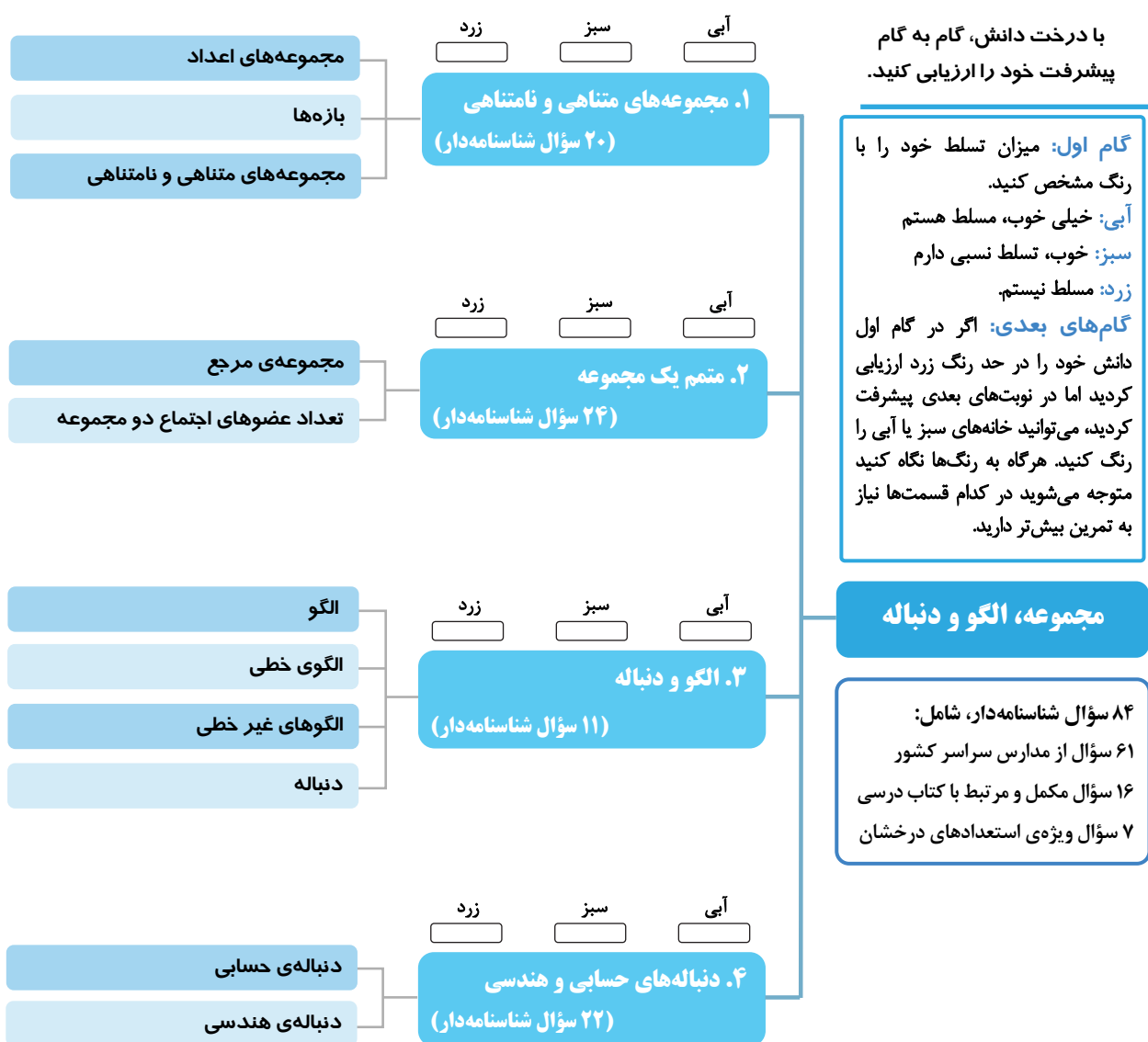


# مجموعه، الگو و دنباله



## فصل اول



تنظیم، گزینش و سوال‌های تألیفی این فصل: فرهاد حامی

۱. مجموعه‌های منتهی و نامتناهی

مجموعه‌های اعداد

مرجع

|   |  |   |
|---|--|---|
| روانسر - ملامصدر - ۹۲<br>(۹ بار)                              | الف) $\frac{-3}{4} \in \mathbb{R}$<br>پ) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N}$                         | ۱. درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را بررسی کنید.<br>ب) $\mathbb{Q} - \mathbb{N} = \mathbb{N}$<br>ت) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ |
| موند - استعداد های درخشان<br>علامه جعفری - ۹۴<br>(۱۱ بار)     | الف) $\frac{5}{4} \in (\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}')$<br>پ) $\frac{-2}{3} \in (\mathbb{N} \cap \mathbb{R})$ | ۲. درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را بررسی کنید.<br>ب) $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$   |
| (۱۳ بار)<br>الف) شیراز - بزرگی - ۹۳<br>ب) آمل - فرزاتگان - ۹۳ | الف) $(W \cap Z) - \{0\} =$<br>ب) $(Q \cap R) \cup Z =$  | ۳. طرف دوم هر یک از تساوی‌های زیر را بنویسید.   |

بازه‌ها

|   |  |   |
|---|--|---|
| اردبیل - فردوس - ۹۳<br>(۱۷ بار)               | الف) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2\}$<br>پ) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 5\}$ | ۴. هر یک از مجموعه‌های زیر را به صورت بازه بنویسید و روی محور نمایش دهید.<br>ب) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$<br>ت) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3 \text{ یا } x < 1\}$ |
| سنندج - استاد احمدی - ۹۴<br>(۷ بار)           |  | ۵. بازه‌ی $(-1, 3)$ را به صورت مجموعه نمایش داده و آن را روی محور حقیقی رسم کنید.   |
| (۲۵ بار)                                      |  | ۶. جدول زیر را کامل کنید.   |
| اهواز - ایمان - ۹۳                            | نوع بازه   | نمایش هندسی   |
| اهواز - ایمان - ۹۳                            | نیم باز  | $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 7\}$  |
| شهرکرد - معراج - ۸۸                           |  | $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$   |
| صفحه‌ی ۵ - کار در کلاس - مکمل و مشابه تمرین ۱ | الف) $(-1, 5) \subset (-2, 4]$<br>پ) $\{-3, 4\} \subset (-4, 5)$                                   | ۷. درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.<br>ب) $a \in (a, 2a]$<br>ت) $3 \in \mathbb{R} - (-1, 5)$  |
| آبادان - خاتم الانبیاء - ۹۴<br>(۳۰ بار)       |  | ۸. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$ و $B = [-4, 1)$ ، آنگاه مجموعه‌های $A \cap B$ و $A \cup B$ را به صورت بازه نمایش دهید و روی محور رسم کنید.                              |
| شهر بابک - علامه حلی - ۹۴<br>(۳۰ بار)         |  | ۹. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < 3\}$ و $C = (-2, +\infty)$ ، آنگاه مجموعه‌ی $(A \cap B) \cup C$ را به صورت بازه نمایش دهید.          |

## مرجع

|   |  |
|---|--|
| (۲۷ بار)<br>الف) تبریز - فردا - ۹۴<br>ب) نجف آباد - شهدای مکه - ۹۴<br>پ و ت) صفحه‌ی ۲ - تمرین ۴ | ۱۰. حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را با رسم آنها روی محور به دست آورید.<br>الف) $[-۲, ۳] \cap [-۳, ۲]$ ب) $(-۴, ۷) \cup (۱, ۵)$<br>پ) $(-\infty, ۳) \cap [۳, +\infty)$ ت) $(-۲, ۵) \cup (-۱, ۱۱]$ |
| قوچان - فرزانتگان - ۹۳<br>(۱۷ بار)  | ۱۱. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid ۲ \leq x\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq ۵\}$ ، آنگاه مجموعه‌ی $A - B$ را به صورت بازه نمایش دهید.   |
| املش - نمونه دولتی نرجسیه - ۹۲<br>(۶ بار)   | ۱۲. بازه‌های $A = (-۵, ۴)$ ، $B = [-۳, ۷)$ و $C = (۱, ۱۲)$ را در نظر بگیرید. مجموعه‌ی $B - (C - A)$ را به صورت بازه نمایش دهید.  |

## مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

|  |   |
|--|---|
| (۳۰ بار)<br>الف) تبریز - امین - ۹۳<br>ب) تبریز - توحید - ۹۲<br>پ) تبریز - میناق - ۹۲<br>ت) تهران - آیین روشن - ۹۳<br>ث) تهران - آیین روشن - ۹۲ | ۱۳. متناهی یا نامتناهی بودن هر یک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.<br>الف) مجموعه‌ی اعداد طبیعی ۱۰۰ رقمی<br>ب) مجموعه‌ی اعداد اول زوج<br>پ) مجموعه‌ی اعداد گویا بین $\frac{1}{۳}$ و $\frac{1}{۴}$<br>ت) مجموعه‌ی مورچه‌های روی کره‌ی زمین<br>ث) مجموعه‌ی اعداد طبیعی بین ۳ و ۴   |
| (۱۵ بار)<br>الف) بوشهر - حدیث - ۹۱<br>ب) تهران - سادات موسی - ۹۳<br>پ) بیرجند - سیدالشهدا - ۹۲<br>ت و ث) مریوان - وحدت - ۹۳                    | ۱۴. متناهی یا نامتناهی بودن هر یک از مجموعه‌های زیر را با مشخص کردن اعضا، معین کنید.<br>الف) $W - \mathbb{N}$ ب) $\mathbb{N} - \mathbb{Z}$<br>پ) $\{\{1, 2, 3, \dots\}\}$ ت) $\{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \leq 3\}$<br>ث) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 3\}$  |
| (۳۵ بار)<br>الف) تهران - شهید باهنر - ۹۳<br>ب) شهرکرد - دخترانه قلم‌چی - ۹۳<br>پ) اهواز - شاهد رضوان - ۹۲<br>ت) شاهرود - فرزانتگان - ۹۲        | ۱۵. مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضا نمایش دهید و متناهی یا نامتناهی بودن آنها را مشخص کنید.<br>الف) $\{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 1\}$<br>ب) $\left\{ \frac{1}{x} \mid x \in \mathbb{N}, x < 5 \right\}$<br>پ) $\left\{ \frac{1}{2x} \mid x \in \mathbb{Z} - \{0\} \right\}$<br>ت) $\left\{ \frac{(-1)^n}{5} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ |
| صفحه‌ی ۲ - کار در کلاس - مکمل و مرتبط با تمرین‌های ۳ و ۴   | ۱۶. دو زیرمجموعه‌ی نامتناهی از مجموعه‌ی اعداد طبیعی بنویسید که اشتراک آنها تهی و اجتماع آنها، برابر مجموعه‌ی اعداد طبیعی باشد.  |
| تهران - مهر - ۹۳<br>(۱۲ بار)   | ۱۷. اگر $A$ و $B$ دو زیرمجموعه از $R$ و $A$ مجموعه‌ای متناهی و $B$ مجموعه‌ای نامتناهی باشد، مجموعه‌ی $A \cup B$ متناهی است یا نامتناهی؟   |
| تهران - آسپال - ۹۲<br>(۱۰ بار)   | ۱۸. اگر $A$ و $B$ دو زیرمجموعه از $R$ و $A - B$ مجموعه‌ای نامتناهی و $A$ مجموعه‌ای نامتناهی باشد، مجموعه‌ی $B$ متناهی است یا نامتناهی؟  |

## مرجع

|   |  |
|---|--|
| ۱۹. اگر $A$ و $B$ دوزیر مجموعه از $R$ باشند، آنگاه درستی یا نادرستی هر یک از جملات زیر را بررسی کنید.<br>الف) اگر $A \subset B$ و $A$ مجموعه‌ای نامتناهی باشد، $B$ نیز مجموعه‌ای نامتناهی است.<br>ب) اگر $A \subset B$ و $B$ مجموعه‌ای متناهی باشد، آنگاه $A$ نیز مجموعه‌ای متناهی است. | (۶ بار)<br>الف) برازجان - فرزاتگان - ۹۳<br>ب) صفحه‌ی ۷ - تمرین ۶ |
| ۲۰. دو مجموعه‌ی نامتناهی مثال بنویسید که اشتراک آنها، مجموعه‌ای متناهی باشد.  | صفحه‌ی ۷ - تمرین ۳   |

## ۲. متمم یک مجموعه

## مجموعه‌ی مرجع

|   |  |
|---|--|
| ۲۱. $R$ را به عنوان مجموعه‌ی مرجع در نظر بگیرید و سپس متمم هر یک از مجموعه‌های زیر را به صورت فاصله (بازه) نمایش دهید.<br>الف) $A = (-1, 3]$<br>ب) $B = [1, +\infty)$<br>پ) $C = (-\infty, 2)$                        | صفحه‌ی ۱۲ - مکمل و مشابه تمرین ۱   |
| ۲۲. اگر $U$ مجموعه‌ی مرجع باشد و $A$ زیرمجموعه‌ی $U$ ، آنگاه طرف دوم هر یک از تساوی‌های زیر را بنویسید.<br>الف) $A \cup A' =$<br>ب) $A \cap U =$<br>پ) $U - A' =$<br>ت) $A \cap A' =$                                 | (۱۰ بار)<br>الف و ب) کرمانشاه - جوادالانم - ۹۳<br>پ و ت) زاهدان - فرزاتگان - ۹۱            |
| ۲۳. اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ مجموعه‌ی مرجع و $A = \{3, 4, 5, \dots, n-1\}$ ، آنگاه مجموعه‌ی $A'$ را بیابید. ( $n \in \mathbb{N}$ )   | تنکابن - خاتم الانبیاء - ۹۳<br>(۴ بار)   |
| ۲۴. اگر $\mathbb{Z}$ را به عنوان مجموعه‌ی مرجع در نظر بگیریم، آنگاه هر یک از مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضایش مشخص کنید.<br>الف) $\mathbb{N}'$<br>ب) $(\mathbb{Z} - \mathbb{N})'$                                    | صفحه‌ی ۹ - کار در کلاس - مکمل و مشابه تمرین ۵  |
| ۲۵. اگر $U$ مجموعه‌ی مرجع و $A \subset B \subset U$ ، آنگاه به کمک نمودار ون، نشان دهید $B' \subset A'$ .   | صفحه‌ی ۱۲ - کار در کلاس - مکمل و مشابه تمرین ۳   |
| ۲۶. اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ، $A = \{2, 4\}$ ، $B = \{2, 5, 7\}$ ، آنگاه مجموعه‌ی $(A \cup B)'$ را بیابید.  | بیم - فرزاتگان - ۹۲<br>(۱۲ بار)  |
| ۲۷. اگر $\mathbb{N}$ مجموعه‌ی اعداد طبیعی را به عنوان مجموعه‌ی مرجع در نظر بگیریم و $A' = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 10\}$ و $B' = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 15\}$ ، مجموعه‌های $A \cup B$ و $A \cap B$ را بیابید. | تهران - فدک - ۹۳<br>(۱۰ بار)   |
| ۲۸. اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ، و دو مجموعه‌ی {اعداد اول} $A = \{2, 3, 5, 7\}$ و $B = \{5k - 3 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ زیرمجموعه‌ی $U$ باشند، آنگاه مجموعه‌ی $(A - B)'$ را بیابید.                             | آبادان - فرزاتگان - ۹۲<br>(۵ بار)  |
| ۲۹. اگر مجموعه‌ی مرجع $U$ ، اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۴ و $A = \{8, 10, 12\}$ و $B = \{4, 8, 6\}$ باشد، آنگاه مجموعه‌های زیر را بیابید.<br>الف) $A'$ و $B'$<br>ب) $(B - A) \cup (A - B)$                                 | شیراز - آل محمد - ۹۳<br>(۶ بار)  |
| ۳۰. اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ مجموعه‌ی مرجع، $A = \{2, 4, 5, 6\}$ ، $B = \{2, 3, 4, 7\}$ و $C = \{4, 5, 8, 9\}$ ، آنگاه مجموعه‌ی $A \cap (B - C)'$ را بیابید.   | زنجان - کوثر - ۹۳<br>(۳ بار)   |
| ۳۱. اگر $U$ مجموعه‌ی مرجع باشد، طرف دوم هر یک از تساوی‌های زیر را بنویسید.<br>الف) $(U - A) \cap (A' \cup A) =$<br>ب) $(A \cap U') \cap (\emptyset \cup A)' =$<br>پ) $B \cup (A \cup B)' =$                           | (۷ بار)<br>الف) شیراز - آل محمد - ۹۳<br>ب) بناب - فرزاتگان - ۹۴<br>پ) خوی - علامه حلی - ۹۲ |

مرجع

|  |  |
|--|--|
| صفحه ۱۲ - کار در کلاس - مکمل و مرتبط با تمرین ۳  | ۳۲. اگر $U$ مجموعه‌ی مرجع و نامتناهی باشد و $A$ و $B$ زیرمجموعه‌ی $U$ باشند، در صورتی که $A \subset B$ و $A'$ مجموعه‌ای متناهی باشد، آنگاه نشان دهید $B$ نیز مجموعه‌ای نامتناهی است. |
| مرد - استعدادهای درخشان علامه جعفری - ۹۲ (۶ بار) | ۳۳. اگر $A$ و $B$ دو زیر مجموعه از مجموعه‌ی مرجع $U$ باشند و $A - B' = \emptyset$ ، به کمک نمودار ون نشان دهید $A - B = A$ .   |

## تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه

|  |   |
|--|---|
| (۲۷ بار)<br>الف) اهواز - الزهرا - ۹۳<br>ب) پاوه - ۹۳<br>پ) زنجان - کوثر - ۹۳ | ۳۴. درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.<br>الف) اشتراک دو مجموعه‌ی مجزا، تهی است.<br>ب) مجموعه‌ی اعداد گنگ و گویا، دو مجموعه‌ی مجزا هستند.<br>پ) اگر $A$ و $B$ دو مجموعه‌ی غیر تهی و مجزا باشند، آنگاه $A - B = A$ .   |
| تهران - فرزاتگان ۵ - ۹۳ (۹ بار)  | ۳۵. اگر $A$ و $B$ دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، به کمک نمودار ون نشان دهید:<br>$B' \cap (A \cup B) = A$  |
| صفحه ۱۰ - مکمل و مرتبط با فعالیت   | ۳۶. با استفاده از نمودار ون، نشان دهید هرگاه $A$ و $B$ دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند:<br>الف) $A \subset B'$<br>ب) $B \subset A'$   |
| صفحه ۱۰ - مکمل و مرتبط با فعالیت   | ۳۷. با استفاده از نمودار ون، نشان دهید هرگاه $A$ و $B$ دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، آنگاه $A - B$ و $B - A$ نیز جدا از هم هستند.  |
| صفحه ۱۳ - مکمل و مرتبط با تمرین ۴  | ۳۸. فرض کنید $A$ و $B$ زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی مرجع $U$ باشند، به طوری که $n(U) = 50$ ، $n(A) = 20$ ، $n(B) = 15$ و $n(A \cap B) = 10$ ، مطلوبست:<br>الف) $n(A \cup B)$<br>ب) $n(A - B)$<br>پ) $n(B' - A)$<br>ت) $n(A' \cup B')$<br>ث) $n(A')$<br>ج) $n(A \cap B')$                          |
| تهران - مهر - ۹۳ (۶ بار)   | ۳۹. اگر $A$ و $B$ زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی مرجع $U$ باشند و تعداد اعضای مجموعه‌های $A \cap B$ ، $A - B$ و $B - A$ به ترتیب ۱۰، ۵ و ۷ باشد، آنگاه هر یک از مجموعه‌های $A$ ، $B$ و $A \cup B$ چند عضو دارند؟  |
| قم - بحرالعلوم - ۹۲ (۱۳ بار)   | ۴۰. اگر $A$ و $B$ زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی مرجع $U$ باشند و $n(A \cap B) = 5$ ، $n(A - B) = 3$ و $n(A \cup B) = 13$ باشند، با رسم نمودار ون، تعداد اعضای مجموعه $B$ را بیابید.  |
| قوچان - فرزاتگان - ۹۳ (۲۰ بار)   | ۴۱. در یک کلاس ۳۲ نفری، ۱۵ نفر عضو تیم والیبال و ۱۸ نفر عضو تیم فوتبال هستند. اگر ۱۰ نفر عضو هر دو تیم باشند، چند نفر عضو هیچ تیمی نیستند؟  |
| اصفهان - بهشت آیین - ۹۳ (۱۶ بار)   | ۴۲. در یک کلاس ۳۷ نفری، ۱۲ نفر به موسیقی و ۲۴ نفر به ورزش علاقه دارند و ۶ نفر به هیچ کدام علاقه ندارند. تعداد دانش‌آموزانی را مشخص کنید که:<br>الف) به موسیقی یا ورزش علاقه دارند.<br>ب) فقط به ورزش علاقه دارند.<br>پ) فقط به موسیقی علاقه دارند.<br>ت) هم به موسیقی و هم به ورزش علاقه دارند. |
| تهران - فرزاتگان ۵ - ۹۳ (۱۷ بار)   | ۴۳. از بین ۱۰۰ دانش‌آموز، ۵۰ نفر واکسن هپاتیت و ۳۵ نفر واکسن کزاز تزریق کرده‌اند. اگر ۴۰ نفر هیچ کدام از دو واکسن را تزریق نکرده باشند، چند نفر دقیقاً یکی از دو واکسن را تزریق کرده‌اند؟   |

مرجع

۴۴. در یک مهمانی ۲۵ نفر شرکت کرده‌اند. اگر ۱۴ نفر جای و ۱۷ نفر قهوه خورده باشند و ۶ نفر نه جای خورده باشند و نه قهوه، چند نفر حداکثر یک نوشیدنی خورده‌اند؟

## ۳. الگو و دنباله

الگو

الگوی خطی

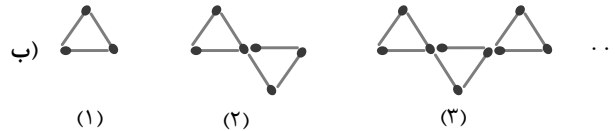
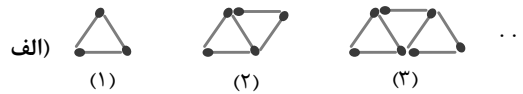
الگوهای غیر خطی

(۴ بار)

الف) اردبیل - غفاف - ۹۳

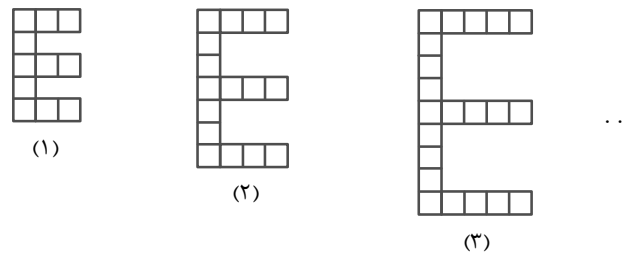
ب) تهران - بهاران - ۸۸

۴۵. به کمک تعدادی چوب کبریت، شکل‌های زیر به وجود آمده‌اند. تعداد چوب کبریت‌ها را در شکل  $n$  ام به دست آورید.



صفحه‌ی ۱۷ - مشابه و مکمل کار در کلاس

۴۶. برای ساختن حرف E، الگوی زیر استفاده شده است.



الف) در شکل دهم، چند مربع وجود دارد؟

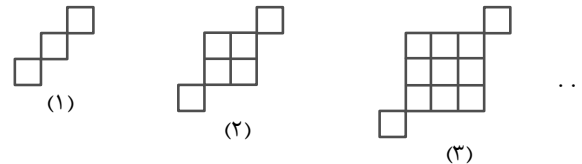
ب) در شکل  $n$  چند مربع وجود دارد؟

پ) آیا این الگو خطی است؟

ت) آیا شکلی در این الگو وجود دارد که تعداد مربع‌های آن ۲۵۶ تا باشد؟

تهران - آزمون - ۸۹  
(۴ بار)

۴۷. در شکل زیر، تعداد مربع‌های کوچک از الگوی منظمی پیروی می‌کنند. تعداد مربع‌های کوچک در الگوی  $n$  ام را بیابید.



صفحه‌ی ۱۲ - مکمل و مرتبط با فعالیت

۴۸. با توجه به شکل زیر، در شکل چندم، ۸۱ نقطه وجود دارد؟

