ریاضیات

مؤلف: هادی پلاور

الگو و دنباله

۱- چندمین جمله از دنباله‌ی مقابل برابر ۸ است؟($n \geq ۲, n \in N$) $a_{n-1} = ۳n - ۱$

(صفحه‌های ۲ تا ۶ ریاضی ۲) (آزمون ۸ آبان – ۸۸)

۱) سومین ۲) چهارمین ۳) دومین ۴) هفتمین

۲- با توجه به رابطه‌ی بین اعداد دنباله‌ی $۲,۵,۱۷,۶۵,x,...$ مقدار x کدام است؟ (صفحه‌های ۲ تا ۶ ریاضی ۲) (آزمون ۲۴ مهر – ۸۸)

۱) ۲۵۷ ۲) ۲۵۵ ۳) ۱۹۲ ۴) ۱۲۷

۳- در یک دنباله‌ی هندسی، جمله‌ی شانزدهم چهار برابر جمله‌ی دوازدهم است. جمله‌ی هجدهم این دنباله چند برابر جمله‌ی دهم آن است؟($a_۱, q \neq ۰$)

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ ریاضی ۲) (آزمون ۲۲ آبان – ۸۸)

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۴ ۴) ۳۲

۴- کدام گزینه‌ی زیر، یک دنباله‌ی حسابی را نمایش می‌دهد؟(n عددی طبیعی است.) (صفحه‌های ۶ تا ۸ ریاضی ۲) (آزمون ۹ بهمن – ۸۸)

۱) $a_n = ۵n^۲ + ۳$ ۲) $a_n = \frac{۱}{n} - ۱$ ۳) $a_n = \sqrt{n} + ۶$ ۴) $a_n = \frac{۷n^۶}{n^۵} - ۱$

۵- بین دو عدد $۵ - ۲\sqrt{۲}$ و $۵ + ۲\sqrt{۲}$ چند عدد می‌توان قرار داد که دنباله‌ی حاصل، یک دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت ۱ باشد؟

(صفحه‌ی ۷ ریاضی ۲) (آزمون ۲۴ مهر – ۸۸)

۱) ۵ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

۶- در یک دنباله‌ی حسابی اگر $a_m = n$ و $a_n = m$ باشد، حاصل a_{m+n} همواره کدام است؟($m \neq n, m,n \in N$)

(صفحه‌های ۷ تا ۱۰ ریاضی ۲) (آزمون ۲۲ آبان – ۸۸)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $m + n$ ۴) $m - n$

۷- حاصل $\sqrt[۳]{x-۱} \times \sqrt{۱-x}$ ، همواره برابر با کدام گزینه‌ی زیر است؟ $(x \leq ۱)$ (صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳ ریاضی ۲) (آزمون ۹ بهمن – ۸۸)

۱) $\sqrt[۶]{(x-۱)^۵}$ ۲) $\sqrt[۶]{(۱-x^۲)}$ ۳) $-\sqrt[۶]{(۱-x)^۵}$ ۴) $-\sqrt[۶]{(x-۱)^۵}$

۸- اگر $x < ۰$ و $A = ۳\sqrt{۵x\sqrt{\frac{۱}{۲۵x^۲}}}$ باشد، آن گاه A برابر است با: (صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳ ریاضی ۲) (آزمون ۲۲ آبان – ۸۸)

۱) ± ۱ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) $\frac{۱}{۵}$

۹- در یک دنباله‌ی هندسی مجموع سه جمله‌ی اول، ۲۱ برابر جمله‌ی اول دنباله است. مجموع مقادیر به‌دست آمده برای قدرنسبت‌های این دنباله کدام است؟ (جمله‌ی اول این دنباله را مخالف صفر فرض کنید.) (صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ ریاضی ۲) (آزمون ۲۲ آبان – ۸۸)

۱) ۴ ۲) ۵- ۳) ۱- ۴) ۱

لگاریتم

۱۰- اگر مقدار لگاریتم ۸۱ در پایه‌ی $\frac{۱}{۳}$ برابر a باشد، مقدار $b = \log_{(-a)}^{\sqrt{۲}}$ کدام است؟ (صفحه‌ی ۱۰۸ ریاضی ۲) (آزمون ۲۱ اسفند – ۸۸)

۱) ۴- ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۴ ۴) تعریف نشده

۱۱- کدام رابطه‌ی زیر نادرست است؟ (صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸ ریاضی ۲) (آزمون ۲۳ بهمن – ۸۸)

۱) $\log_۵^۷ > \log_۵^۴$ ۲) $\log_{\frac{۱}{۲}}^{۱۲} > \log_{\frac{۱}{۲}}^۵$ ۳) $\log_{\frac{۱}{۳}}^۷ < \log_{\frac{۱}{۳}}^۳$ ۴) $\log_{۱۰}^{۱۰} = \log_{x^۲+۲}^{x^۲+۲}$

۱۲- جواب حقیقی معادله‌ی $\log_۲^{(x^۲+۲x-۳)} - \log_۲^{(x+۳)} = ۱ + \log_۲^{(x+۲)}$ کدام است؟ (صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۵ ریاضی ۲) (آزمون ۷ اسفند – ۸۸)

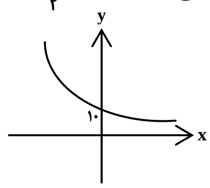
۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۵- ۴) این معادله جواب حقیقی ندارد.

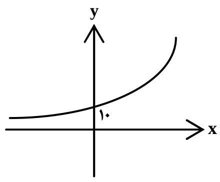
۱۳- نمودار معکوس تابع $y = ۳^x$، کدام‌یک از خط‌های زیر را هرگز قطع نمی‌کند؟ (صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۶ ریاضی ۲) (آزمون ۲۳ بهمن – ۸۸)

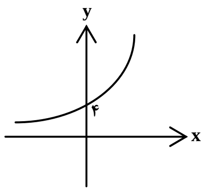
۱) $y = ۰$ ۲) $x = ۳$ ۳) $x = ۰$ ۴) $x = ۱$

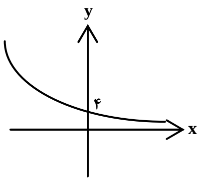
در هر فصل چیدمان سؤال‌ها از ساده به دشوار است.

۱۴- نمودار تابع نمایی $y=4(\frac{5}{2})^{-x+1}$ ، به کدام صورت است؟ (صفحه‌های ۸۹ تا ۹۷ ریاضی ۲) (آزمون ۹ بهمن – ۸۸)

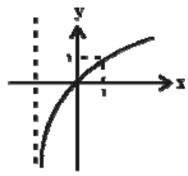
۱) 

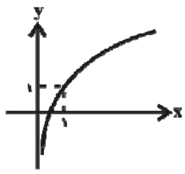
۲) 

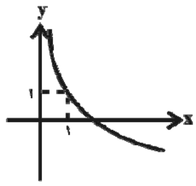
۳) 

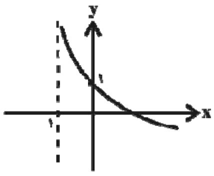
۴) 

۱۵- کدام‌یک از نمودارهای زیر مربوط به تابع $y=1-\log_{0/5}^{x}$ می‌باشد؟ (صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷ ریاضی ۲) (آزمون ۷ اسفند – ۸۸)

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۶- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟ (صفحه‌ی ۱۰۸ ریاضی ۲) (آزمون ۲۳ بهمن – ۸۸)

۱) $\log_{16}^{4}=\frac{1}{2}$ ۲) $\log_{2}^{0/125}=-3$ ۳) $\log_{(\sqrt{2}-1)}^{(\sqrt{2}-1)}=1$ ۴) $\log_{(1-\sqrt{3})}^{(1-\sqrt{3})}=1$

۱۷- تمام جواب‌های حقیقی معادله‌ی $\log_{10}^{(x^2+3)}-2\log_{10}^{2x}=\log_{10}^{2}-\log_{10}^{(x^2-3)}$ کدام‌اند؟ (صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۵ ریاضی ۲) (آزمون ۷ اسفند – ۸۸)

۱) ± 1 ۲) فقط ۳ ۳) ± 3 ۴) فقط ۱

۱۸- اگر $\log_{2}^{x}=a$ و $\log_{3}^{x}=b$ باشد، آن‌گاه مقدار $\log_{6}^{x}$ همواره کدام است؟ $(x\neq 1, x>0, a\neq -b)$
(صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵ ریاضی ۲) (آزمون ۱۷ اردیبهشت – ۸۹)

۱) $a+b$ ۲) $\frac{a+b}{ab}$ ۳) $\frac{ab}{a+b}$ ۴) ab

محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات

۱۹- چند عدد صحیح در نامعادله‌ی $\sqrt{5-x}\geq 2^x$ صدق می‌کند؟ (حسابان، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲) (آزمون ۲۲ آذر – ۹۲)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) بی‌شمار

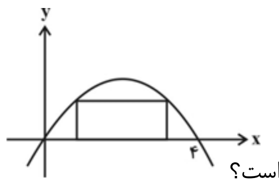
۲۰- در بسط $(2x+y)^n$ نسبت ضریب جمله‌ی چهارم به ضریب جمله‌ی سوم برابر $\frac{16}{3}$ است. این بسط چند جمله دارد؟ (جملات به ترتیب توان صعودی y نوشته شده‌اند.) (حسابان، صفحه‌های ۸ تا ۱۱) (آزمون ۱۱ بهمن – ۹۲)

۱) ۳۴ ۲) ۳۵ ۳) ۳۶ ۴) ۳۷

۲۱- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $|x+1|>|2x-1|$، کدام است؟ (صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱ – حسابان) (آزمون ۴ آبان – ۸۶)

۱) $\frac{1}{2}<x<1$ ۲) $-1<x<1$ ۳) $0<x<2$ ۴) $-1<x<\frac{1}{2}$

۲۲- شکل مقابل قسمتی از نمودار سهمی $f(x)=ax^2+4x$ است. بیش‌ترین محیط مستطیلی که بین این منحنی و محور xها در ربع اول قرار دارد، کدام است؟ (حسابان – صفحه‌های ۱۸ و ۱۹) (آزمون ۸ آذر – ۹۲)



۱) ۱ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۸

۲۳- بیش‌ترین مقدار عبارت $f(x)=-\frac{x^2}{2}+60x$ کدام است؟ (صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴ – حسابان) (آزمون ۵ آذر – ۸۹)

۱) ۲۸۰۰ ۲) ۱۸۰۰ ۳) ۳۶۰۰ ۴) ۶۰

۲۴- تعداد جواب‌های معادله‌ی $2^x=x+1$ کدام است؟ (صفحه‌ی ۳۳ – حسابان) (آزمون ۵ آذر – ۸۹)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۲۵- به ازای چه مقدار از a، در معادله‌ی درجه‌ی دوم $ax^2-(a-1)x+1=0$، حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی، از دو برابر مجموع آن‌ها یک واحد بیش‌تر است؟ $(a>0)$ (صفحه‌های ۱۵ تا ۲۳ – حسابان) (آزمون ۹ بهمن – ۸۸)

۱) $a=\frac{1}{2}$ ۲) $a=1$ ۳) $a=2$ ۴) به ازای هیچ مقدار از a

۲۶- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $|\sqrt{x-1}-x^2-\frac{1}{x^2-\sqrt{x-1}}|\leq 2$ چند عضو دارد؟ (حسابان، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲) (آزمون ۲۲ آذر – ۹۲)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۷- کم‌ترین مقدار تابع $f(x)=x+\frac{۴}{x}$ به‌ازای مقادیر مثبت x کدام است؟ (صفحه‌ی ۲۴- مسابان) (آزمون ۲۳ مهر- ۸۹)

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۸ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۲۸- معادله‌ی $\sqrt{x}=x^{۲}-۴$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟ (صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳- مسابان) (آزمون ۲۱ آبان- ۸۹)

۱) چهار ریشه ۲) دو ریشه ۳) یک ریشه ۴) سه ریشه

۲۹- به ازای چند مقدار m، معادله‌ی $(m^{۲}+۱)x^{۴}+۴mx^{۲}+۲=۰$ دو جواب غیر هم‌علامت دارد؟ (مسابان، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱) (آزمون ۷ فروردین- ۹۲)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) بی‌شمار

۳۰- اگر $a<۰<b$ و $|a|<|b|$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $A=\sqrt{a^{۲}+b^{۲}-۲\sqrt{a^{۲}b^{۲}}}$ همواره کدام است؟ (صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵- مسابان) (آزمون ۵ آذر- ۸۹)

۱) $a+b$ ۲) $a-b$ ۳) $b-a$ ۴) $-a-b$

۳۱- نامعادله‌ی $\sqrt{-x+۲}<|x-۳|-۱$ در کدام بازه برقرار است؟ (صفحه‌ی ۴۲- مسابان) (آزمون ۱۹ آذر- ۸۹)

۱) $(۱,۲)$ ۲) $(۲,+\infty)$ ۳) $(-\infty,۲)$ ۴) $(-\infty,۱)$

۳۲- بیش‌ترین مساحت از بین مستطیل‌هایی که محیط‌شان مقدار ثابت P است، کدام است؟ (صفحه‌ی ۱۹- مسابان) (آزمون ۲۱ آبان- ۸۹)

۱) $\frac{P^{۲}}{۴}$ ۲) $\frac{P^{۲}}{۸}$ ۳) $\frac{P^{۲}}{۱۶}$ ۴) $P^{۲}$

۳۳- جواب نامعادله‌ی $\frac{x-۱}{x+۱}>۲x$، کدام مجموعه است؟ (صفحه‌ی ۳۹- مسابان) (آزمون ۴ آبان- ۸۶)

۱) $\{x|x<-۱\}$ ۲) $\{x|x>-۱\}$ ۳) $\{x|-۱<x<۱\}$ ۴) $\{x|-۲<x<-۱\}$

۳۴- بسط چندجمله‌ای $(x+۱)^{۵}+(x+۱)^{۱۰}$ چند جمله دارد؟ (صفحه‌های ۸ تا ۱۱- مسابان) (آزمون ۲۳ مهر- ۸۹)

۱) ۱۷ ۲) ۱۱ ۳) ۱۵ ۴) ۱۰

۳۵- مجموع جواب‌های معادله‌ی $\frac{۱۰}{x^{۲}-۱}=\frac{۲x-۳}{x+۱}-\frac{۲x+۳}{x-۱}$، کدام است؟ (صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷- مسابان) (آزمون ۸ آذر- ۸۷)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) این معادله ریشه ندارد.

۳۶- چند مقدار برای a وجود دارد، به‌طوری که $x=a$ ریشه‌ی معادله‌ی $\frac{۱}{a+\sqrt{x}}+\frac{۱}{a-\sqrt{x}}=a$ باشد؟ (صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱- مسابان) (آزمون ۵ بهمن- ۸۶)

۱) هیچ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۳۷- معادله‌ی $\sqrt{x+\sqrt{x-۲}}=\sqrt{۲-x}+\sqrt{۲x-۲}$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟ (صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱- مسابان) (آزمون ۲۱ آبان- ۸۹)

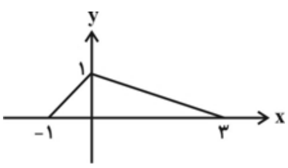
۱) ریشه‌ی حقیقی ندارد. ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

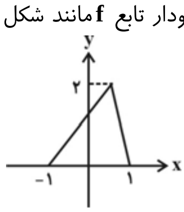
۳۸- به ازای چه مقادیری از a، نمودار تابع درجه‌ی دوم $y=x^{۲}-۲ax+a-۳$، از هر چهار ناحیه‌ی دستگاه مختصات عبور می‌کند؟ (صفحه‌های ۱۵ تا ۲۳- مسابان) (آزمون ۴ دی- ۸۸)

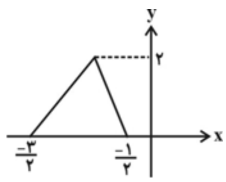
۱) $a\in R$ ۲) $a<۳$ ۳) $a>۳$ ۴) $a=۳$

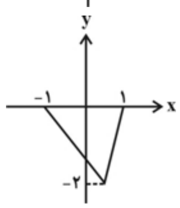
تابع

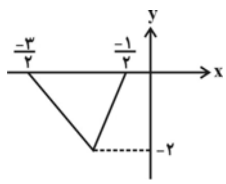
۳۹- اگر نمودار تابع f مانند شکل مقابل باشد، نمودار تابع $y=-۲f(-۲x+۱)$ کدام است؟ (مسابان، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴) (آزمون ۶ دی- ۹۲)



۱)


۲)


۳)


۴)


۴۰- اگر برای تابع f داشته باشیم: $f(۳x-۵)=ax+۳$ و $f(۱)=۱$، مقدار a کدام است؟ (صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷- مسابان) (آزمون ۲۵ دی- ۸۸)

۱) صفر ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) -۲

در هر فصل چیدمان سؤال‌ها از ساده به دشوار است.

۴۱- اگر f تابعی زوج و g تابعی فرد باشد، آنگاه توابع fog و gof به ترتیب چگونه‌اند؟ (صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱- حسابان) (آزمون ۱۹ آذر- ۸۹)

۱) زوج - زوج　۲) زوج - فرد　۳) فرد - زوج　۴) فرد - فرد

۴۲- در کدام گزینه‌ی زیر، توابع f و g مساوی‌اند؟ (صفحه‌های ۴۸ و ۴۹- حسابان) (آزمون ۷ فروردین- ۹۰)

۱) $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^۲-۱}{x-۱} \\ g(x)=x+۱ \end{cases}$　۲) $\begin{cases} f(x)=\sqrt{(x-۱)(x-۳)} \\ g(x)=\sqrt{(x-۱)}\times\sqrt{x-۳} \end{cases}$　۳) $\begin{cases} f(x)=\tan x \\ g(x)=\dfrac{۱}{\cot x} \end{cases}$　۴) $\begin{cases} f(x)=\sqrt{(x+۱)(۳-x)} \\ g(x)=\sqrt{۱+x}\times\sqrt{۳-x} \end{cases}$

۴۳- اگر $f=\{(۱,۲),(۲,۶c),(۳,۴),(۲,c^۲+۵),(c,۳)\}$ و $g=\{(۳,۴b),(۲,a-۱),(۳,b^۲+a),(۲,۳)\}$ دو تابع متمایز باشند، مجموعه‌ی برد تابع f چند عضو مشترک با مجموعه‌ی برد تابع g دارد؟ (صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷- حسابان) (آزمون ۶ آذر- ۸۸)

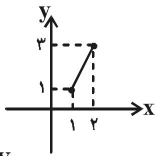
۱) ۲　۲) ۳　۳) ۴　۴) ۱

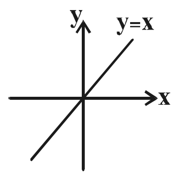
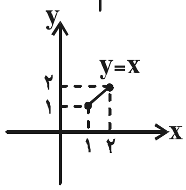
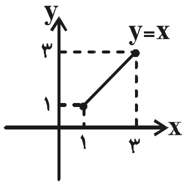
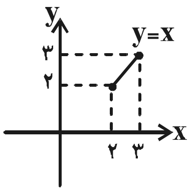
۴۴- اگر برای تابع f داشته باشیم: $f(x-۱)=۳x+۲$، آن‌گاه حاصل $f(x^۲)$ همواره کدام است؟ (صفحه‌های ۷۱ تا ۷۷- حسابان) (آزمون ۴ دی- ۸۸)

۱) $۳x^۲+۲$　۲) $۳x^۲+۵$　۳) $۳x^۲-۲$　۴) $۳x^۲-۵$

۴۵- اگر دامنه‌ی تابع f بازه‌ی $[-۴,۰]$ باشد، آنگاه دامنه‌ی تابع $g(x)=۳f(۲x)+۲$ کدام است؟ (صفحه‌ی ۵۷- حسابان) (آزمون ۵ آذر- ۸۹)

۱) $[-۴,۰]$　۲) $[-۸,۰]$　۳) $[-۲,۰]$　۴) $[-۲,۲]$

۴۶- اگر نمودار تابع $y=f(x)$ به‌صورت  باشد، نمودار تابع $y=f(f^{-۱}(x))$ کدام است؟ (صفحه‌ی ۹۴- حسابان) (آزمون ۷ فروردین- ۸۷)

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

۴۷- در تابع $f(x)=\begin{cases} ۳+\sqrt{x}\ , & x>۱ \\ x+۱\ , & x\leq ۱ \end{cases}$، حاصل $f^{-۱}(۰)$ کدام است؟ (صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷- حسابان) (آزمون ۱۸ آبان- ۸۶)

۱) صفر　۲) ۱-　۳) ۱　۴) ۲

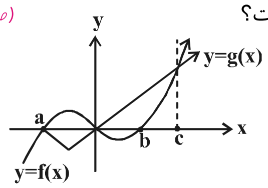
۴۸- اگر $f(x)=\begin{cases} x^۲+x+۱, & x>۰ \\ ۲\ , & x\leq ۰ \end{cases}$، آنگاه $f(-f(x))$ کدام است؟ (صفحه‌های ۷۱ تا ۷۷- حسابان) (آزمون ۲۴ آبان- ۸۷)

۱) ۱　۲) ۲　۳) ۳　۴) ۷

۴۹- نمودار $y=\sqrt{۲x}$ را نسبت به محور yها انعکاس داده‌ایم، سپس آن را سه واحد در جهت راست و بعد ۵ واحد به پایین حرکت داده‌ایم. ضابطه‌ی تابع به‌دست آمده کدام است؟ (صفحه‌های ۵۵ تا ۶۵- حسابان) (آزمون ۵ آذر- ۸۹)

۱) $y=\sqrt{۲x+۳}-۵$　۲) $y=\sqrt{-۲x}-۲$　۳) $y=\sqrt{-۲x+۳}-۵$　۴) $y=\sqrt{-۲x+۶}-۵$

۵۰- اگر نمودار f و g به‌صورت شکل زیر باشد، دامنه‌ی تابع $h=\dfrac{۱}{f-g}$ کدام است؟ (صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰- حسابان) (آزمون ۱۹ آذر- ۸۹)



۱) $R-\{a,۰,c\}$　۲) $R-\{a,۰,b,c\}$　۳) $(a,+\infty)-\{۰,c\}$　۴) $(a,+\infty)-\{۰,b\}$

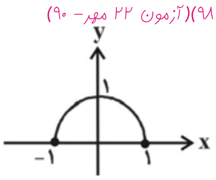
۵۱- اگر $f(x)=x+\sqrt{x}$ و $g(x)=x-\sqrt{x}$، آنگاه برد تابع $(f+g)(x)$ کدام است؟ (صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰- حسابان) (آزمون ۵ بهمن- ۸۶)

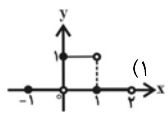
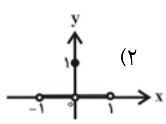
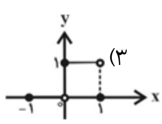
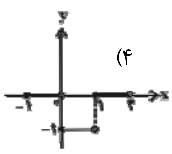
۱) R　۲) $R-\{۰\}$　۳) $[۰,+\infty)$　۴) $[۲,+\infty)$

۵۲- دامنه‌ی تعریف تابع $\log_x(x^۲-۴)$، کدام است؟ (صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷- حسابان) (آزمون ۲۵ بهمن- ۸۷)

۱) $x>۲$　۲) $|x|>۲$　۳) $|x|<۲$　۴) $x>۰$

۵۳- اگر نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت زیر باشد، نمودار تابع $y=f([x])$ کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.) (صفحه‌های ۹۷ تا ۹۸) (آزمون ۲۲ مهر- ۹۰)



۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

ریاضیات

مولف : هادی پلاور

۱.

اگر جمله‌ی عمومی دنباله‌ای را داشته باشیم، می‌توانیم با مقداردهی به n، جملات را محاسبه نماییم.

همواره دقت کنید جمله‌ی عمومی به کدام‌یک از صورت‌های a_n یا $a_{n-۱}$ یا $a_{n+۲}$ یا ... داده شده است. عدم دقت به این موضوع، پاسخ غلط را به همراه دارد.

گزینه‌ی «۳» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۴۷٪)

$$a_{n-۱}=۳n-۱\Rightarrow ۳n-۱=۸\Rightarrow n=۳\Rightarrow a_{۳-۱}=۸\Rightarrow a_۲=۸$$

بنابراین، دومین جمله‌ی این دنباله برابر ۸ است.

نوع اشتباه: فنی

گزینه‌ی «۱» گزینه‌ی دام‌دار است. (۲۶٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان به این نکته دقت نکرده‌اند که $۳n-۱$ برابر با $a_{n-۱}$ است و آن‌را به اشتباه برابر با a_n قرار داده‌اند. آن‌ها پس از محاسبه‌ی مقدار n، آن‌را در گزینه‌ها انتخاب نموده‌اند. $(n=۳)$

۲.

جمله‌ی nام دنباله را که n یک عدد طبیعی دل‌خواه است، جمله‌ی عمومی دنباله می‌نامند.

لزوماً در دنباله‌ها به دنبال رابطه‌ای وابسته به اعمال جمع و تفریق نباشید. رابطه ممکن است رادیکالی، توانی یا ... باشد.

گزینه‌ی «۱» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۳۴٪)

$$\left.\begin{array}{l} ۲,۵,۱۷,۶۵,x \\ \downarrow -۱ \\ ۱,۴,۱۶,۶۴,(x-۱) \\ \downarrow \\ ۴^۰,۴^۱,۴^۲,۴^۳,۴^۴ \end{array}\right\}\Rightarrow \text{جمله‌ی عمومی}: a_n=۴^{n-۱}+۱\Rightarrow a_۵=۴^۴+۱=۲۵۶+۱=۲۵۷$$

نوع اشتباه: محاسباتی

گزینه‌ی «۳» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۸٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان مقدار افزایش در مرحله‌ی آخر (۱۹۲) را انتخاب کرده‌اند، نه عدد حاصل را (۲۵۷).

$$۲\xrightarrow{+۳}۵\xrightarrow{+۱۲}۱۷\xrightarrow{+۴۸}۶۵\xrightarrow{+۱۹۲}۲۵۷ \qquad (۳\times۴=۱۲,۱۲\times۴=۴۸,۴۸\times۴=۱۹۲)$$

۳.

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی هندسی به صورت $a_n=a_۱q^{n-۱}$ است.

در فرمول جمله‌ی عمومی دنباله‌ی هندسی، توان q برابر $(n-۱)$ است، نه n.

گزینه‌ی «۲» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۳۱٪)

$$\frac{a_{۱۶}}{a_{۱۲}}=\frac{a_۱q^{۱۵}}{a_۱q^{۱۱}}=\frac{q^{۱۵}}{q^{۱۱}}=q^{۱۵-۱۱}=q^۴=۴$$

$$\frac{a_{۱۸}}{a_{۱۰}}=\frac{a_۱q^{۱۷}}{a_۱q^۹}=q^{۱۷-۹}=q^۸\Rightarrow q^۸=(q^۴)^۲=۴^۲=۱۶$$

نوع اشتباه: مفهومی

گزینه‌ی «۱» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۷٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان بدون توجه به جمله‌ی عمومی دنباله‌ی هندسی، تنها یک نسبت و تناسب ساده بسته‌اند:

$$a_{۱۶},a_{۱۲}\Rightarrow ۱۶-۱۲=۴,\frac{a_{۱۶}}{a_{۱۲}}=۴\ (*)$$

$$a_{۱۸},a_{۱۰}\Rightarrow ۱۸-۱۰=۸\xrightarrow{(*)}\frac{a_{۱۸}}{a_{۱۰}}=۸$$

۴.

جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی، یک چندجمله‌ای است که توان n در آن حداکثر یک است.

دقت نمایید که در برخی سؤالات باید ابتدا عبارت‌های موجود در صورت سؤال یا گزینه‌ها را ساده‌کرد و سپس در مورد جواب اظهارنظر نمود.

گزینه‌ی «۴» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۲۸٪)

گزینه‌ی «۱»: $a_n=۵n^۲+۳\Rightarrow$ توان n برابر ۲ است.

گزینه‌ی «۲»: $a_n = \frac{۱}{n} - ۱ = n^{-۱} - ۱ \Rightarrow$ توان n برابر (۱-) است.

گزینه‌ی «۳»: $a_n = \sqrt{n} + ۶ = n^{\frac{۱}{۲}} + ۶ \Rightarrow$ توان n برابر $\frac{۱}{۲}$ است.

گزینه‌ی «۴»: $a_n = \frac{۷n^۶}{n^۵} - ۱ = ۷n - ۱ \Rightarrow$ توان n برابر ۱ است. $\Rightarrow$ دنباله حسابی است.

نوع اشتباه: مفهومی

گزینه‌ی «۲» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۶٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان توجه نکرده‌اند که توان n در $a_n = \frac{۱}{n} - ۱$ برابر با (-۱) است، نه (۱).

.۵

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی به صورت $a_n = a_۱ + (n-۱)d$ نوشته می‌شود.

در فرمول جمله‌ی عمومی، ضریب d برابر با $(n-۱)$ است، نه n.

گزینه‌ی «۲» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۲۷٪)

بدون این‌که خللی در حل مسئله وارد شود، جمله‌ی اول را $\sqrt{۲} - ۵$ در نظر می‌گیریم.

$$a_n = a_۱ + (n-۱)d \Rightarrow ۵ + \sqrt{۲} = \sqrt{۲} - ۵ + (n-۱)۱ \Rightarrow n = ۵ + \sqrt{۲} - \sqrt{۲} + ۵ + ۱ \Rightarrow n = ۱۱$$

با توجه به جملات $\sqrt{۲} - ۵$ و $\sqrt{۲} + ۵$، پس ۹ عدد بین این دو عدد می‌توان قرار داد.

نوع اشتباه: محاسباتی

گزینه‌ی «۳» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۲٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان به اشتباه فرمول جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی را به صورت $a_n = a_۱ + nd$ به کار برده و n به دست آمده را در گزینه‌ها انتخاب نموده‌اند. $۵ + \sqrt{۲} = (\sqrt{۲} - ۵) + n(۱) \Rightarrow n = ۱۰$

.۶

در یک تصاعد حسابی اگر $a_m = n$ و $a_n = m$ باشد، داریم: $d = -۱$. $(m \neq n)$

اگر $a_n = c$ و $a_m = d$ باشد، هیچ لزومی به برقراری رابطه‌ی $a_{m+n} = c + d$ نیست.

گزینه‌ی «۱» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۱۵٪)

$$\begin{cases} a_m = a_۱ + (m-۱)d = n \Rightarrow a_۱ = n - (m-۱)d \\ a_n = a_۱ + (n-۱)d = m \Rightarrow a_۱ = m - (n-۱)d \end{cases} \Rightarrow n - (m-۱)d = m - (n-۱)d \Rightarrow (m-n)d = n - m \Rightarrow d = \frac{-(m-n)}{m-n} \Rightarrow d = -۱$$

$$a_{m+n} = a_۱ + (m+n-۱)d = \underbrace{a_۱ + (m-۱)d}_{a_m} + nd = n + n(-۱) = ۰$$

نوع اشتباه: مفهومی

گزینه‌ی «۳» گزینه‌ی دام‌دار است. (۲۹٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان تصور نموده‌اند که چون اندیس جملات با یکدیگر جمع شده‌اند $(m+n)$، باید خود جملات نیز با هم جمع گردند.

.۷

برای هر عدد مثبت حقیقی مانند a می‌توان نوشت: $a^{\frac{p}{n}} = \sqrt[n]{a^p}$. ($p$ عددی صحیح و n عددی طبیعی است.)

هنگامی می‌توان دو رادیکال را در یک‌دیگر ضرب نمود که فرجه‌های آن‌ها یکسان باشد.

گزینه‌ی «۳» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۱۱٪)

$$\sqrt[۳]{x-۱} \times \sqrt{۱-x} = \sqrt[۳]{-(۱-x)} \times \sqrt{۱-x} = -\sqrt[۳]{(۱-x)} \times \sqrt{(۱-x)} = -(۱-x)^{\frac{۱}{۳}} \times (۱-x)^{\frac{۱}{۲}} = -(۱-x)^{\frac{۵}{۶}} = -\sqrt[۶]{(۱-x)^۵}$$

نوع اشتباه: مفهومی

گزینه‌ی «۲» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۷٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان تصور کرده‌اند در ضرب دو رادیکال، همواره فرجه‌ها در یک‌دیگر و عبارت زیر رادیکال‌ها نیز در یک‌دیگر ضرب می‌شوند. البته آن‌ها در ضرب عبارات نیز دچار اشتباه شده‌اند.

.۸

همواره داریم $\sqrt{a^۲} = |a|$.

یکی از اشتباهات رایج دانش‌آموزان این است که حاصل $\sqrt{a^۲}$ را برابر a قرار می‌دهند. در صورتی‌که اگر $a < ۰$ باشد داریم $\sqrt{a^۲} = |a| = -a$.

گزینه‌ی «۳» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۱۰٪)

نکته‌ی آموزشی - : هشدار آموزشی - : پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{\frac{۱}{۲۵x^۲}}=\sqrt{(\frac{۱}{۵x})^۲}=\left|\frac{۱}{۵x}\right|\xrightarrow{x<۰}-\frac{۱}{۵x}$$

$$A=\sqrt[۳]{۵x\times(-\frac{۱}{۵x})}=\sqrt[۳]{-۱}=-۱$$

نوع اشتباه: فنی

گزینه‌ی «۲» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۸٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان قدرمطلق را فراموش کرده‌اند:

$$\sqrt{\frac{۱}{۲۵x^۲}}=\sqrt{(\frac{۱}{۵x})^۲}=\frac{۱}{۵x}\Rightarrow A=\sqrt[۳]{۵x\times\frac{۱}{۵x}}=\sqrt[۳]{۱}=۱$$

۹.

سه جمله‌ی یک دنباله‌ی هندسی را می‌توان به صورت $a,aq,aq^۲$ یا $\frac{a}{q},a,aq$ فرض نمود.

در بسیاری از سؤالات مربوط به تصاعد هندسی، دو مقدار (یکی مثبت و دیگری منفی) برای q به دست می‌آید.

گزینه‌ی «۳» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۹٪)

اگر جمله‌ی اول را a و قدرنسبت را q فرض کنیم، داریم:

$$a+aq+aq^۲=۲۱a \quad و \quad (a\neq ۰)$$

$$a(۱+q+q^۲)=۲۱a$$

$$q^۲+q+۱-۲۱=۰\Rightarrow q^۲+q-۲۰=۰\Rightarrow (q-۴)(q+۵)=۰\Rightarrow\begin{cases}q=۴\\q=-۵\end{cases}\Rightarrow ۴+(-۵)=-۱$$

نوع اشتباه: فنی

گزینه‌ی «۱» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۱٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان مجموع مقادیر q را محاسبه نکرده‌اند، بلکه فقط یکی از مقادیر q $(q=۴)$ را انتخاب نموده‌اند. عده‌ای دیگر ممکن است به واژه‌ی «مجموع مقادیر» توجه کرده باشند، اما $(q=-۵)$ را غیر قابل قبول فرض کرده‌اند.

۱۰.

اگر داشته باشیم $\log_b^a=x$، می‌توانیم بنویسیم $b^x=a$. $(a,b>۰,b\neq ۱)$

$(-x)$ را لزوماً یک عدد منفی در نظر نگیرید، چرا که با منفی‌بودن x، مثبت خواهد شد.

گزینه‌ی «۲» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۵۰٪)

$$\log_{\frac{۱}{۳}}^{۸۱}=a\Rightarrow(\frac{۱}{۳})^a=۸۱\Rightarrow(۳^{-۱})^a=۳^۴\Rightarrow ۳^{-a}=۳^۴\Rightarrow -a=۴\Rightarrow a=-۴$$

حال مقدار فوق را جای‌گزین a می‌کنیم:

$$\log_{(-a)}^{\sqrt{۲}}=\log_۴^{\sqrt{۲}}=b\Rightarrow ۴^b=\sqrt{۲}\Rightarrow(۲^۲)^b=۲^{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow ۲^{۲b}=۲^{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow ۲b=\frac{۱}{۲}\Rightarrow b=\frac{۱}{۴}$$

نوع اشتباه: فنی

گزینه‌ی «٤» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۳٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دانش‌آموزان تصور کرده‌اند «$-a$» همیشه منفی است، غافل از این‌که اگر a منفی باشد، «$-a$» مثبت خواهد شد و در تعریف لگاریتم مشکلی به وجود نمی‌آید.

۱۱.

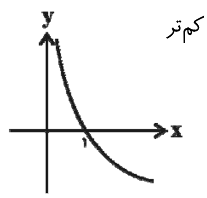
با توجه به نزولی‌بودن تابع $y=\log_a^x$ $(۰<a<۱)$، اگر $b>c$ باشد، داریم: $\log_a^b<\log_a^c$.

همواره در سؤالات مربوط به توابع نمایی و لگاریتم به پایه‌ی توابع توجه کنید، چون رفتار توابع در حالت $۰<a<۱$ و $a>۱$ متفاوت است.

گزینه‌ی «۲» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۳۸٪)

وقتی پایه‌ی لگاریتم، بین صفر و یک باشد، با توجه به شکل تابع $y=\log_a^x$ $(۰<a<۱)$، با افزایش مقدار x، مقدار y کم‌تر می‌شود، پس مقدار $\log_{\frac{۱}{۲}}^{۱۲}$ کم‌تر از مقدار $\log_{\frac{۱}{۲}}^{۵}$ است:

$$۱۲>۵\Rightarrow\log_{\frac{۱}{۲}}^{۱۲}<\log_{\frac{۱}{۲}}^{۵}$$



$y=\log_a^x \quad (۰<a<۱)$

نوع اشتباه: فنی

گزینه‌ی «۳» گزینه‌ی دام‌دار است. (۲۶٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان تصور کرده‌اند همواره اگر $b > c$ باشد، می‌توان رابطه‌ی $\log_a^b > \log_a^c$ را نتیجه گرفت. اما توجه نکرده‌اند که جهت علامت نامساوی در این گونه روابط بستگی به حدود a (پایه‌ی لگاریتم) دارد.

۱۲.

در حل معادلات لگاریتمی می‌بایست هر یک از طرفین مساوی را به یک لگاریتم تبدیل کنیم.

پس از محاسبه‌ی جواب معادلات لگاریتمی، آن را در معادله‌ی اولیه‌قرار دهید تا از قابل قبول‌بودن آن اطمینان حاصل کنید.

گزینه‌ی «۴» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۳۸٪)

$$\log_2^{(x^2+2x-3)} - \log_2^{(x+3)} = 1 + \log_2^{(x+2)} \Rightarrow \log_2^{\frac{x^2+2x-3}{x+3}} = \log_2^2 + \log_2^{(x+2)}$$

$$\Rightarrow \log_2^{\frac{(x+3)(x-1)}{(x+3)}} = \log_2^{2(x+2)} \Rightarrow \log_2^{(x-1)} = \log_2^{(2x+4)} \Rightarrow x-1 = 2x+4 \Rightarrow x = -5$$

اما $x = -5$ غیرقابل قبول است، زیرا به ازای آن، $x+2$ و $x+3$ منفی می‌باشند، یعنی $\log_2^{(x+2)}$ و $\log_2^{(x+3)}$ تعریف نمی‌شوند. پس معادله‌جواب ندارد.

نوع اشتباه: فنی

گزینه‌ی «۳» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۹٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

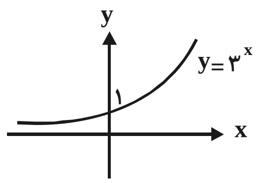
این دسته از دانش‌آموزان $x = -5$ را در معادله جایگزین‌نکرده‌اند. در نتیجه از غیرقابل قبول‌بودن آن مطلع نشده‌اند.

۱۳.

دامنه‌ی تابع $y = \log_a^x$ (a عددی مثبت و مخالف یک) عبارت است از $(0, +\infty)$.

همواره در سؤالات مربوط به توابع نمایی و لگاریتم دقت کنید اطلاعات یا خواسته‌های سؤال به خود تابع مربوط است یا به معکوس آن.

گزینه‌ی «۳» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۳۳٪)



با توجه به این‌که نمودارتابع $y = 3^x$ به صورت روبه‌رو می‌باشد و برد آن $(0, +\infty)$ است، پس دامنه‌ی تابع معکوس آن یعنی $y = \log_3^x$ برابر $(0, +\infty)$ می‌باشد، بنابراین محور yها (خط $x = 0$) را هرگز قطع نخواهد کرد.

نوع اشتباه: فنی- محاسباتی

گزینه‌ی «۱» گزینه‌ی دام‌دار است. (۳۱٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان ممکن است: ۱- تصور کرده‌باشند معادله‌ی محور yها به صورت $y = 0$ است.

۲- تصور کرده باشند سؤال در مورد خود تابع $y = 3^x$ مطرح شده، نه معکوس آن.

۳- نمودارهای دو تابع $y = 3^x$ و $y = \log_3^x$ را جابه‌جا بکار برده باشند.

۱۴.

در تابع نمایی $y = a^x$، اگر $0 < a < 1$ باشد، تابع نزولی است.

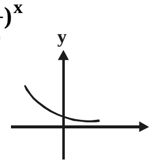
برای رسم نمودار تابع نمایی باید دقت کنیم علامت پشت x در توان، مثبت باشد.

گزینه‌ی «۱» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۲۷٪)

توجه کنید که در این‌مسئله، ضریب x در توان، منفی است و به شکل کلی تابع نمایی نمی‌باشد، پس ابتدا معادله‌ی تابع را به فرم $y = ka^x$ در می‌آوریم:

$$y = 4\left(\frac{5}{2}\right)^{-x+1} = 4\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} = 4\left(\frac{2}{5}\right)^{x}\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = 4 \times \frac{5}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^{x} \Rightarrow y = 10\left(\frac{2}{5}\right)^{x}$$

بنابراین $a = \frac{2}{5} < 1$ و شکل تابع به صورت



می‌باشد. یعنی با افزایش x، مقدار y کم می‌شود. همچنین محل برخورد تابع با محور yها، $y = 10$ می‌باشد: $y = 10\left(\frac{2}{5}\right)^{x} \xrightarrow[\text{محل برخورد با محور } y \text{ها}]{x=0} y = 10\left(\frac{2}{5}\right)^{0} = 10$

نوع اشتباه: محاسباتی

گزینه‌ی «۲» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۴٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان به علامت منفی پشت x در توان، توجه نکرده‌اند و پایه را $\frac{5}{2}$ در نظر گرفته‌اند.

۱۵.

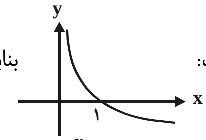
تابع $y = \log_a^x$ با فرض $0 < a < 1$، نزولی و با فرض $a > 1$ صعودی است.

نمودار توابع لگاریتمی و نمایی در حالات $0 < a < 1$ و $a > 1$ را به خاطر بسپارید. استفاده از این نمودارها در بسیاری از مسائل ضروری است.

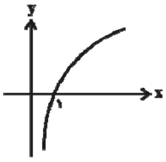
نکته‌ی آموزشی - هشدار آموزشی - پاسخ صحیح است.

گزینه‌ی «۲» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۲۰٪)

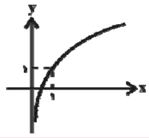
نمودار $y=\log_{0/5}^{x}$ به صورت روبه‌رو است:



بنابراین نمودار $y=-\log_{0/5}^{x}$ به صورت روبه‌رو خواهد بود



در نتیجه با بالا رفتن یک واحد روی محور yها نمودار $y=1-\log_{0/5}^{x}$ به دست می‌آید:



نوع اشتباه: فنی

گزینه‌ی «۳» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۳٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان نمودار تابع $y=\log_a^x\ (a>1)$ را با نمودار تابع $y=\log_a^x\ (0<a<1)$ جابه‌جا گرفته‌اند، هر چند سایر مراحل را صحیح انجام داده‌اند.

۱۶.

اگر عبارت جلوی لگاریتم نامثبت باشد، لگاریتم تعریف نشده است.

دقت کنید عبارت $\log_a^a=1$ فقط به ازای $a>0$ و $a\neq 1$ صحیح است. همواره بررسی دامنه‌ی لگاریتم‌ها ضروری است.

گزینه‌ی «۴» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۲۰٪)

گزینه‌ی «۱»: $\log_{16}^{4}=\frac{1}{2}\Rightarrow (16)^{\frac{1}{2}}=4\Rightarrow (4^2)^{\frac{1}{2}}=4\Rightarrow 4=4$

گزینه‌ی «۲»: $\log_{2}^{0/125}=-3\Rightarrow 2^{-3}=0/125\Rightarrow (\frac{1}{2})^3=(0/5)^3\Rightarrow \frac{1}{2}=0/5$

گزینه‌ی «۳»: لگاریتم هر عدد مثبت و مخالف یک در پایه‌ی خودش مساوی یک است، بنابراین: $\log_{\sqrt{2}-1}^{\sqrt{2}-1}=1$

گزینه‌ی «۴»: در $\log_a^x$ باید $x>0$ باشد، درصورتی که $(1-\sqrt{3})$ عدد منفی می‌باشد و این رابطه برقرار نیست. هم‌چنین پایه‌ی لگاریتم نیز منفی می‌باشد.

نوع اشتباه: فنی- محاسباتی

گزینه‌ی «۲» گزینه‌ی دام‌دار است. (۴۵٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان 2^{-3} را به صورت کسر $\frac{1}{8}$ نوشته‌اند و توجه نکرده‌اند که $\frac{1}{8}$ همان $0/125$ است. در واقع کسر را به عدد اعشاری تبدیل نکرده‌اند و تصور کرده‌اند رابطه‌ی گزینه‌ی «۲» اشتباه است.

۱۷.

برای حل معادله‌ی درجه‌ی چهار که فقط شامل توان‌های زوج x باشد $(ax^4+bx^2+c=0)$، از تغییر متغیر $A=x^2$ استفاده می‌کنیم.

همواره پس از محاسبه‌ی جواب معادلات لگاریتمی، آن را در معادله‌ی اولیه قرار دهید تا از قابل قبول‌بودن آن اطمینان حاصل نمایید.

گزینه‌ی «۲» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۱۹٪)

$$\log_{10}^{(x^2+3)}-2\log_{10}^{2x}=\log_{10}^{2}-\log_{10}^{(x^2-3)}\Rightarrow \log_{10}^{(x^2+3)}-\log_{10}^{(2x)^2}=\log_{10}^{2}-\log_{10}^{(x^2-3)}$$

$$\Rightarrow \log_{10}^{\frac{x^2+3}{4x^2}}=\log_{10}^{\frac{2}{x^2-3}}\Rightarrow \frac{x^2+3}{4x^2}=\frac{2}{x^2-3}\Rightarrow x^4-9=8x^2$$

$$\Rightarrow x^4-8x^2-9=0\xrightarrow{x^2=A}A^2-8A-9=0\Rightarrow (A-9)(A+1)=0\Rightarrow \begin{cases}A=-1\\ A=9\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}x^2=-1 & \text{جواب ندارد}\\ x^2=9\Rightarrow x=\pm 3 & \begin{matrix}x=+3 & \text{ق ق}\\ x=-3 & \text{غ ق ق}\end{matrix}\end{cases}$$

جواب $x=-3$ غیر قابل قبول است، چون در دامنه‌ی تعریف $\log_{10}^{2x}$ نمی‌باشد.

نوع اشتباه: فنی

گزینه‌ی «۳» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۳٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان $x=\pm 3$ را به دست آورده‌اند اما دامنه‌ی لگاریتم‌ها را نادیده گرفته‌اند.

۱۸.

اگر $c,d\neq 1$ و $c,d>0$ باشند، با استفاده از قوانین لگاریتم داریم:

$$\log_d^c=\frac{\log_c^c}{\log_c^d}=\frac{1}{\log_c^d}$$

در جمع دو عبارت لگاریتمی که عبارت روبه‌روی لگاریتم‌ها یکسان است، پایه‌ها در یک‌دیگر ضرب نمی‌شوند.

گزینه‌ی «۳» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۱۶٪)

$$\log_2^x=\frac{1}{\log_x^2}\Rightarrow \log_x^2=\frac{1}{a}\quad ,\quad \log_3^x=\frac{1}{\log_x^3}\Rightarrow \log_x^3=\frac{1}{b}$$

در هر فصل چیدمان سؤال‌ها از ساده به دشوار است.

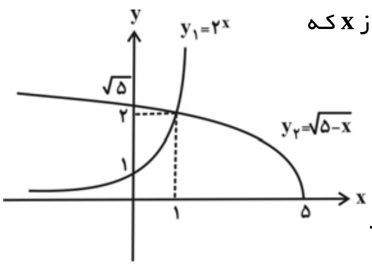
$$\log_x^{۶}=\log_x^{(۲\times۳)}=\log_x^{۲}+\log_x^{۳}=\frac{۱}{a}+\frac{۱}{b}=\frac{a+b}{ab}\ ;\ \log_{۶}^{x}=\frac{۱}{\log_x^{۶}}\Rightarrow\log_{۶}^{x}=\frac{ab}{a+b}$$

نوع اشتباه: مفهومی

گزینه‌های «۱» و «۴» گزینه‌های دام‌دار هستند. (۱۲٪) و (۱۱٪) دانش‌آموزان این گزینه‌های اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

دانش‌آموزانی که گزینه‌ی «۱» را انتخاب نموده‌اند تصور کرده‌اند در جمع دو عبارت لگاریتمی اگر عبارت جلوی لگاریتم‌ها یکسان باشد، پایه‌ها در یک‌دیگر ضرب می‌شوند. دانش‌آموزانی که گزینه‌ی «۴» را برگزیده‌اند تصور نموده‌اند در ضرب دو عبارت لگاریتمی اگر عبارت جلوی لگاریتم‌ها ثابت باشد، پایه‌ها در یک‌دیگرضرب می‌شود. هر دو دسته‌ی این دانش‌آموزان به قوانین ذکر شده در متن کتاب بی‌توجه بوده‌اند.

۱۹.



برای حل نامعادله‌ی $f(x)<g(x)$ می‌توان دو تابع $y_۱=g(x)$ و $y_۲=f(x)$ را رسم نمود. حدودی از x که تابع g بالاتر از f باشد، جواب مساله است.

همواره در حل نامعادلات حدود زیر رادیکال را در نظر بگیرید.

گزینه‌ی «۳» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۵۲٪)

نمودار توابع $y_۱=۲^x$ و $y_۲=\sqrt{۵-x}$ را رسم می‌کنیم.

مشخص است که مجموعه جواب نامعادله به صورت $۱\le x\le ۵$ می‌باشد که ۵ عدد صحیح در آن صدق می‌کند.

گزینه‌ی «۴»گزینه‌ی دام‌دار است. (۳۳٪) دانش‌آموزان همین‌گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

دانش‌آموزان نمودار دو تابع $y_۱=۲^x$ و $y_۲=\sqrt{۵-x}$ را رسم کرده اند و مشاهده کرده‌اند و به ازای xهای بزرگ‌تر مساوی از یک، $y_۱\ge y_۲$ است و بنابراین به این نتیجه رسیده‌اند که بی‌شمار عدد صحیح در نامعادله صدق می‌کند. اما دقت نکرده‌اند که دامنه‌ی $y_۲=\sqrt{۵-x}$ برابر xهای کوچک‌تر مساوی ۵ است.

۲۰.

ضریب جمله‌ی $k+۱$ ام بسط $(x+y)^n$ برابر $\binom{n}{k}$ است.

بسط $(x+y)^n$، $n+۱$ جمله دارد.

گزینه‌ی «۲» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۵۰٪)

$$\text{ضریب جمله‌ی چهارم}=\binom{n}{۳}\times ۲^{n-۳}=\frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶}\times ۲^{n-۳}\qquad (۱)$$

$$\text{ضریب جمله‌ی سوم}=\binom{n}{۲}\times ۲^{n-۲}=\frac{n(n-۱)}{۲}\times ۲^{n-۲}$$
$$=n(n-۱)\times ۲^{n-۳}\qquad (۲)$$

$$(۱),(۲)\Rightarrow\frac{\text{ضریب جمله‌ی چهارم}}{\text{ضریب جمله‌ی سوم}}=\frac{\frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶}\times ۲^{n-۳}}{n(n-۱)\times ۲^{n-۳}}=\frac{n-۲}{۶}=\frac{۱۶}{۳}\Rightarrow n-۲=۳۲\Rightarrow n=۳۴$$

بنابراین بسط $۳۴+۱=۳۵$ جمله دارد.

گزینه‌ی «۱»گزینه‌ی دام‌دار است. (۳۰٪) دانش‌آموزان همین‌گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

دانش‌آموزان $n=۳۴$ را به درستی بدست آورده‌اند اما دقت نکرده‌اند که بسط $(x+y)^n$، $n+۱$ جمله دارد و بنابراین به این نتیجه رسیده‌اند که بسط ۳۴ جمله دارد.

۲۱.

نامعادلات قدر مطلقی مانند صورت سؤال، را با به توان رساندن طرفین باید حل کرد.

نامعادلات قدرمطلقی را در حالت کلی نباید با به‌دست آوردن ریشه‌های داخل قدرمطلق حل کرد.

گزینه‌ی «۳» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۳۵٪)

$$|x+۱|>|۲x-۱|\Rightarrow|x+۱|^۲>|۲x-۱|^۲\Rightarrow x^۲+۲x+۱>۴x^۲-۴x+۱\Rightarrow ۳x^۲-۶x<۰\Rightarrow ۰<x<۲$$

نوع اشتباه: مفهومی

گزینه‌ی «۴» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۵٪) دانش‌آموزان همین‌گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

داوطلبان گرامی، ریشه های داخل قدرمطلق را در دو طرف نامساوی در نظر گرفته‌اند.

۲۲.

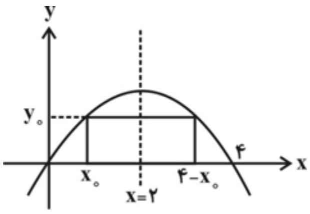
مختصات ماکزیمم و می‌نیمم نمودار درجه دوم $y=ax^۲+bx+c$ برابر $(\frac{-b}{۲a},\frac{-\Delta}{۴a})$ است.

در این گونه مسائل که min,max یک کمیتی را می‌خواهند، باید به یک عبارت یک متغیر، رسید. مثلاً $p=۲(x+y)$ است. باید یک رابطه‌ی بین x,y پیدا کنیم و جایگزین کنیم.

گزینه‌ی «۳» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۳۳٪)

$f(۴) = ۰ \Rightarrow a(۴)^۲ + ۴(۴) = ۰ \Rightarrow a = -۱$

مستطیل مفروض نسبت به محور تقارن منحنی، قرینه است.



محور تقارن: $x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۴}{-۲} = ۲$

محیط مستطیل $P = ۲((۴ - ۲x_۰) + y_۰)$

$\xrightarrow{y_۰ = f(x_۰) = -x_۰^۲ + ۴x_۰} P = ۲(۴ - ۲x_۰ - x_۰^۲ + ۴x_۰) = ۲(-x_۰^۲ + ۲x_۰ + ۴)$

بیش‌ترین مقدار محیط به ازای $x_۰ = \frac{-۲}{-۲} = ۱$ به دست می‌آید: $P_{max} = ۲(-(۱)^۲ + ۲(۱) + ۴) = ۱۰$

گزینه‌ی «٤» گزینه‌ی دام‌داراست. (٣٣٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

دانش‌آموزان مراحل زیر را به درستی طی کرده‌اند.

$P = ۲((۴ - ۲x_۰) + y_۰) \xrightarrow{y_۰ = -x_۰^۲ + ۴x_۰} p = ۲(-x_۰^۲ + ۲x + ۴)$

اما به اشتباه خیال کرده‌اند که چون $x = ۲$ طول راس صفحه است پس به ازای آن محیط ماکزیمم می‌شود.

$p(x_۰ = ۲) = ۲(-۴ + ۴ + ۴) = ۸$

.۲۳

مختصات نقطه‌ی ماکزیمم یا می‌نیمم تابع درجه‌ی دوم $y = ax^۲ + bx + c$ برابر است با: $\begin{vmatrix} -\frac{b}{۲a} \\ f(-\frac{b}{۲a}) = \frac{-\Delta}{۴a} \end{vmatrix}$

دقت کنید وقتی در صورت سؤال بیش‌ترین یا کم‌ترین مقدار یک عبارت خواسته می‌شود منظور بیش‌ترین یا کم‌ترین مقدار عرض آن عبارت است.

گزینه‌ی «۲» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۳۰٪)

$f(x) = -\frac{۱}{۲}(x^۲ - ۱۲۰x) = -\frac{۱}{۲}(x^۲ - ۱۲۰x + ۳۶۰۰ - ۳۶۰۰) = -\frac{۱}{۲}(x - ۶۰)^۲ + ۱۸۰۰$

بیش‌ترین مقدار عبارت وقتی است که $x = ۶۰$ باشد، یعنی $f_{max} = ۱۸۰۰$.

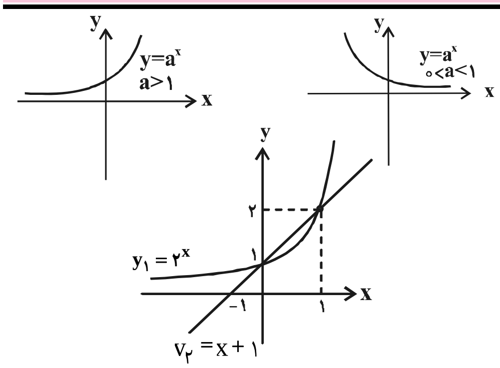
نوع اشتباه: فنی

گزینه‌ی «٤» گزینه‌ی دام‌دار است. (١٤٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان به جای محاسبه‌ی عرض تابع، طول تابع را در پاسخ به تست انتخاب کرده‌اند.

.۲۴

نمودار توابع نمایی به‌صورت روبه‌رو است:



در حل معادلات به روش رسم، حتماً به کمک نقطه‌یابی نمودارها را رسم کنید.

گزینه‌ی «۲» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۲۷٪)

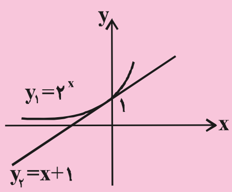
دو تابع $y_۱ = ۲^x$ و $y_۲ = x + ۱$ را رسم می‌کنیم.

با توجه به شکل، دو تابع هم‌دیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند.

نوع اشتباه: فنی- محاسباتی

گزینه‌ی «١» گزینه‌ی دام‌دار است. (١٧٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این گروه از داوطلبان نمودارها را به‌صورت زیر رسم کرده‌اند و به جواب نادرست رسیده‌اند.



.۲۵

در معادله‌ی درجه‌ی دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$، با شرط $\Delta \ge ۰$ مجموع ریشه‌ها برابر $\frac{-b}{a}$ و حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $\frac{c}{a}$ می‌باشد.

در معادله‌ی درجه‌ی دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$، اگر $\Delta < ۰$ باشد، دیگر $\frac{c}{a}$ و $\frac{-b}{a}$، حاصل‌ضرب و مجموع ریشه‌های حقیقی نیستند.

گزینه‌ی «۴» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۲۵٪)

$\frac{1}{a} =$ حاصل ضرب ریشه‌ها و $\frac{-(-(a-1))}{a} = \frac{a-1}{a} =$ مجموع ریشه‌ها

فرض سؤال: $\Rightarrow \frac{1}{a} = 2(\frac{a-1}{a}) + 1 \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{2a-2+a}{a} \Rightarrow 1 = 3a - 2 \Rightarrow a = 1$

با جای‌گذاری $a = 1$ در معادله داریم: $(1)x^2 - (1-1)x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = (0)^2 - 4(1)(1) = -4 < 0$

یعنی با شرط $a = 1$ معادله‌جواب ندارد. پس هیچ مقداری از a وجود ندارد که به ازای آن در این معادله، حاصل ضرب ریشه‌ها از دو برابر مجموع ریشه‌ها، یک واحد بیش‌تر باشد.

نوع اشتباه: مفهومی

گزینه‌ی «۲» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۲٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این دسته از دانش‌آموزان پس از محاسبه‌ی a، شرط $\Delta \geq 0$ را بررسی نکرده‌اند و تصور نموده‌اند که $a = 1$ قابل قبول است.

۲۶.

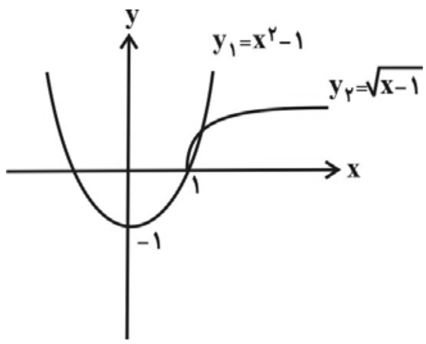
اگر $a > 0$ باشد، آن‌گاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$ و اگر $a < 0$ باشد، $a + \frac{1}{a} \leq -2$ است.

استفاده از تغییر متغیر در حل معادلات و نامعادلات پیچیده بسیار کاربردی است.

گزینه‌ی «۲» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۲۵٪)

اگر $\sqrt{x-1} - x^2 = a$ باشد، آنگاه:

$$|\sqrt{x-1} - x^2 + \frac{1}{\sqrt{x-1} - x^2}| \leq 2 \Rightarrow |a + \frac{1}{a}| \leq 2 \quad (*)$$



می‌دانیم $|a + \frac{1}{a}| \geq 2$ است بنابراین با توجه به $(*)$ می‌توان نتیجه گرفت $|a + \frac{1}{a}| = 2$

$a + \frac{1}{a} = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} - x^2 = 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} = x^2 + 1 \Rightarrow$ جواب ندارد.

$a + \frac{1}{a} = -2 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow \sqrt{x-1} - x^2 = -1 \Rightarrow \sqrt{x-1} = x^2 - 1$

با رسم نمودارهای $y_1 = x^2 - 1$ و $y_2 = \sqrt{x-1}$ مشخص می‌شود این معادله دو جواب دارد. بنابراین مجموعه جواب این معادله دو عضو دارد.

گزینه‌ی «۱» گزینه‌ی دام‌دار است. (۶۳٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

دانش‌آموزان پس از حل، به معادله‌ی $\sqrt{x-1} = x^2 - 1$ رسیده‌اند اما چون حل به روش هندسی به ذهنشان خطور نکرد و از طرفی از ظاهر معادله جواب $x = 1$ بسیار واضح است، بنابراین به این نتیجه رسیده‌اند که معادله یک جواب دارد.

۲۷.

یکی از روش‌های تعیین بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار یک عبارت استفاده از اتحادهای جبری است.

در استفاده از اتحادها به ضرایب جملات عبارت توجه کنید.

گزینه‌ی «۱» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۲۳٪)

$$(x-2)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 4 \geq 4x \xrightarrow{x>0} \frac{x^2+4}{x} \geq 4 \Rightarrow x + \frac{4}{x} \geq 4 \Rightarrow f(x) \geq 4$$

نوع اشتباه: فنی- محاسباتی

گزینه‌ی «۲» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۹٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

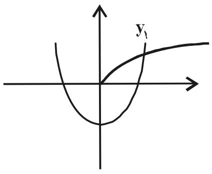
دانش‌آموزانی که گرفتار دام شده‌اند عبارت سؤال را با عبارت $x + \frac{1}{x}$ که به‌ازای مقادیر مثبت x بزرگ‌تر مساوی ۲ است، یک‌سان در نظر گرفته‌اند یا در استفاده از اتحادها دچار اشتباه شده‌اند.

۲۸.

برای رسم نمودار $y = f(x) + a \quad (a > 0)$ کافیست نمودار f را به بالا و برای رسم نمودار $y = f(x) - a \quad (a > 0)$ کافی است a واحد نمودار f را به سمت پائین انتقال دهیم.

در حل معادلات به دامنه‌ی معادله توجه کنید.

گزینه‌ی «۳» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۲۱٪)

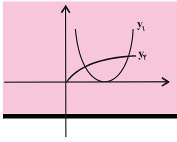


برای حل این تست از روش ترسیم استفاده می‌کنیم. دو منحنی $y_1 = x^2 - 4$ و $y_2 = \sqrt{x}$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم.
چون منحنی‌ها در یک نقطه متقاطع‌اند، لذا معادله، یک ریشه‌ی حقیقی دارد.

نوع اشتباه: مفهومی

گزینه‌ی «۲» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۳٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

این گروه از داوطلبان مسئله را به‌صورت زیر حل کرده‌اند. (در انتقال نمودار $y = x^2$ دچار اشتباه شده‌اند.)



۲۹.

در معادله‌ی $ax^4 + bx^2 + c = 0$ اگر $\Delta = 0$ باشد: ۱) اگر $\frac{-b}{2a} > 0$ باشد، معادله جواب قرینه دارد.
۲) اگر $\frac{-b}{2a} < 0$ باشد، معادله جواب ندارد.

در معادله‌ی فوق برای این‌که معادله دو جواب داشته باشد باید یا شرایط (۱) نکته فوق برقرار باشد و یا $\frac{c}{a} < 0$ باشد.

گزینه‌ی «۱» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۱۸٪)

در دو حالت معادله‌ی $ax^4 + bx^2 + c = 0$ دو جواب دارد:

الف) $\frac{c}{a} < 0$ ب) $\frac{-b}{2a} > 0$ و $b^2 - 4ac = 0$

حالت(الف) هیچگاه رخ نمی‌دهد زیرا $\frac{c}{a} = \frac{2}{m^2+1} > 0$. حالت (ب) را بررسی می‌کنیم:

$$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 16m^2 - 8m^2 - 8 = 0 \Rightarrow 8m^2 = 8 \Rightarrow m = \pm 1$$

$\frac{-b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{-4m}{2(m^2+1)} > 0 \Rightarrow m < 0 \Rightarrow$ فقط $m = -1$ قابل قبول است.

معادله: $2x + 4 = \sqrt{3x+7}$ ؛ $x = -1 \Rightarrow -2 - \sqrt{-3-\alpha} = -4 \Rightarrow \sqrt{-3-\alpha} = 2 \Rightarrow -3 - \alpha = 4 \Rightarrow \alpha = -7 \Rightarrow$

$$\xrightarrow{\text{طرفین به توان}} 4x^2 + 16x + 16 = 3x + 7 \Rightarrow 4x^2 + 13x + 9 = 0$$

با توجه به این که $a + c = 13 = b$ است، پس جواب‌های معادله‌ی فوق برابر است با:

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{-c}{a} = \frac{-9}{4} \end{cases}$$

چون $x = \frac{-9}{4}$ سمت چپ معادله‌ی $2x + 4 = \sqrt{3x+7}$ را منفی می‌کند، پس فقط $x = -1$ قابل قبول است. بنابراین معادله جواب دیگر ندارد.

گزینه‌ی «۳» گزینه‌ی دام‌دار است. (۵۲٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

دانش‌آموزان تصور کرده‌اند برای این‌که معادله دو جواب داشته باشد باید شرط $\begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{c}{a} < 0 \end{cases}$ برقرار باشد.

اشتراک دو شرط فوق حالت (۱) در پاسخ سوال می‌شد و چون $(\frac{c}{a} < 0)$ $\frac{c}{a} = \frac{2}{m^2-1} < 0$ هیچ‌گاه اتفاق نمی‌افتد پس گزینه‌ی «۳» را انتخاب کرده‌اند.

۳۰.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

در حذف قدرمطلق حتماً به عبارت داخل قدر مطلق توجه کنید.

گزینه‌ی «۱» صحیح است. درصد پاسخ‌گویی (۱۸٪)

داریم:

$$A = \sqrt{a^2 + b^2 - 2\sqrt{a^2b^2}} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2|ab|}$$

چون a و b مختلف‌العلامه‌اند، پس $|ab| = -ab$. لذا:

$$A = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab} = \sqrt{(a+b)^2} = |a+b|$$

چون $|a| < |b|$ پس $a + b > 0$ و در نهایت عبارت به‌صورت روبه‌رو می‌شود:

$$A = a + b$$

نوع اشتباه: فنی

گزینه‌ی «۳» گزینه‌ی دام‌دار است. (۱۳٪) دانش‌آموزان همین گزینه‌ی اشتباه را انتخاب کرده‌اند.

دانش‌آموزانی که این گزینه را انتخاب کرده‌اند، مسأله را به‌صورت زیر حل کرده‌اند:

$$\sqrt{a^2 + b^2 - 2\sqrt{a^2b^2}} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab} = \sqrt{(a-b)^2} = |a-b| \underset{b>0}{\overset{a<0}{=}} b - a$$

که در این حل، تساوی $\sqrt{a^2b^2} = ab$ اشتباه است.