم. دقت کنید ممکن است عدد صحیح از نیمه گذشته باشد و بنابراین باید 0.5 واحد به عدد قسمت صحیح اضافه کرد. (۲) از روی پیچ ریزنسج، عددی را که منطبق بر خط افقی است در نظر می‌گیریم و با ضرب این عدد در دقت ریزنسج، قسمت اعشاری به دست می‌آید. سپس این دو عدد را با هم جمع می‌کنیم.

کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور

کمیت‌های اصلی و فرعی

(سراسری ریاضی - ۸۶)

- (۲) جرم و زمان - طول و نیرو
(۴) نیرو و دما - سرعت و شدت جریان

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۶)

- (۲) یکاهای اصلی - کمیت‌های فرعی
(۴) کمیت‌های اصلی - کمیت‌های فرعی

۳۶۸- از کمیت‌های اصلی و از کمیت‌های فرعی می‌باشند.

- (۱) حجم و جرم - زمان و انرژی
(۳) طول و جرم - مساحت و نیرو

۳۶۹- جرم و زمان از و کیلوگرم و ثانیه از می‌باشند.

- (۱) یکاهای فرعی - یکاهای اصلی
(۳) کمیت‌های اصلی - یکاهای اصلی

نیب ۱۴۳

کمیت‌های برداری و نرده‌ای

(سراسری تجربی - ۸۳)

- (۲) میدان الکتریکی
(۴) کار

(سراسری ریاضی - ۶۷)

- (۲) بار الکتریکی
(۴) میدان الکتریکی

۳۷۰- کدام یک از کمیت‌های زیر نرده‌ای است؟

- (۱) شتاب
(۳) میدان مغناطیسی

۳۷۱- کدام یک از کمیت‌های زیر برداری است؟

- (۱) انرژی پتانسیل
(۳) توان

دقت اندازه‌گیری

۳۷۲- با یک خط‌کش که بر حسب میلی‌متر مدرج شده است، طولی را اندازه گرفته‌ایم، کدام اندازه بر حسب سانتی‌متر درست نوشته شده است؟ (سراسری ریاضی - ۷۷)

- (۱) ۷ (۲) $7/29$ (۳) $7/3$ (۴) $7/35$

۳۷۳- خط‌کشی بر حسب میلی‌متر درجه بندی شده است، کدام یک از اندازه‌گیری‌های زیر توسط این خط‌کش درست است؟ (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۳)

- (۱) $4/5$ میلی‌متر
(۲) $1/35$ سانتی‌متر
(۳) $5/4$ سانتی‌متر
(۴) 0.025 متر

۳۷۴- با ترازویی که دقت اندازه‌گیری آن 0.1 گرم است، جرم جسمی را اندازه گرفته‌ایم. کدام مقدار نمی‌تواند گزارش نتیجه‌ی این اندازه‌گیری (بر حسب گرم) باشد؟ (سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۸)

- (۱) $32/0$ (۲) $32/09$ (۳) $32/5$ (۴) $32/9$

۳۷۵- طول یک جسم با خط‌کشی که بر حسب میلی‌متر مدرج شده اندازه‌گیری می‌شود. این طول را بر حسب سانتی‌متر چگونه می‌توان نوشت؟ (سراسری ریاضی - ۸۵)

- (۱) 0.75 (۲) $7/52$ (۳) $75/20$ (۴) $75/2$

(سراسری ریاضی - ۸۱)

۳۷۶- فاصله‌ی بین دو نقطه، به شکل چهار گزینه‌ی زیر اعلام شده است. دقت اندازه‌گیری در کدام یک از آن‌ها بیش‌تر است؟

تیپ ۱۴۵

- (۱) $۸ / ۷۹ \text{ km}$ (۲) $۸ / ۷۹ \times ۱۰^۶ \text{ mm}$
 (۳) ۸۷۹۰۰۰ mm (۴) $۸ / ۷۹۰۰ \times ۱۰^۳ \text{ m}$

آزمون‌های کانون و سایر

(آزمون کانون - ۹۱) (فیزیک ۲ - فصل ۱ - فعالیت ۱ - ۳ و جدول ۱ - ۱)

۳۷۷- کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

- (۱) یکای هر کمیت باید به گونه‌ای انتخاب شود که در دسترس باشد.
 (۲) یکی از مجموعه یکاهای مورد توافق بین المللی را به اختصار مجموعه یکاهای SI می‌نامند.
 (۳) نمونه‌ی استاندارد یکای جرم در SI، به صورت استوانه‌ای از جنس تیتانیوم و ایریدیوم است.
 (۴) یکاهای کمیت‌های اصلی را یکاهای اصلی می‌نامند.

(آزمایشی سنجش - ۸۴)

۳۷۸- در عمل نیازی نیست که برای هر یک از کمیت‌های فیزیکی یکای مستقل تعریف شود، زیرا:

- (۱) منابع انتخاب یکا محدود است.
 (۲) در عمل با تمام کمیت‌ها در ارتباط نیستیم.
 (۳) قوانین فیزیک و ریاضی کمیت‌ها را به هم مربوط می‌کند.
 (۴) تعدادی از کمیت‌ها بدون یکا (واحد) می‌باشند.

۳۷۹- یکای طول در SI، نام دارد. برای این طول، نمونه‌ی استاندارد از جنس آلیاژ پلاتین و ایریدیوم، با دو علامت روی آن که فاصله‌ی بین آن‌ها در دمای

(آزمون کانون - ۹۱)

..... به طور دقیق برابر با طول توافق شده‌ی بین المللی است، ساخته شده است.

- (۱) متر، صفر درجه‌ی سلسیوس (۲) متر، صفر کلوین
 (۳) سانتی‌متر، صفر درجه‌ی سلسیوس (۴) سانتی‌متر، صفر کلوین

(آزاد ریاضی - ۹۰)

۳۸۰- کمیت‌های تکانه، انرژی و جابه‌جایی به ترتیب چه نوع‌اند؟

تیپ ۱۴۶

- (۱) نرده‌ای، برداری، نرده‌ای (۲) برداری، نرده‌ای، برداری
 (۳) برداری، نرده‌ای، نرده‌ای (۴) برداری، برداری، نرده‌ای

(فیزیک ۲ - فصل ۱ - تمرین ۱ - ۱) (آزمون کانون - ۹۱)

۳۸۱- مقدار $۶ / ۷ \times ۱۰^۵ \mu\text{m}^۲$ برابر با چند سانتی‌متر مربع است؟

- (۱) $۶ / ۷ \times ۱۰^۸$ (۲) $۶ / ۷ \times ۱۰^{-۳}$
 (۳) $۶ / ۷ \times ۱۰^۳$ (۴) $۶ / ۷ \times ۱۰^{-۸}$

۳۸۲- با استفاده از یک ترازو که توانایی اندازه‌گیری تا $۰/۰۱$ کیلوگرم را دارد، جرم جسمی را $۴ / ۳۰ \text{ kg}$ اندازه‌گیری می‌کنیم. با اطمینان می‌توان گفت که جرم

(آزمایشی سنجش - ۸۷)

جسم است.

- (۱) ۴ کیلوگرم (۲) $۴ / ۳۰$ کیلوگرم
 (۳) بین $۴ / ۲۹$ کیلوگرم و $۴ / ۳۱$ کیلوگرم (۴) $۴ / ۳۰۰$ کیلوگرم

(فیزیک ۲ - فصل ۱ - تمرین ۱ - ۳) (آزمون کانون - ۹۱)

۳۸۳- هر $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ به صورت نمادگذاری علمی، چند متر بر دقیقه است؟

- (۱) $۱ / ۲ \times ۱۰^۵$ (۲) ۱۲۰۰۰۰
 (۳) $۰/۱۲$ (۴) $۱ / ۲ \times ۱۰^{-۱}$

۳۸۴- طول یک مکعب فلزی ۱m و عرض آن ۵dm و ارتفاع آن $۱۲۰ \mu\text{m}$ است. حجم این مکعب برحسب $\text{cm}^۳$ و به صورت نماد علمی کدام است؟

(آزمون کانون - ۹۱)

- (۱) ۶×۱۰^{-۲} (۲) ۶×۱۰^۲
 (۳) ۶×۱۰^۱ (۴) ۶۰

۳۸۵- اعداد زیر به وسیله‌ی دستگاه‌های مختلف از یک مدت زمان اندازه‌گیری شده‌اند. دقت اندازه‌گیری کدام دستگاه در حد 10^{-3} ms است؟ (آزمون کانون-۹۱)

(۱) $6/1234s$ (۲) $6/123 \times 10^6 \mu s$

(۳) $6/12 \times 10^2 \mu s$ (۴) $6/12s$

۳۸۶- طول دو مسیر A و B به ترتیب $56/56$ نانومتر و $56/56$ گیگامتر گزارش شده است. در این صورت، طول مسیر A از طول مسیر B بوده، و طول مسیر

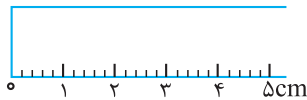
B برابر طول مسیر A است. (آزمون کانون-۹۱)

(۱) کوتاه‌تر - 10^{18} (۲) کوتاه‌تر - 10^{-18}

(۳) بلندتر - 10^{18} (۴) بلندتر - 10^{-18}

۳۸۷- طول یک میله را با یک خط‌کش مخصوص بسیار بلند که به صورت شکل زیر درجه‌بندی شده است، اندازه‌گیری می‌کنیم. کدام‌یک از اعداد زیر، می‌تواند نتیجه‌ی

حاصل از این اندازه‌گیری باشد؟ (آزمون کانون-۹۱)



(۱) $4/2cm$

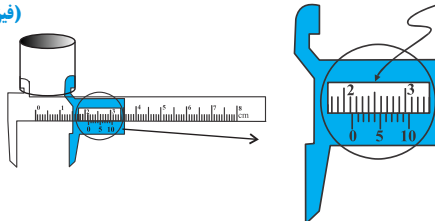
(۲) $8/5cm$

(۳) $9/25cm$

(۴) $10/20cm$

۳۸۸- مطابق شکل توسط یک کولیس قطر داخلی یک لوله را اندازه‌گیری کرده‌ایم. این کولیس چه عددی را برحسب میلی‌متر نشان می‌دهد؟ (دقت اندازه‌گیری

کولیس $0/1mm$ است.) (فیزیک ۲- فصل اول- شکل ۱-۴)



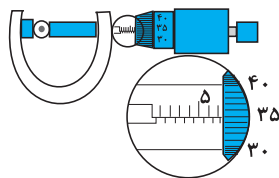
(۱) $20/1$

(۲) $21/1$

(۳) $20/4$

(۴) $21/4$

۳۸۹- در شکل مقابل، ریزسنجی با دقت $0/01mm$ آورده شده است. ریزسنجی چه عددی را برحسب میلی‌متر نشان می‌دهد؟ (فیزیک ۲- فصل اول- شکل ۱-۴)



(۱) $5/2$

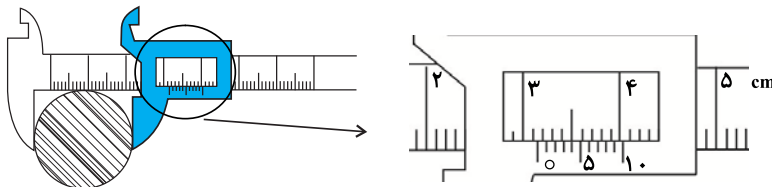
(۲) $5/21$

(۳) $5/35$

(۴) $5/85$

۳۹۰- مطابق شکل زیر، قطر خارجی یک لوله‌ی استوانه‌ای را به وسیله‌ی کولیس اندازه‌گیری کرده‌ایم. کدام‌یک از گزینه‌های زیر، عددی را که کولیس نشان می‌دهد،

برحسب میلی‌متر به درستی بیان می‌کند؟ (دقت کولیس $\frac{1}{100}$ سانتی‌متر است.) (آزمون کانون-۹۳)



(۱) $3/14$

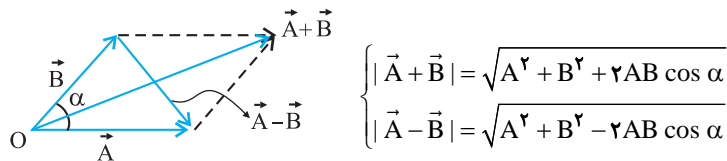
(۲) $3/14$

(۳) $3/1$

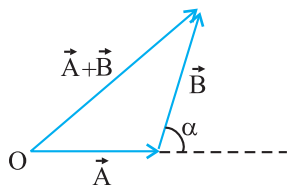
(۴) $3/15$

جمع و تفاضل دو بردار

در شکل زیر دو بردار \vec{A} و \vec{B} از یک نقطه رسم شده‌اند. در این شکل بردارهای $\vec{A} + \vec{B}$ و $\vec{A} - \vec{B}$ نشان داده شده است. اندازه یا بزرگی این دو بردار از روابط ارائه شده بدست می‌آیند.



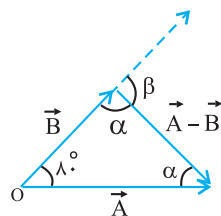
توجه: اگر مطابق شکل زیر دو بردار \vec{A} و \vec{B} به دنبال هم رسم شوند زاویه‌ی بین دو بردار، زاویه‌ی α خواهد بود که بین بردار \vec{B} و امتداد بردار \vec{A} می‌باشد.



مثال: زاویه‌ی بین دو بردار هم‌اندازه‌ی \vec{A} و \vec{B} برابر 80° است. زاویه‌ی بردار $(\vec{A} - \vec{B})$ با بردار \vec{B} چند درجه است؟

$100^\circ(4)$
 $60^\circ(3)$
 $130^\circ(2)$
 $80^\circ(1)$

پاسخ: گزینه‌ی (۲): در شکل دو بردار \vec{A} و \vec{B} هم‌اندازه و مثلث متساوی الساقین است بنابراین:



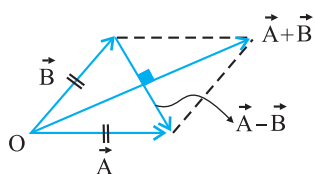
$$2\alpha = 180^\circ - 80^\circ \Rightarrow \alpha = 50^\circ$$

زاویه‌ی بین بردار $\vec{A} - \vec{B}$ و بردار \vec{B} زاویه‌ی β می‌باشد که از امتداد بردار \vec{B} مشخص می‌شود.

$$\beta = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \beta = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

حالت‌های خاص

الف) اگر مطابق شکل زیر دو بردار \vec{A} و \vec{B} هم‌اندازه باشند، متوازی الاضلاع به لوزی تبدیل می‌شود و می‌دانیم در لوزی دو قطر بر هم عمود هستند. در این حالت اندازه بردارهای $\vec{A} + \vec{B}$ و $\vec{A} - \vec{B}$ از روابط ساده شده زیر بدست می‌آیند.



$$\begin{cases} |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \alpha} \\ |\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \alpha} \end{cases} \xrightarrow{|\vec{A}|=|\vec{B}|} \begin{cases} \sqrt{2A^2 + 2A^2 \cos \alpha} \\ \sqrt{2A^2 - 2A^2 \cos \alpha} \end{cases} \Rightarrow$$

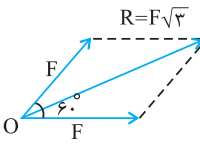
$$\begin{cases} \sqrt{2A^2(1 + \cos \alpha)} & \xrightarrow{1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} & |\vec{A} + \vec{B}| = 2A \cos \frac{\alpha}{2} \\ \sqrt{2A^2(1 - \cos \alpha)} & \xrightarrow{1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} & |\vec{A} - \vec{B}| = 2A \sin \frac{\alpha}{2} \end{cases}$$

نکته: اگر دو بردار مانند دو نیروی هم‌اندازه با بزرگی F که زاویه‌ی بین آن‌ها برابر α است را در نظر بگیریم بزرگی برآیند آن‌ها از رابطه‌ی زیر بدست

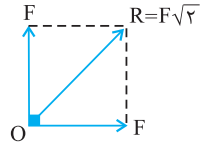
$$R = 2F \cos \frac{\alpha}{2} \quad \text{می‌آید.}$$

سه حالت خاص زیر هنگام حل تست در مباحث مختلف بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد بهتر است نتیجه این سه حالت را حفظ کنیم.

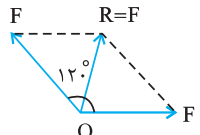
۱) $\alpha = ۶۰^\circ \Rightarrow R = ۲F \cos ۳۰^\circ \Rightarrow \boxed{R = F\sqrt{۳}}$

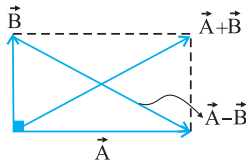


۲) $\alpha = ۹۰^\circ \Rightarrow R = ۲F \cos ۴۵^\circ \Rightarrow \boxed{R = F\sqrt{۲}}$



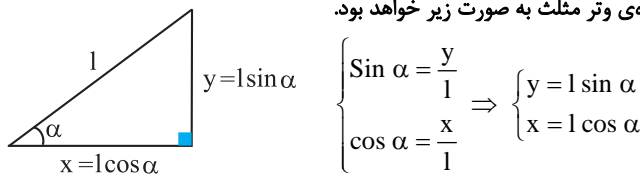
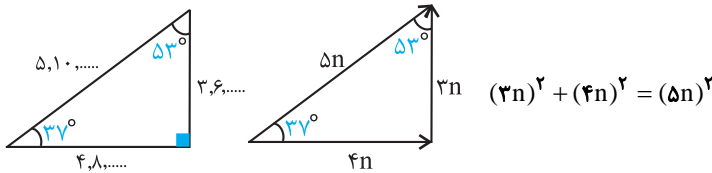
۳) $\alpha = ۱۲۰^\circ \Rightarrow R = ۲F \cos ۶۰^\circ \Rightarrow \boxed{R = F}$





ب) اگر دو بردار \vec{A} و \vec{B} بر یکدیگر عمود باشند با توجه به شکل زیر بردارهای $\vec{A} + \vec{B}$ و $\vec{A} - \vec{B}$ هم‌اندازه خواهند بود.
 $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2}$

تذکر: اگر زاویه‌های حاده در یک مثلث قائم الزاویه برابر ۳۷° و ۵۳° باشد دو ضلع مثلث مضربی از اعداد ۳ و ۴ و وتر مثلث مضرب عدد ۵ خواهد بود.



تغییرات اندازه‌ی بردار جمع و بردار تفاضل در اثر تغییر زاویه‌ی بین دو بردار

اگر زاویه‌ی بین دو بردار \vec{A} و \vec{B} از صفر تا ۱۸۰° تغییر کند، اندازه‌ی بردارهای $\vec{A} + \vec{B}$ و $\vec{A} - \vec{B}$ در محدوده‌ی زیر بین دو مقدار بیشینه و کمینه تغییر خواهد کرد.



$$\left| |\vec{A}| - |\vec{B}| \right| \leq |\vec{A} + \vec{B}| \leq |\vec{A}| + |\vec{B}| \quad \left| \left| |\vec{A}| - |\vec{B}| \right| \right| \leq |\vec{A} - \vec{B}| \leq |\vec{A}| + |\vec{B}|$$

$$\alpha = ۱۸۰^\circ \qquad \alpha = 0 \qquad \alpha = 0 \qquad \alpha = ۱۸۰^\circ$$

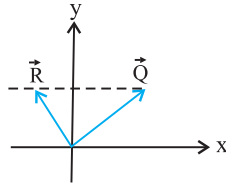
* در مثلث هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچکتر و از تفاضل آن‌ها بزرگتر است. می‌توان از روابط زیر نیز به نتیجه فوق رسید.

$$\left\{ \begin{aligned} |\vec{A} + \vec{B}| &= \sqrt{A^2 + B^2 + ۲AB \cos \alpha} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \Rightarrow |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{(A+B)^2} = A+B \\ \alpha = ۱۸۰^\circ \Rightarrow |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{(A-B)^2} = |A-B| \end{cases} \\ |\vec{A} - \vec{B}| &= \sqrt{A^2 + B^2 - ۲AB \cos \alpha} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \Rightarrow |\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{(A-B)^2} = |A-B| \\ \alpha = ۱۸۰^\circ \Rightarrow |\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{(A+B)^2} = A+B \end{cases} \end{aligned} \right.$$

برآیند و تفاضل دو بردار بر اساس بزرگی و زاویه بین آنها

۳۹۱- اگر دو بردار \vec{R} و \vec{Q} مطابق شکل روبرو باشند، کدام بردار می‌تواند نشان دهنده بردار $\vec{R} - \vec{Q}$ باشد؟

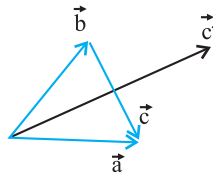
(فیزیک ۲- فصل ۱- مثال ۱-۴) (سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۲)



- (۱)
- ← (۲)
- ↖ (۳)
- ↘ (۴)

(سراسری تجربی - ۷۵)

۳۹۲- دو بردار \vec{a} و \vec{b} در شکل نشان داده شده‌اند. کدام یک از روابط زیر درست است؟



تیپ ۱۴۷

- (۱) $\vec{c}' = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$
- (۲) $\vec{c}' = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$
- (۳) $\vec{c}' = \vec{b} - \vec{a}$, $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$
- (۴) $\vec{c}' = \vec{a} - \vec{b}$, $\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$

۳۹۳- دو بردار \vec{a} و \vec{b} در یک صفحه قرار دارند. اگر بردار $\vec{a} + \vec{b}$ عمود بر بردار $\vec{a} - \vec{b}$ باشد، دو بردار \vec{a} و \vec{b} باید نسبت به هم چگونه باشند؟

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۹)

(۱) هم اندازه

(۲) عمود بر هم

(۳) هم اندازه و عمود بر هم

(۴) هم اندازه یا عمود بر هم

۳۹۴- دو بردار هم‌اندازه، بر نقطه‌ای اثر می‌کنند و زاویه بین آنها قابل تغییر است. اندازه‌ی تفاضل آنها در حالتی بیشینه است که: (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۲)

(۱) بر هم عمود باشند.

(۲) برآیند آنها بیشینه باشد.

(۳) برآیند آنها برابر صفر باشد.

(۴) راستای آنها با هم زاویه ۴۵ درجه بسازد.

۳۹۵- دو بردار \vec{A} و \vec{B} در یک صفحه قرار دارند. اندازه‌ی هر یک از بردارها ثابت و زاویه‌ی بین آنها متغیر است. اگر این زاویه از صفر تا 180° درجه تغییر کند،

تیپ ۱۴۸

اندازه‌ی مجموع دو بردار و اندازه‌ی تفاضل آنها به ترتیب (از راست به چپ) چگونه تغییر می‌کنند؟

(سراسری تجربی - ۸۹)

(۱) کاهش - افزایش

(۲) افزایش - کاهش

(۳) کاهش - کاهش

(۴) افزایش - افزایش

۳۹۶- اگر برآیند دو نیروی $F_1 = 25\text{N}$ و $F_2 = 50\text{N}$ بر نیروی کوچکتر عمود باشد، بزرگی برآیند دو نیرو بر حسب نیوتون کدام است؟ (سراسری تجربی - ۷۸)

$25\sqrt{3}$ (۴)

$50\sqrt{3}$ (۳)

$50\sqrt{2}$ (۲)

$100\sqrt{2}$ (۱)

۳۹۷- اندازه‌ی برآیند دو نیروی عمود بر هم 14N است. اگر نیروی بزرگ‌تر با نیروی برآیند زاویه‌ی 30° بسازد. اندازه‌ی نیروی کوچک‌تر چند نیوتون است؟

(فیزیک ۲- فصل ۱- مثال ۱-۹) (سراسری تجربی ۸۸- سراسری ریاضی ۷۹)

$7\sqrt{2}$ (۴)

$4\sqrt{2}$ (۳)

۷ (۲)

۴ (۱)

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۰)

۳۹۸- برآیند دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 بر \vec{F}_1 عمود و هم‌اندازه با آن است. نسبت $\frac{|\vec{F}_1|}{|\vec{F}_2|}$ چه قدر است؟

تیپ ۱۴۹

۲ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

(سراسری ریاضی - ۸۲)

۳۹۹- اگر برآیند دو نیروی 90° نیوتونی و 150° نیوتونی عمود بر نیروی 90° نیوتونی باشد، اندازه‌ی آن چند نیوتون است؟

۲۵۰ (۴)

۱۸۷/۵ (۳)

۱۲۰ (۲)

۷۲ (۱)

(سراسری ریاضی - ۷۴)

۴۰۰- دو نیروی \vec{F} و \vec{F}' بر نقطه‌ای اثر می‌کنند. برآیند این دو بر \vec{F} عمود و $\sqrt{3}$ برابر آن است. $\frac{F'}{F}$ برابر است با:

۴ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

۴۰۱- دو نیروی $\vec{F}_1 = 5N$ و $\vec{F}_2 = 10N$ بر نقطه‌ای اثر می‌کنند. اگر زاویه‌ی بین این دو نیرو 120° درجه باشد، اندازه‌ی برآیند آنها چند نیوتون است؟

(سراسری تجربی - ۹۲)

- (۱) $5\sqrt{2}$ (۲) $5\sqrt{3}$ (۳) $7/5\sqrt{2}$ (۴) $7/5\sqrt{3}$

۴۰۲- بزرگی برآیند دو بردار با اندازه‌های مساوی که با یکدیگر زاویه‌ی α می‌سازند، ۴ واحد و بزرگی تفاضل آن‌ها ۳ واحد است. بزرگی هر بردار چند واحد است؟

تیپ ۱۵۰

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۸)

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۴۰۳- اگر اندازه‌ی برآیند دو بردار با اندازه‌های $7/5$ و 10 برابر با $12/5$ باشد، اندازه‌ی تفاضل آن دو بردار چه قدر است؟

تیپ ۱۵۱

- (۱) $2/5$ (۲) $5/5$ (۳) $12/5$ (۴) $17/5$

۴۰۴- زاویه‌ی بین دو بردار هم‌اندازه 53° درجه است. بزرگی برآیند دو بردار، چند برابر بزرگی تفاضل آن دو بردار است؟ $(\cos 53^\circ = 0/6)$

(سراسری ریاضی - ۹۱)

تیپ ۱۵۲

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) ۲

۴۰۵- برآیند دو بردار \vec{a} و \vec{b} با بردار \vec{a} زاویه‌ی 60° می‌سازد. اگر اندازه‌ی بردار \vec{a} ، 10 واحد و اندازه‌ی بردار برآیند 5 واحد باشد، زاویه‌ی بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} چند درجه است؟

تیپ ۱۵۳

(سراسری ریاضی - ۹۰)

- (۱) 30° (۲) 90° (۳) 120° (۴) 150°

آزمون‌های کانون و سایر

۴۰۶- اندازه‌ی برآیند دو نیروی متقاطع 70 نیوتون است. اگر اندازه‌ی یکی از نیروها 30 نیوتون و زاویه‌ی بین آنها 60° درجه باشد، اندازه‌ی دیگری چند نیوتون است؟

(آزمون کانون - ۹۱)

- (۱) 50 (۲) 40 (۳) $20\sqrt{2}$ (۴) $20\sqrt{3}$

۴۰۷- دو نیرو با اندازه‌های مساوی با هم زاویه 60° می‌سازند و برآیند آنها $5\sqrt{3}$ نیوتون است. اندازه‌ی هر یک از نیروها چند نیوتون است؟

(آزاد ریاضی - ۷۵)

- (۱) $3\sqrt{5}$ (۲) $2/5\sqrt{3}$ (۳) $5\sqrt{3}$ (۴) ۵

۴۰۸- اگر $|\vec{A}| = 2|\vec{B}|$ و $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{B}|$ باشد، زاویه‌ی بین دو بردار \vec{A} و \vec{B} چند درجه است؟

(آزمایشی سنجش - ۸۱)

- (۱) 90° (۲) صفر (۳) 180° (۴) 60°

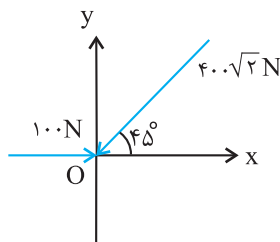
۴۰۹- $\vec{F}_2 - \vec{F}_1$ برابر با \vec{R} است و \vec{R} بر \vec{F}_1 عمود است. اگر اندازه‌ی \vec{R} ، نصف اندازه‌ی \vec{F}_2 باشد، زاویه‌ی بین \vec{F}_2 و \vec{R} چند درجه است؟

(آزمایشی سنجش - ۹۲)

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 90°

۴۱۰- برآیند نیروهای شکل مقابل چند نیوتون است؟

(آزاد تجربی - ۶۴)



(۱) 300

(۲) 500

(۳) 574

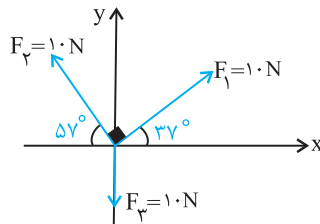
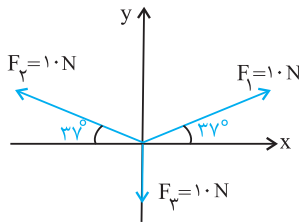
(۴) 666

تعادل

برایند بیش از دو بردار و حالت تعادل (برایند نیروها برابر صفر)

الف) برای محاسبه‌ی بزرگی برایند دو یا چند بردار می‌توان از روش تجزیه‌ی بردار استفاده کرد و یا از روابط مربوط به حالت‌های خاص برایند دو بردار استفاده کرد. تشخیص استفاده از این دو روش به شما بستگی دارد و با توجه به شکل مسئله، باید تصمیم بگیرید و راه مناسب را انتخاب کنید. به مثال زیر توجه کنید.

مثال: در دو شکل زیر برایند سه نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 و \vec{F}_3 چند نیوتون است؟



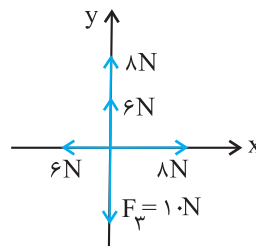
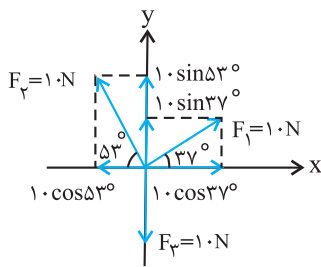
(ب)

(الف)

پاسخ: در شکل (الف) آیا مناسب است بزرگی برایند دو نیروی F_1 و F_2 را که بر یکدیگر عمود و هم اندازه هستند از حالت خاص به دست آوریم؟

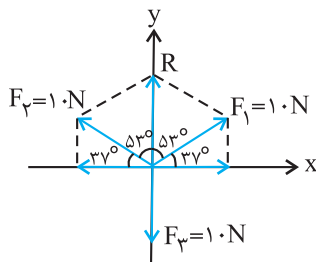
$$R = 2F \cos \frac{\alpha}{2} \xrightarrow{\alpha=90^\circ} R = F\sqrt{2} \Rightarrow R = 10\sqrt{2}$$

در این صورت برایند R و F_3 را چگونه به دست می‌آورید؟ بنابراین در این حالت روش تجزیه مناسب‌تر است.



$$\begin{cases} F_x = 8 - 6 = 2 \text{ N} \\ F_y = 8 + 6 - 10 = 4 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow \Sigma F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5} \text{ N}$$

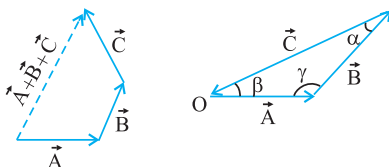
در شکل (ب) برایند \vec{F}_1 و \vec{F}_2 در راستای \vec{F}_3 قرار می‌گیرد بنابراین روش زیر مناسب‌تر است.



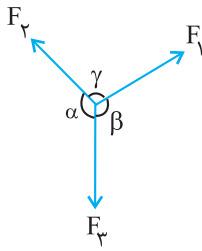
$$R = 2F \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \times 10 \cos \frac{2 \times 53^\circ}{2} = 2 \times 10 \cos 53^\circ = 20 \times \frac{6}{10} = 12 \text{ N}$$

$$\Sigma F = R - F_3 = 12 - 10 = 2 \text{ N}$$

ب) اگر برایند سه بردار \vec{A} و \vec{B} و \vec{C} برابر صفر باشد، با توجه به شکل زیر چنانچه بردارها به دنبال یکدیگر رسم شوند این سه بردار اضلاع یک مثلث خواهند بود و می‌توان از رابطه‌ی سینوس‌ها که در بحث مثلثات (یا هندسه) اثبات می‌شود استفاده کرد.



$$\Rightarrow \frac{|\vec{A}|}{\sin \alpha} = \frac{|\vec{B}|}{\sin \beta} = \frac{|\vec{C}|}{\sin \gamma}$$

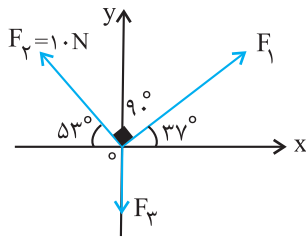


با توجه به مطلب فوق اگر سه بردار مانند سه نیرو که برآیند آنها برابر صفر است مطابق شکل از یک نقطه در صفحه رسم شوند می‌توان نوشت:

$$\frac{F_1}{\sin \alpha} = \frac{F_2}{\sin \beta} = \frac{F_3}{\sin \gamma}$$

مثال: در شکل زیر برآیند سه نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 و \vec{F}_3 برابر صفر است. اندازه‌ی نیروهای F_1 و F_2 چند نیوتون است.

پاسخ: چون برآیند سه نیرو برابر صفر است بنابراین می‌توان نوشت:



$$\frac{F_1}{\sin (90^\circ + 53^\circ)} = \frac{F_2}{\sin (90^\circ + 37^\circ)} = \frac{F_3}{\sin 90^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{\cos 53^\circ} = \frac{F_2}{\cos 37^\circ} = F_3 \Rightarrow \frac{F_1}{0.6} = \frac{10}{0.8} = F_3$$

$$\Rightarrow F_2 = 12/5 \text{ N} , F_3 = 7/5 \text{ N}$$

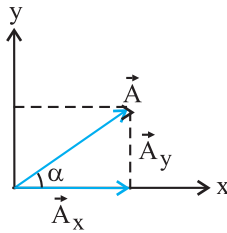
تذکر: می‌توان از روش تجزیه نیروها روی دو محور x و y استفاده کرد و بزرگی نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 را به دست آورد.

تذکر: اگر برآیند چند بردار مانند چند نیرو برابر صفر باشد اندازه‌ی هر بردار برابر اندازه برآیند بقیه‌ی بردارها خواهد بود.

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \dots = \vec{0} \Rightarrow \vec{B} + \vec{C} + \dots = -\vec{A} \Rightarrow |\vec{B} + \vec{C} + \dots| = |\vec{A}|$$

در مثال قبل اندازه‌ی برآیند دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 برابر 10 N یعنی بزرگی نیروی \vec{F}_3 است.

نمایش بردار به کمک بردارهای واحد (یکه)



هر برداری مانند بردار \vec{A} دارای دو مؤلفه‌ی افقی (\vec{A}_x) و قائم (\vec{A}_y) می‌باشد. با توجه به شکل اندازه‌ی این دو مؤلفه به ترتیب $A_x = A \cos \alpha$ و $A_y = A \sin \alpha$ می‌باشد. می‌توان نوشت:

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y \Rightarrow \begin{cases} \vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} \\ \vec{A} = (A \cos \alpha) \vec{i} + (A \sin \alpha) \vec{j} \end{cases}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} , \tan \alpha = \frac{A_y}{A_x}$$

از طرفی اندازه‌ی بردار \vec{A} و $\tan \alpha$ برابر است با:

مثال: اندازه‌ی هر یک از دو بردار \vec{A} و \vec{B} برابر 10 واحد و زاویه‌ی دو بردار با جهت مثبت محور x به ترتیب 37° و 53° است. بردار $\vec{A} + \vec{B}$ بر حسب بردارهای \vec{i} و \vec{j} کدام است؟

$$\begin{matrix} 7\vec{i} - 7\vec{j} \text{ (۴)} & 14\vec{i} + 14\vec{j} \text{ (۳)} & 7\vec{i} + 7\vec{j} \text{ (۲)} & 2\vec{i} + 2\vec{j} \text{ (۱)} \end{matrix}$$

پاسخ: گزینه‌ی (۳): ابتدا بردارهای \vec{A} و \vec{B} را بر حسب بردارهای \vec{i} و \vec{j} به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} \vec{A} = (A \cos \alpha) \vec{i} + (A \sin \alpha) \vec{j} \\ \vec{B} = (B \cos \beta) \vec{i} + (B \sin \beta) \vec{j} \end{cases} \xrightarrow{\substack{A=10, \alpha=37^\circ \\ B=10, \beta=53^\circ}} \begin{cases} \vec{A} = (10 \cos 37^\circ) \vec{i} + (10 \sin 37^\circ) \vec{j} \\ \vec{B} = (10 \cos 53^\circ) \vec{i} + (10 \sin 53^\circ) \vec{j} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{A} = 8\vec{i} + 6\vec{j} \\ \vec{B} = 6\vec{i} + 8\vec{j} \end{cases}$$

حال بردار برآیند $(\vec{A} + \vec{B})$ را به دست می‌آوریم.

$$\vec{A} + \vec{B} = (8\vec{i} + 6\vec{j}) + (6\vec{i} + 8\vec{j}) = 14\vec{i} + 14\vec{j}$$

تذکر: اگر دو نقطه‌ی $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ به ترتیب ابتدا و انتهای بردار \vec{AB} باشند، بردار \vec{AB} بر حسب بردارهای \vec{i} و \vec{j} و اندازه‌ی آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} \vec{AB} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} \\ |\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \end{cases}$$

مثال: متحرکی در صفحه‌ی مختصات xoy از نقطه‌ی $A(۲,۳)$ به نقطه‌ی $B(۱۰,۹)$ منتقل می‌شود. بردار جابه‌جایی و اندازه‌ی آن را به دست آورید.
حل: ابتدا بردار \vec{AB} را به دست می‌آوریم.

$$\vec{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} \Rightarrow \vec{AB} = (۱۰ - ۲)\vec{i} + (۹ - ۳)\vec{j} \Rightarrow \vec{AB} = ۸\vec{i} + ۶\vec{j}$$

با توجه به مقادیر ۶ و ۸ بدون حل باید بدانید اندازه‌ی بردار برابر ۱۰ واحد است.

$$|\vec{AB}| = \sqrt{۸^2 + ۶^2} = ۱۰$$

ضرب نرده‌ای یا عددی دو بردار (مخصوص رشته ریاضی):

دو بردار $\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j}$ و $\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j}$ را در نظر می‌گیریم حاصل‌ضرب نرده‌ای دو بردار، یک عدد است و از رابطه‌ی $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \alpha$ به دست می‌آید. از طرفی با ضرب دو بردار مقدار $\vec{A} \cdot \vec{B}$ به دست می‌آید:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x \underbrace{\vec{i} \cdot \vec{i}}_1 + A_x B_y \underbrace{\vec{i} \cdot \vec{j}}_0 + A_y B_x \underbrace{\vec{j} \cdot \vec{i}}_0 + A_y B_y \underbrace{\vec{j} \cdot \vec{j}}_1 \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \alpha$$

نتیجه: حاصل‌ضرب نرده‌ای دو بردار برابر است با:

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

از این طریق می‌توان زاویه‌ی بین دو بردار را به دست آورد.

توجه: A و B به ترتیب اندازه‌های دو بردار \vec{A} و \vec{B} هستند.

نتیجه: اگر دو بردار \vec{A} و \vec{B} بر یکدیگر عمود باشند ضرب نرده‌ای آن‌ها برابر صفر است.

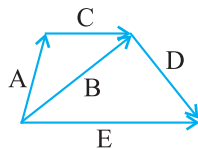
$$\alpha = ۹۰^\circ \Rightarrow \cos ۹۰^\circ = ۰ \Rightarrow A_x B_x + A_y B_y = ۰$$

کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور

برایند بیش از دو بردار در یک صفحه

(سراسری ریاضی - ۸۱)

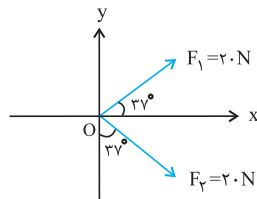
۴۱۱- در شکل مقابل، فرض کنید $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} + \vec{E}$ باشد، بردار $\vec{R} - ۲\vec{E}$ برابر با کدام است؟



- (۱) \vec{B}
- (۲) $-\vec{B}$
- (۳) \vec{E}
- (۴) $-\vec{E}$

۴۱۲- در شکل مقابل، دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 در صفحه‌ی xoy بر نقطه‌ی O اثر می‌کنند. نیروی \vec{F}_3 در جهت مناسب بر نقطه‌ی O اثر می‌کند تا برآیند این ۳ نیرو صفر شود. اندازه‌ی \vec{F}_3 چند نیوتون است؟ ($\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$)

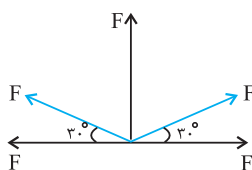
(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۸)



- (۱) ۲۰
- (۲) ۴۰
- (۳) $۲۰\sqrt{۲}$
- (۴) $۴۰\sqrt{۲}$

۴۱۳- پنج نیروی مساوی مطابق شکل به جسمی وارد می‌شوند. اگر اندازه‌ی هر نیرو F باشد، برآیند آنها چند F است؟

(سراسری ریاضی - ۷۶)

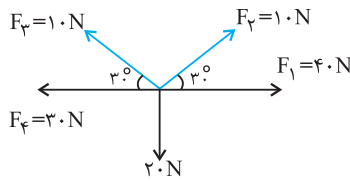


- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۵

۴۱۴- در شکل روبه‌رو، برآیند نیروها چند نیوتون است؟

تیپ ۱۵۵

(سراسری ریاضی - ۸۸)



۱۵ (۱)

۱۰ (۲)

$5\sqrt{2}$ (۳)

$10\sqrt{2}$ (۴)

۴۱۵- سه نیروی \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ، \vec{F}_3 دو به دو با هم زاویه‌ی 120° می‌سازند. اگر اندازه‌ی نیروها به ترتیب ۵، ۱۰ و ۱۵ نیوتون باشد، برآیند آن‌ها چند نیوتون است؟

(سراسری ریاضی - ۹۲)

۱۰ (۴)

$5\sqrt{3}$ (۳)

۵ (۲)

صفر (۱)

تبادل و نیروی برآیند صفر

۴۱۶- اگر برآیند ۳ نیروی \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 و \vec{F}_3 صفر باشد و بزرگی هر کدام ۲۰ نیوتون باشد، اندازه‌ی $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - \vec{F}_3$ چند نیوتون است؟

تیپ ۱۵۶

(سراسری خارج از کشور ریاضی ۹۱ - سراسری تجربی ۸۱ - سراسری تجربی ۹۰)

$20\sqrt{2}$ (۴)

۴۰ (۳)

۲۰ (۲)

صفر (۱)

(سراسری ریاضی - ۸۹)

۴۱۷- برآیند سه نیروی $F_1 = 3N$ و $F_2 = 8N$ و $F_3 = 7N$ برابر صفر است. زاویه‌ی بین دو نیروی F_1 و F_2 چند رادیان است؟

$\frac{5\pi}{6}$ (۴)

$\frac{2\pi}{3}$ (۳)

$\frac{\pi}{6}$ (۲)

$\frac{\pi}{3}$ (۱)

۴۱۸- برآیند سه نیرو با اندازه‌های $F_1 = 12N$ ، $F_2 = 16N$ و $F_3 = 20N$ برابر صفر است. بزرگی تفاضل دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 چند نیوتون است؟

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۹)

۲۰ (۴)

۱۸ (۳)

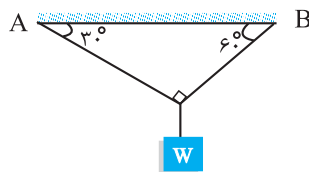
۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۴۱۹- در شکل مقابل وزنه‌ای به وزن ۲۰ نیوتون توسط دو نخ سبک OA و OB به حال تعادل قرار دارد. برآیند نیروهایی که از طرف دو نخ بر جسم وارد می‌شود

(سراسری تجربی - ۷۹)

بر حسب نیوتون برابر است با:



صفر (۱)

۲۰ در امتداد قائم رو به بالا (۲)

$10(\sqrt{3} + 1)$ در امتداد قائم و رو به بالا (۳)

۲۰ در امتداد قائم و رو به پایین (۴)

بررسی برآیند و تفاضل چند بردار با استفاده از بردارهای (\vec{i} و \vec{j})

(سراسری ریاضی - ۸۳)

۴۲۰- برآیند سه بردار $\vec{A} = 5\vec{i}$ و $\vec{B} = -\frac{5}{2}\vec{i} + \frac{5\sqrt{3}}{2}\vec{j}$ و $\vec{C} = \frac{5}{2}\vec{i} - \frac{5\sqrt{3}}{2}\vec{j}$ کدام است؟

$3\vec{i} + 5\sqrt{3}\vec{j}$ (۴)

$\sqrt{3}\vec{j}$ (۳)

$5\vec{i} - \sqrt{3}\vec{j}$ (۲)

$5\vec{i}$ (۱)

(سراسری ریاضی - ۹۲)

۴۲۱- مجموع دو بردار $\vec{A} = 9\vec{i} + 12\vec{j}$ و \vec{B} ، برداری در جهت مثبت محور y و هم اندازه با بردار \vec{A} است. بزرگی $\vec{A} - \vec{B}$ کدام است؟

$9\sqrt{5}$ (۴)

$9\sqrt{3}$ (۳)

$9\sqrt{2}$ (۲)

۹ (۱)

۴۲۲- دو بردار $\vec{a} = 4\vec{i} + \beta\vec{j}$ و $\vec{b} = \alpha\vec{i} + 3\vec{j}$ مفروض است. اگر برآیند این دو بردار با محور x زاویه‌ی ۳۷ درجه بسازد، نسبت $\frac{\alpha}{\beta}$ کدام است؟

تیپ ۱۵۷

(سراسری تجربی - ۷۸)

($\sin 37^\circ = 0/6$)

$\frac{4}{3}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

(سراسری ریاضی - ۷۹)

۴۲۳- زاویه‌ی برآیند سه بردار $\vec{a} = 5\vec{i}$ و $\vec{b} = -\frac{5}{2}\vec{i} + 10\vec{j}$ و $\vec{c} = \frac{5}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ با محور x چند درجه است؟

۶۰ (۴)

۵۳ (۳)

۴۵ (۲)

۳۷ (۱)

۴۲۴- سه بردار $\vec{A} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$ و $\vec{B} = -5\vec{i} - \vec{j}$ و $\vec{C} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$ مفروض است. اگر $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ باشد، α و β به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

(سراسری تجربی - ۸۰)

-۴ و ۵ (۴)

۶ و ۳ (۳)

-۶ و -۳ (۲)

۴ و -۵ (۱)

۴۲۵- اگر $\vec{A} + \vec{B} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ و $\vec{A} - \vec{B} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ باشد. بزرگی بردار \vec{B} چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) $4\sqrt{2}$

۴۲۶- دو بردار $\vec{A} = 3\vec{i} + 6\vec{j}$ و $\vec{B} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$ بر هم عمود و برآیند آن‌ها با محور x زاویه‌ی ۴۵ درجه می‌سازد. α و β به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

تیپ ۱۵۸

- (۱) ۱ و $-\frac{1}{2}$ (۲) ۲ و -۱ (۳) -۲ و ۱ (۴) ۱ و ۲ (سراسری ریاضی-۸۱)

۴۲۷- بردار $9\vec{i} + 12\vec{j}$ را به دو بردار تجزیه کرده‌ایم که یکی از آن‌ها واقع در ربع اول و با جهت مثبت محور x زاویه‌ی ۴۵ درجه می‌سازد و دیگری به صورت $2\vec{i} + \beta\vec{j}$ است. مقدار β چیست؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷ (سراسری تجربی-۸۲)

۴۲۸- بردار $\vec{A} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$ را به دو بردار \vec{B} و \vec{C} تجزیه کرده‌ایم به طوری که بردار \vec{B} با محور x در جهت مثبت زاویه‌ی ۴۵ درجه می‌سازد و بردار \vec{C} بر محور x عمود است. در این صورت بردار \vec{C} کدام است؟

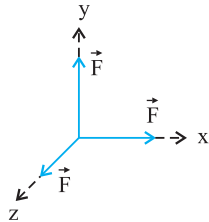
- (۱) $\vec{C} = 2\vec{j}$ (۲) $\vec{C} = 3\vec{j}$
(۳) $\vec{C} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$ (۴) $\vec{C} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$

آزمون‌های کانون و سایر

۴۲۹- اگر $\vec{A} = 5\vec{i} + 6\vec{j}$ و $\vec{B} = b\vec{i} - b'\vec{j}$ باشد، b و b' به ترتیب کدامند؟

- (۱) ۷ و -۴ (۲) -۷ و -۴ (۳) ۷ و ۴ (۴) -۷ و ۴ (آزاد ریاضی-۷۷)

۴۳۰- اگر بر نقطه‌ای سه نیروی هم اندازه‌ی $10\sqrt{3}$ نیوتونی در امتداد سه محور مختصات عمود بر هم (x, y, z) وارد شود، اندازه‌ی برآیند آن‌ها برحسب نیوتون کدام است؟



- (۱) صفر (۲) $10\sqrt{6}$ (۳) ۳۰ (۴) $30\sqrt{3}$ (آزمایشی سنجش-۸۳)

۴۳۱- زاویه‌ی بین دو بردار هم اندازه‌ی \vec{A} و \vec{B} برابر ۱۵۰ درجه است. اگر $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{0}$ باشد، زاویه‌ی بین دو بردار \vec{B} و \vec{C} چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۷۰ (۳) ۹۵ (۴) ۱۰۵ (آزمایشی سنجش-۸۴)

۴۳۲- برآیند کدام دسته از نیروهای زیر ممکن است صفر باشد؟

- (۱) ۱N، ۲N و ۴N (۲) ۴N، ۵N و ۷N
(۳) ۲N، ۳N و ۶N (۴) ۰/۵N، ۱/۵N و ۲/۵N (آزاد پزشکی-۷۲)

۴۳۳- اگر برآیند سه نیروی $\vec{F}_1 = 4\vec{i} + 4\vec{j}$ ، \vec{F}_2 و \vec{F}_3 برابر صفر باشد و \vec{F}_2 و \vec{F}_3 هم اندازه باشند، کم‌ترین اندازه‌ی \vec{F}_3 کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) ۴ (آزمایشی سنجش-۸۷)

۴۳۴- اگر برآیند سه بردار $\vec{A} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ و $\vec{B} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$ و $\vec{C} = a\vec{i} + b\vec{j}$ صفر باشد، به ترتیب a و b کدامند؟

- (۱) -۵ و ۲ (۲) -۲ و ۵ (۳) -۵ و -۲ (۴) ۵ و ۲ (آزاد تجربی-۷۷)

۴۳۵- اگر $\vec{A} = a\vec{i} + 5/5\vec{j}$ و $\vec{B} = 1/2\vec{i} + 2/5\vec{j}$ و $\vec{R} = \vec{A} - \vec{B}$ و اندازه‌ی \vec{R} برابر ۵ باشد، a برابر کدام است؟

- (۱) ۲/۸ (۲) ۵/۲ (۳) ۴/۲ (۴) ۱/۸ (آزاد پزشکی-۷۷)

۴۳۶- اگر بزرگی برآیند بردارهای $\vec{A} = -2\vec{i} + 8\vec{j}$ و $\vec{B} = \alpha\vec{i} - 2\vec{j}$ برابر ۱۰ باشد، α برابر کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) -۸ (آزاد تجربی-۸۰)