

مدارهای الکتریکی جریان مستقیم

در این فصل روش‌های تحلیل مدار جریان مستقیم مورد بررسی قرار می‌گیرد. در مدارات جریان مستقیم جهت جریان ثابت می‌باشد و تغییر نمی‌کند. در این فصل از روش‌های جریان حلقه- پتانسیل گره- اصل جمع آثار و نیز معادل‌سازی تونن و نورتن برای تحلیل مدارات استفاده می‌شود.

عناصر مدار

عناصر مدار را می‌توان به دو گروه عناصر فعال و عناصر غیرفعال تقسیم کرد.

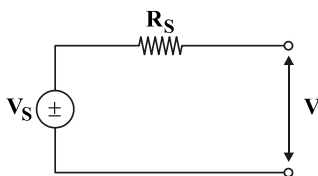
عناصر فعال (اکتیو): به عناصری گفته می‌شود که انرژی مدار را تأمین می‌کنند و این عناصر شامل منابع ولتاژ و منابع جریان می‌باشند.

عناصر غیر فعال (پسیو): عناصری هستند که انرژی الکتریکی را مصرف می‌کنند یا آن را در خود ذخیره می‌کنند که این عناصر شامل مقاومت اهمی، سلف‌ها و خازن‌ها می‌باشد.

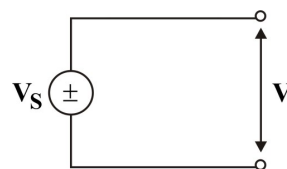
منابع ولتاژ و منابع جریان

هر یک از این دو، به دو، گروه ایده‌آل و حقیقی تقسیم می‌شوند:

منبع ولتاژ ایده‌آل منبعی می‌باشد که در بارهای مختلف ولتاژ ثابتی را به مدار می‌دهد، اما منبع ولتاژ حقیقی منبعی است که با افزایش جریان بار، ولتاژ خروجی آن کاهش می‌یابد. منبع ولتاژ حقیقی در واقع منبع ولتاژ ایده‌آلی می‌باشد که یک مقاومت اهمی کوچک با آن سری شده است.

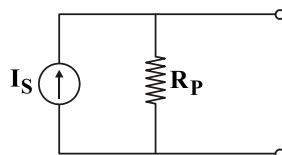


(ب) منبع ولتاژ واقعی

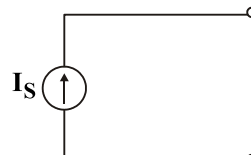


(الف) منبع ولتاژ ایده‌آل

منابع جریان ایده‌آل منبعی هستند که در بارهای مختلف جریان ثابتی را به مدار می‌دهند، به عبارت دیگر اگر مقاومت بار تغییر کند، ولتاژ آن‌ها تغییر می‌کند ولی جریان آن ثابت می‌ماند، اما منابع جریان واقعی، منابع جریان ایده‌آلی هستند که با یک مقاومت بزرگ اهمی به صورت موازی قرار گرفته‌اند.

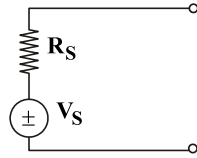


(ب) منبع جریان واقعی



(الف) منبع جریان ایده‌آل

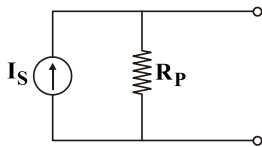
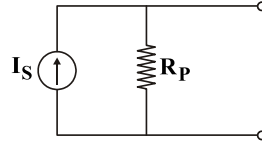
تبدیل منابع ولتاژ به جریان و بالعکس؛ با توجه به روابط زیر در صورت نیاز برای سادگی می توان منابع را تبدیل کرد.



$$\Rightarrow$$

$$R_S = R_P$$

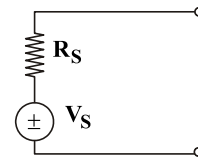
$$I_S = \frac{V_S}{R_S}$$



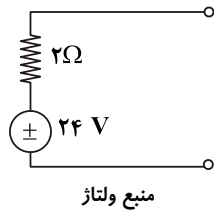
$$\Rightarrow$$

$$R_P = R_S$$

$$V_S = R_P I_S$$

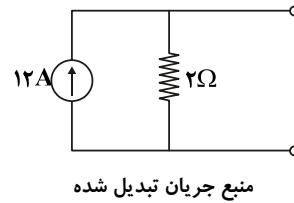


مثال: منبع ولتاژ شکل را به منبع جریان تبدیل کنید.



$$R_S = R_P = 2\Omega$$

$$I_S = \frac{24}{2} = 12A$$



تحلیل مدار

تحلیل مدار به روش جریان حلقه

برای تحلیل مدار به روش جریان حلقه، از قانون ولتاژ کیرشهف (KVL) استفاده می شود. بدین منظور مراحل زیر را بررسی می کنیم.

(الف) ابتدا مدار را تا حد امکان ساده می کنیم.

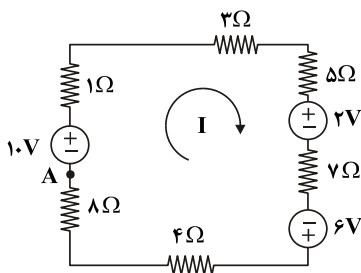
(ب) برای هر حلقه، یک جریان (مثلاً در جهت عقربه های ساعت) منظور می کنیم.

(ج) هنگام حرکت در یک حلقه اگر به عنصری رسیدیم که با حلقه دیگر مشترک است جریان آن عنصر جمع جبری جریان ها در آن عنصر می باشد.

(هـ) اگر جریان به قطب مثبت منبع وارد شود ولتاژ آن را مثبت و اگر به قطب منفی وارد شود ولتاژ آن را منفی در نظر می گیریم، ولتاژ همه مصرف کننده ها مثبت فرض می شود.

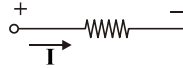
(و) تعداد معادلات برابر تعداد حلقه ها می باشد و پس از حل آن جریان های هر حلقه محاسبه می شود.

مثال: در مدار شکل مقابل جریان مدار (I) چند آمپر است؟



راه حل: در این مدار تنها یک حلقه داریم و جریان I در آن برقرار است.

هر گاه جریان از یک مقاومت عبور کند محل ورود جریان دارای پلاریته (+) و محل خروج آن دارای پلاریته (-) خواهد بود.



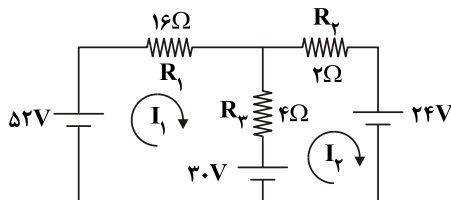
بنابراین مطابق قاعده گفته شده در دو سر هر مقاومت نیز با توجه به جهت جریان علائم (+) و (-) منظور شده است حال از یک نقطه از مدار (مثلاً A) شروع کرده و معادله این حلقه را می‌نویسیم.

$$-10 + 1I + 3I + 5I + 2 + 7I - 6 + 4I + 8I = 0$$

جریان به قطب
جریان به قطب
(-) وارد شده
(+) وارد شده

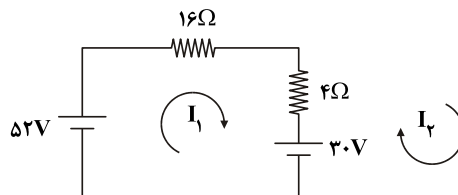
$$-14 + 28I = 0 \quad \rightarrow \quad I = \frac{14}{28} = 0.5 \text{ A}$$

مثال: در مدار شکل مقابل با استفاده از روش جریان حلقه توان هر منبع را به دست آورید. (امتحان نهایی ۸۱/۶/۳)



راه حل:

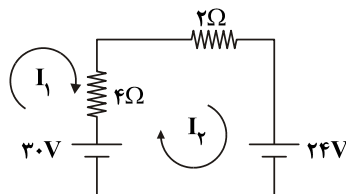
الف) ابتدا معادله ولتاژ را برای حلقه اول می‌نویسیم. با توجه به مدار حلقه اول داریم:



چون جریان‌ها خلاف جهت یکدیگر می‌باشد. $-52 + 16I_1 + 4(I_1 - I_2) + 30 = 0$

$$2 \cdot I_1 - 4I_2 = 22$$

ب) در حلقه دوم نیز معادله ولتاژ را می‌نویسیم.



چون جریان‌ها بر خلاف جهت یکدیگر می‌باشد. $-30 + 4(I_2 - I_1) + 2I_2 + 24 = 0$

$$6I_2 - 4I_1 = 6$$

ج) حال لازم است تا این دو معادله را حل کرده و جریان‌های I_1, I_2 را به دست آوریم.

$$\times 5 \begin{cases} 2 \cdot I_1 - 4I_2 = 22 \\ -4I_1 + 6I_2 = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2 \cdot I_1 - 4I_2 = 22 \\ -2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 = 30 \end{cases}$$

$$26I_2 = 52 \rightarrow I_2 = \frac{52}{26} = 2A$$

برای پیدا کردن I_1 باید I_2 را در یکی از معادلات قرار دهیم.

$$2 \cdot I_1 - 4(2) = 22$$

$$2 \cdot I_1 = 22 + 8 = 30 \rightarrow I_1 = \frac{30}{2} = 15A$$

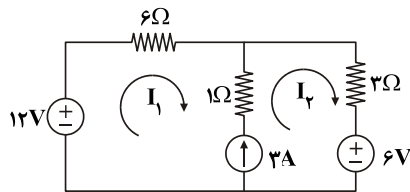
و) توان هر منبع از ضرب ولتاژ منبع در جریان عبوری از منبع بدست می‌آید.

$$P_{52V} = -52 \times I_1 = -52 \times 15 = -780W$$

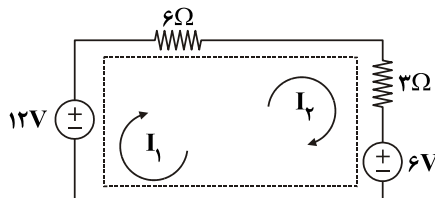
$$P_{24V} = 24 \times I_2 = 24 \times 2 = 48W$$

$$P_{30V} = 30 \times (I_1 - I_2) = 30 \times 10 = 300W$$

بررسی یک حالت خاص در روش حلقه



مثال: در مدار شکل مقابل مشاهده می‌شود که یک منبع جریان غیرقابل تبدیل در حلقه قرار گرفته است بدین ترتیب چون ولتاژ دو سر منبع جریان مشخص نمی‌باشد نمی‌توان معادله ولتاژ را برای دو حلقه ۱ و ۲ نوشت.



در چنین مواردی به روش زیر عمل می‌شود.

الف) ابتدا معادله ولتاژ را برای یک حلقه بزرگ شکل می‌نویسیم؛ در این حلقه از منبع جریان فعلاً صرف نظر می‌شود و مقاومت 1Ω که با منبع جریان سری شده است قطع شده و در محاسبات نقش ندارد.

$$\text{KVL برای حلقه بزرگ: } -12 + 6I_1 + 3I_2 + 6 = 0 \rightarrow 6I_1 + 3I_2 = 6$$

ب) در این صورت تعداد معادلات از تعداد مجهول‌ها کم‌تر می‌باشد به همین خاطر باید یک معادله کمکی بنویسیم.

به این دلیل که منبع جریان با I_2 هم‌جهت و با I_1 خلاف جهت می‌باشد. $I_2 - I_1 = 3$

$$\times 6 \begin{cases} 6I_1 + 3I_2 = 6 \\ -I_1 + I_2 = 3 \end{cases}$$

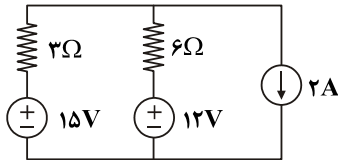
$$\begin{cases} 6I_1 + 3I_2 = 6 \\ -6I_1 + 6I_2 = 18 \end{cases} \rightarrow 9I_2 = 24 \rightarrow I_2 = \frac{24}{9} = 2/67A$$

$$-I_1 + 2/67 = 3 \rightarrow -I_1 = 3 - 2/67 = 0/67$$

$$I_1 = -0/67A$$

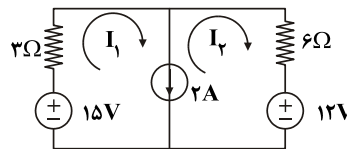
علامت (-) در جریان I_1 نشان می‌دهد که جهت جریان انتخاب برای حلقه I_1 برخلاف جهت واقعی می‌باشد.

مثال: در مدار شکل زیر توان مقاومت 3Ω را حساب کنید:



راه حل: ابتدا با توجه به شکل مدار می‌توان منبع جریان را طوری جابه‌جا کرد که در میان دو حلقه قرار بگیرد بدین ترتیب مدار

به صورت زیر درمی‌آید:



$$\text{KVL در حلقه بزرگ: } -15 + 3I_1 + 6I_2 + 12 = 0 \rightarrow 3I_1 + 6I_2 = 3$$

$$\text{معادله کمکی: } I_1 - I_2 = 2A$$

$$\begin{cases} I_1 - I_2 = 2 \\ 3I_1 + 6I_2 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} -3I_1 + 3I_2 = -6 \\ 3I_1 + 6I_2 = 3 \end{cases}$$

$$\underline{9I_2 = -3} \rightarrow I_2 = \frac{-3}{9} = -0.33A$$

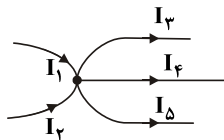
$$I_1 - (-0.33) = 2 \rightarrow I_1 = 2 - 0.33 = 1.67A$$

$$P_{3\Omega} = 3 \times (I_1)^2 = 3 \times (1.67)^2 = 8.33W$$

تحلیل مدار به روش پتانسیل گره

در این روش با استفاده از قانون جریان‌های کیرشهف می‌توانیم پتانسیل هر گره را به دست آوریم. در این جا منظور از گره نقطه‌ای است که چند جریان به آن وارد یا از آن خارج می‌شود.

قانون جریان کیرشهف (KCL): جمع جبری جریان‌های ورودی و خروجی به یک گره برابر صفر می‌باشد، یعنی برآیند جریان‌های ورودی به گره با جریان‌های خروجی برابر صفر است، جریان ورودی را طبق قرارداد با علامت منفی و جریان‌های خروجی را با علامت مثبت در نظر می‌گیریم.



$$\sum I = 0$$

$$\underbrace{-I_1 - I_2}_{\text{جریان ورودی به گره}} + \underbrace{I_3 + I_4 + I_5}_{\text{جریان خروجی از گره}} = 0$$

برای تحلیل مدار به روش پتانسیل گره مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

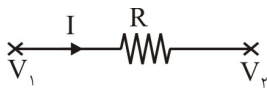
الف) مدار را تا حد امکان ساده می‌کنیم.

ب) یکی از گره‌ها که پر انشعاب‌ترین گره می‌باشد به عنوان گره مبنا انتخاب می‌شود و پتانسیل سایر گره‌ها نسبت به این گره سنجیده می‌شود پس پتانسیل این گره برابر صفر است.

ج) به بقیه گره‌ها یک پتانسیل نسبت می‌دهیم مثلاً V_1, V_2, V_3, \dots و این گره‌ها گره‌های اصلی مدار می‌باشد و هدف یافتن پتانسیل این گره‌های اصلی است.

د) برای هر گره، معادله جریان‌های کیرشهف (KCL) را می‌نویسیم که تعداد این معادلات به اندازه گره‌های اصلی مدار می‌باشد.

$$I = \frac{\text{ولتاژ انتها - ولتاژ ابتدا}}{\text{مقاومت بین}}$$



$$I = \frac{V_1 - V_2}{R}$$

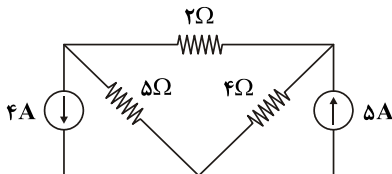
قرارداد
جریان ورودی به گره (-)

جریان خروجی از گره (+)

و) با حل دستگاه می‌توان پتانسیل هر گره را به دست آورد.

ه) با معلوم بودن پتانسیل هر گره، جریان هر شاخه به راحتی محاسبه می‌شود.

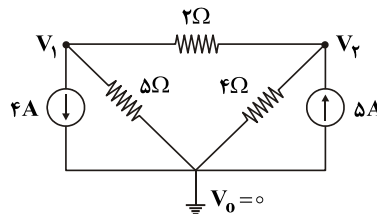
برای سادگی محاسبات می‌توانیم منابع ولتاژ واقعی را به منابع جریان تبدیل نماییم، بدین ترتیب مدار تنها شامل منابع جریان خواهد بود که تحلیل آن ساده‌تر می‌باشد.



مثال: با استفاده از روش پتانسیل گره جریان مقاومت ۵ اهمی را حساب کنید.

(۸۲/۳/۷)

راه حل این مدار دارای دو گره اصلی V_1 و V_2 و یک گره مرجع با پتانسیل صفر می‌باشد.



در مرحله بعد برای هر گره KCL می‌نویسیم.

$$\text{KCL گره (۱)}: \frac{V_1}{5} + \frac{V_1 - V_2}{2} + 4 = 0$$

$$(2) \text{ KCL: } \frac{V_2}{4} + \frac{V_2 - V_1}{2} - 5 = 0$$

$$\begin{cases} \frac{2V_1 + 5V_2 - 5V_2}{10} = -4 \\ \frac{V_2 + 2V_2 - 2V_1}{4} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7V_1 - 5V_2 = -40 \\ -2V_1 + 3V_2 = 20 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 21V_1 - 15V_2 = -120 \\ -10V_1 + 15V_2 = 100 \end{cases}$$

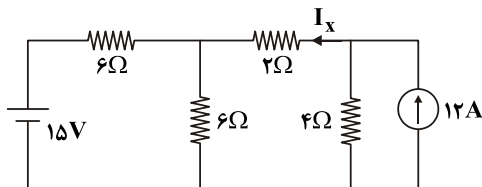
$$11V_1 = -20 \rightarrow V_1 = \frac{-20}{11} \cong -1/8V$$

$$I_{\Omega} = \frac{V_1}{5} \cong \frac{-1/8}{5} = -0/36A$$

علامت منفی در جریان به معنای این است که جهت جریان باید عوض شود.

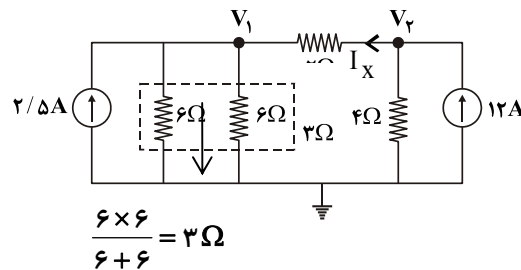
(امتحان نهایی ۸۴/۳/۳)

مثال: در مدار زیر با استفاده از روش پتانسیل گره جریان I_x را حساب کنید.



در این گونه مدارات با تبدیل منبع ولتاژ به منبع جریان مدار ساده تر می شود.

$$\begin{cases} \frac{V_1}{3} + \frac{V_1 - V_2}{2} - 2/5 = 0 \\ \frac{V_2}{4} + \frac{V_2 - V_1}{2} - 12 = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} \frac{2V_1 + 3V_1 - 3V_2}{6} = 2/5 \\ \frac{V_2 + 2V_2 - 2V_1}{4} = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5V_1 - 3V_2 = 15 \\ -2V_1 + 3V_2 = 48 \end{cases} \Rightarrow 3V_1 = 63 \rightarrow V_1 = \frac{63}{3} = 21V$$

برای محاسبه V_2 باید مقدار $V_1 = 21$ را در یکی از معادلات قرار دهیم.

$$5(21) - 3V_2 = 15 \rightarrow 3V_2 = 105 - 15 = 90$$

$$V_2 = \frac{90}{3} = 30V$$

چون جهت جریان مشخص است، ولتاژ ابتدا از ولتاژ انتها کم می شود.

$$I_x = \frac{V_2 - V_1}{2} = \frac{30 - 21}{2} = \frac{9}{2} = 4/5A$$

بررسی یک حالت خاص در روش پتانسیل گره

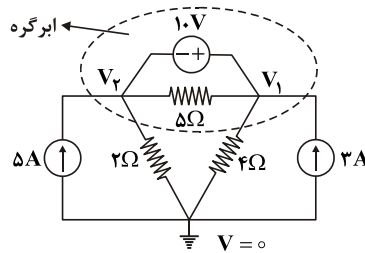
در بعضی از مدارات ممکن است یک منبع ولتاژ ایده‌آل بین دو گره قرار گرفته باشد، در این حالت نمی‌توان جریان منبع ولتاژ را به‌دست آورد و ضمناً امکان تبدیل منبع ولتاژ به منبع جریان وجود ندارد.

مثال: در مدار شکل زیر توان مصرفی مقاومت 2Ω را به‌دست آورید.

راه‌حل: برای تحلیل مدار، دو گره واقع در دو طرف منبع ولتاژ ایده‌آل را یک گره بزرگ‌تر (سوپرگره) فرض کرده و معادله جریان را برای گره بزرگ می‌نویسیم، در این حالت عناصری که بین دو گره واقع شده است در معادله ظاهر نمی‌شوند.

$$\text{KCL: } -5 + \frac{V_2}{2} + \frac{V_1}{4} - 3 = 0$$

$$\frac{2V_2 + V_1}{4} = 8 \rightarrow 2V_2 + V_1 = 32$$



چون دو مجهول در معادله بالا وجود دارد بنابراین برای حل مدار باید یک معادله کمکی نیز بنویسیم، چون V_1 به طرف قطب

$$\text{مثبت و } V_2 \text{ به طرف قطب منفی می‌باشد. معادله کمکی } V_1 - V_2 = 10$$

حال دو معادله را در دستگاه حل می‌کنیم

$$\begin{cases} V_1 + 2V_2 = 32 \\ -V_1 + V_2 = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 + 2V_2 = 32 \\ -V_1 + V_2 = -10 \end{cases}$$

$$\frac{3V_2 = 22}{3V_2 = 22} \rightarrow V_2 = \frac{22}{3} \cong 7.33$$

$$P_{2\Omega} = \frac{V_2^2}{2} = \frac{(7.33)^2}{2} = 26.64 \text{ W} \quad \text{خواسته مسأله:}$$

در بالا چون ولتاژ مقاومت 2Ω با ولتاژ V_2 برابر است نیازی به V_1 نمی‌باشد.

تحلیل مدار به روش اصل جمع آثار

در مدارهای الکتریکی که توسط چند منبع (منبع جریان یا ولتاژ) تغذیه می‌شوند جریان یا ولتاژ هر شاخه را می‌توان به‌صورت مجموع آثار تک‌تک منابع در آن شاخه دانست.

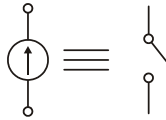
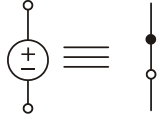
برای تحلیل مدار به این روش مراحل زیر انجام می‌شود.

الف) ابتدا مدار را تا حد امکان ساده می‌کنیم.

ب) به تعداد منابع مراحل بررسی داریم، یعنی اگر مدار سه منبع داشته باشد باید مدار در سه مرحله مورد بررسی واقع شود.

ج) در هر مرحله از بررسی، تنها یک منبع را در مدار باقی می‌گذاریم و سایر منابع را بی‌اثر (حذف) می‌کنیم.

برای بی‌اثر کردن منابع:



منبع جریان: دو سر آن باز می‌شود.

د) سپس در عنصر مورد نظر جمع این جریان‌ها را با توجه به جهت آن‌ها محاسبه می‌کنیم.

نکته: جهت جریان در منبع ولتاژ از سر منفی به سر مثبت است و

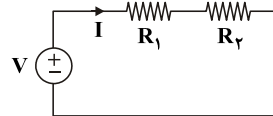
برای منبع جریان در جهت فلش می‌باشد.

نکته مهم: جمع آثار فقط در مورد جریان و ولتاژ صدق می‌کند اما

در مورد توان چون با ولتاژ و جریان رابطه مجذور دارد در آن صدق نمی‌کند.

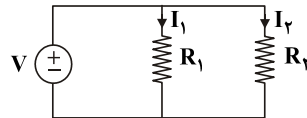
در حالت جمع آثار ممکن است به یکی از حالات زیر برخورد کنیم:

۱) قانون اهم سری: در این حالت جریان‌ها برابر می‌باشد.



$$I = \frac{V}{R_1 + R_2}$$

۲) قانون اهم موازی: در این جا فقط با مقاومتی که جریان آن را می‌خواهیم کار داریم.



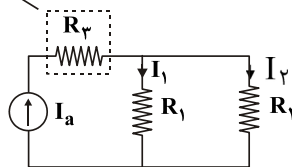
$$I_1 = \frac{V}{R_1} \text{ یا } I_2 = \frac{V}{R_2}$$

۳) قانون تقسیم جریان: اگر جریانی وارد دو شاخه موازی شود، جریان به صورت زیر بین آن‌ها تقسیم می‌شود.

مقاومت روبرو به شاخه مورد نظر
جمع مقاومت‌ها

× جریان کل = جریان شاخه مورد نظر

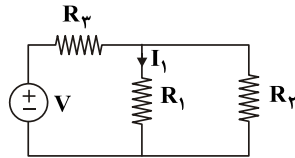
بی‌تأثیر



$$I_2 = I_a \times \frac{R_1}{R_1 + R_2} \text{ یا } I_1 = I_a \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

نکته: اگر مقاومتی با منبع جریان سری باشد در روابط تأثیر ندارد.

۱۴ قانون اهم سری و موازی (مفتل): در این جا برای محاسبه جریان یکی از شاخه‌ها ابتدا باید جریان کل را حساب کنیم و سپس بین مقاومت‌های R_1 و R_2 تقسیم جریان بزنیم.

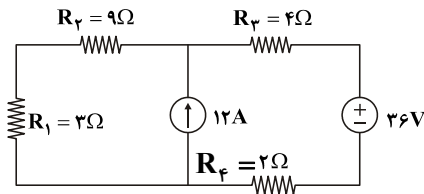


$$R_T = R_1 \parallel R_2 + R_p$$

$$I = \frac{V}{R_T}$$

$$I_1 = I \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

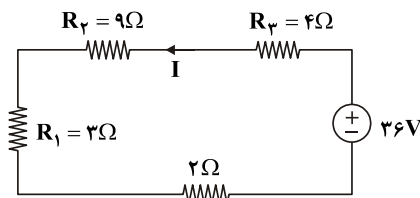
مثال: در مدار شکل مقابل افت ولتاژ دو سر مقاومت R_2 را به روش جمع آثار محاسبه کنید. (امتحان نهایی ۸۱ / ۳ / ۸)



راه حل: ابتدا باید جریان مقاومت R_2 را حساب کرد و توسط قانون اهم خواسته مسأله که ولتاژ می‌باشد را محاسبه کرد.

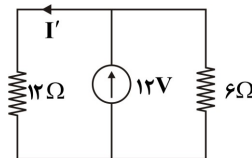
الف) ابتدا منبع جریان را بی‌اثر می‌کنیم و اثر منبع ولتاژ را روی مقاومت R_2 بررسی می‌کنیم.

$$I = \frac{36}{4 + 9 + 3 + 2} = \frac{36}{18} = 2A$$



ب) در این مرحله منبع ولتاژ را اتصال کوتاه می‌کنیم و اثر منبع جریان را روی مقاومت R_2 بررسی می‌کنیم.

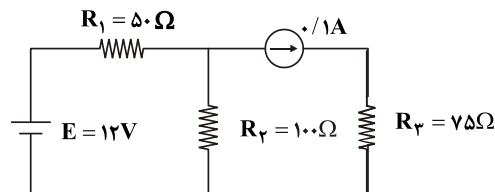
$$I' = 12 \times \frac{6}{6 + 12} = \frac{72}{18} = 4A$$



ج) در این مرحله چون جریان‌ها هم‌جهت می‌باشند جمع می‌شوند.

$$I_{R_2} = 4 + 2 = 6A$$

$$V_{R_2} = 9 \times 6 = 54V$$

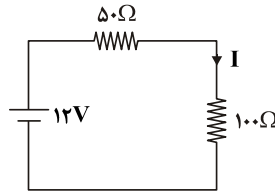


د) ولتاژ مقاومت R_2 به صورت زیر می‌باشد.

مثال: به کمک روش جمع آثار جریان مقاومت R_p را محاسبه کنید.

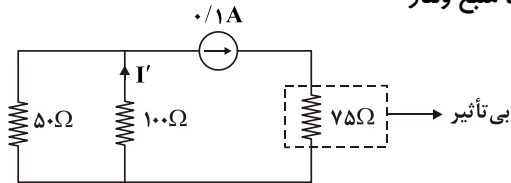
الف) حذف منبع جریان

$$I = \frac{12}{150} = 0.08 \text{ A}$$



ب) اتصال کوتاه منبع ولتاژ

$$I' = 0.1 \times \frac{50}{50 + 100} = \frac{5}{150} = 0.03 \text{ A}$$



ج) دو جریان مخالف هستند و از هم کم می‌شوند.

$$I_{R_p} = 0.08 - 0.03 = 0.05 \text{ A}$$

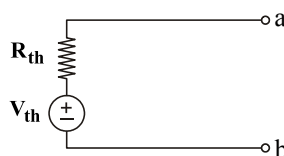
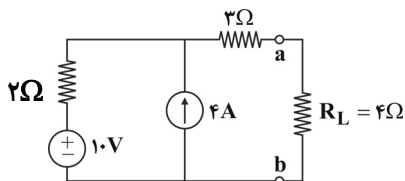
تبدیلات تونن و نورتن مدارهای الکتریکی

در تجزیه و تحلیل الکتریکی به مواردی برخورد می‌کنیم که مدار از عناصر زیادی درست شده است و تعداد زیادی گره و حلقه در این مدار وجود دارد اما هدف ما فقط بررسی یک عنصر در مدار است و می‌خواهیم بدانیم با تغییرات این عنصر مثلاً جریان یا توان آن چه تغییراتی خواهد داشت در این مورد، تحلیل تکراری مدار بسیار مشکل خواهد بود. به‌طور کلی کلیه شبکه‌های پیچیده را می‌توان یک منبع ولتاژ دانست که یک مقاومت با آن سری شده است، بدین ترتیب مداری که به‌وجود می‌آید مدار معادل تونن است. اگر مدار به‌صورت یک منبع جریان واقعی معادل‌سازی شود آن را مدار معادل نورتن می‌گویند.

معادل تونن مدارهای الکتریکی

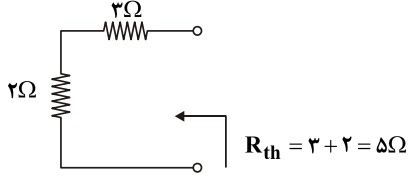
برای محاسبه معادل تونن مراحل زیر را طی می‌کنیم.

- ۱) ابتدا عنصری را که به دو سر پایانه b,a متصل شده است و نقش بار را دارد از مدار جدا می‌کنیم.
- ۲) از محل باز شده اختلاف پتانسیل دو پایانه b,a را به یکی از روش‌هایی که آموختیم به‌دست می‌آوریم این ولتاژ، ولتاژ مدار باز V_{oc} یا V_{th} نام دارد.
- ۳) کلیه منابع مدار را بی‌اثر می‌کنیم (منابع ولتاژ اتصال کوتاه - منابع جریان باز) و مقاومت معادل را از پایانه b,a به‌دست می‌آوریم، این مقاومت، مقاومت تونن R_{th} نامیده می‌شود. بدین ترتیب هر شبکه پیچیده به‌صورت مدار تونن زیر تبدیل می‌شود.

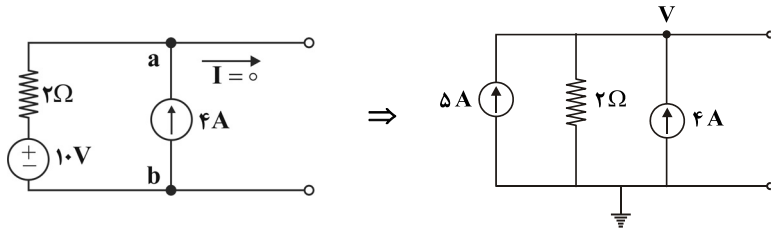


مثال: معادل تونن مدار شکل زیر را به دست آورید.

راه حل: الف) ابتدا برای محاسبه مقاومت تونن کلیه منابع را بی اثر می کنیم (منابع ولتاژ اتصال کوتاه - منابع جریان باز) ضمناً مقاومت بار R_L را نیز از مدار خارج می کنیم.



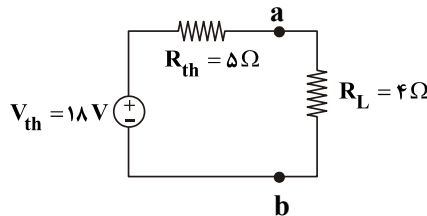
ب) برای محاسبه ولتاژ تونن بایستی ولتاژ پایانه a, b را به دست آوریم، در این حالت چون دو پایانه a, b قطع می باشد، از مقاومت 3Ω جریانی عبور نمی کند و اختلاف ولتاژ تونن ولتاژ بین نقاط a و b می باشد. اختلاف ولتاژ بین نقطه a, b را می توان از روش حلقه یا پتانسیل گره به دست آورد برای راحتی کار می توان منبع ولتاژ را به منبع جریان تبدیل کرد.



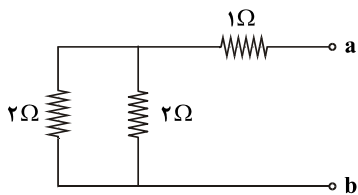
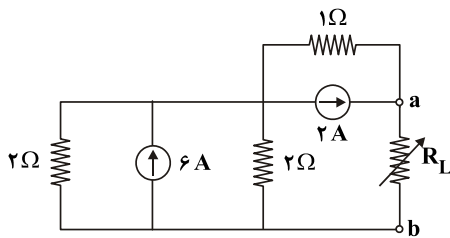
$$\text{KCL: } -5 + \frac{V}{2} - 4 = 0$$

$$\frac{V}{2} = 9 \rightarrow V = 18V$$

بنابراین ولتاژ تونن مدار برابر ۱۸ و مقاومت تونن برابر 5Ω می باشد. با به دست آوردن مدار معادل تونن می توان تغییرات مختلفی را روی بار انجام داد و مدار را تحلیل کرد بدون آن که محاسبات تکراری را انجام داده باشیم.



مثال: معادل تونن مدار شکل زیر را حساب کنید.

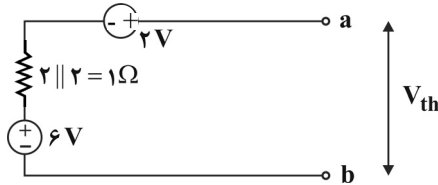


راه حل: الف) ابتدا بار را از مدار جدا می کنیم.

ب) برای محاسبه مقاومت تونن منابع جریان را باز می کنیم.

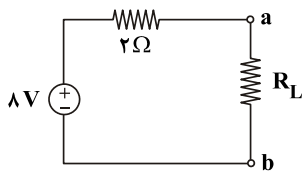
$$R_{th} = 2 \parallel 2 + 1 = 1 + 1 = 2\Omega$$

ج) برای محاسبه ولتاژ تونن است ولتاژ پایانه a و b را به دست آوریم. برای راحتی می توان دو منبع جریان را به منبع ولتاژ تبدیل کرد چون پایانه b,a باز شده است بنابراین از مقاومت یک اهمی مدار جریانی عبور نمی کند.



چون سرهای ناهم نام به هم متصل می باشند جمع می شوند.

$$V_{th} = 6 + 2 = 8V$$

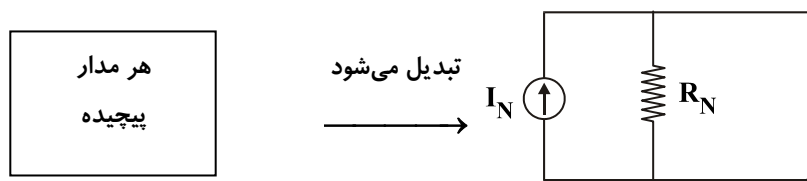


و) بنابراین مدار تونن به صورت مقابل در می آید.

معادل نورتن مدارهای الکتریکی

طبق تئوری دانشمندی فرانسوی به نام نورتن هر شبکه پیچیده را می توان به یک منبع جریان ایده آل تبدیل کرد که مقاومتی با آن موازی شده است.

جریان به دست آمده را جریان نورتن I_N و مقاومت موازی با منبع جریان را مقاومت نورتن مدار R_N می نامیم.



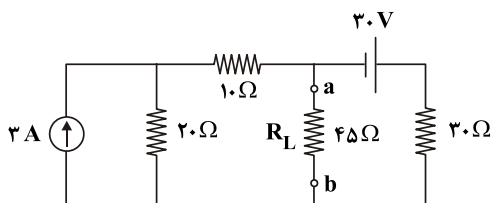
برای به دست آوردن معادل نورتن مدار، مراحل زیر را انجام می دهیم.

الف) مشابه روش یافتن مقاومت تونن، کلیه منابع را بی اثر کرده و از پایانه a و b مقاومت معادل را به دست می آوریم. پس

$$R_{th} = R_N \text{ می توان گفت مقاومت نورتن و تونن یکی می باشد.}$$

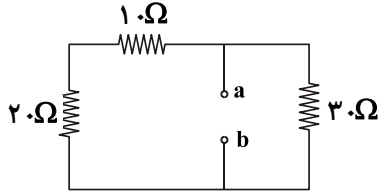
ب) برای محاسبه جریان معادل نورتن مدار (I_N) پس از باز کردن بار دو پایانه a و b را اتصال کوتاه می کنیم (آمپر متر قرار می دهیم) و جریان عبوری از این مدار اتصال کوتاه شده را محاسبه می کنیم، بنابراین به جریان نورتن اتصال کوتاه نیز

$$\text{گفته می شود. } (I_N = I_{S,C})$$



مثال: در مدار مقابل مدار معادل نورتن را به دست آورید:

الف) ابتدا R_L را از مدار خارج می‌کنیم منابع را بی‌اثر می‌کنیم تا مقاومت نورتن محاسبه شود.

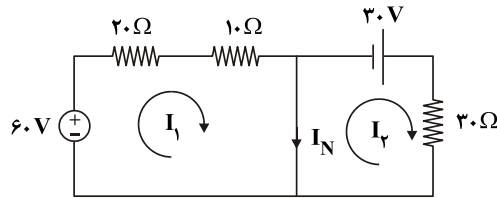


$$R_N = (20 + 10) \parallel 30 = 15 \Omega$$

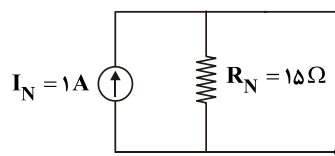
ب) برای محاسبه جریان نورتن باید دو پایانه a و b را اتصال کوتاه کنیم و جریان آن شاخه را محاسبه کنیم. برای سادگی می‌توان منبع جریان را به منبع ولتاژ تبدیل کرد.

$$I_1 = \frac{60}{30} = 2A$$

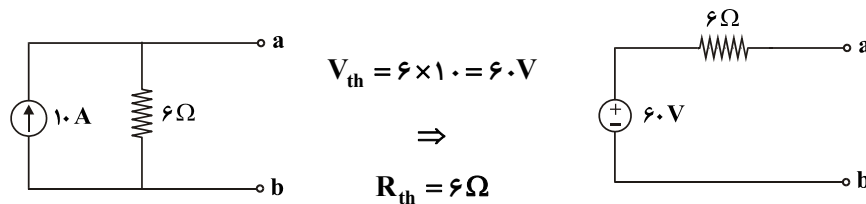
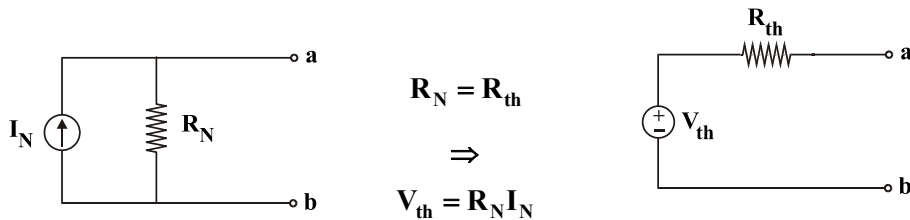
$$I_2 = \frac{30}{30} = 1A \rightarrow I_N = 2 - 1 = 1A$$



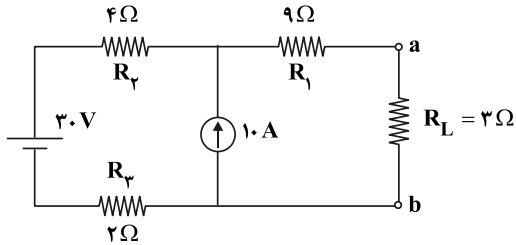
ج) مدار معادل نورتن رسم می‌شود.



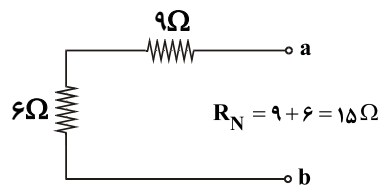
تذکره: مدارهای معادل تونن و نورتن مانند منابع ولتاژ و جریان قابل تبدیل به یکدیگر می‌باشد.



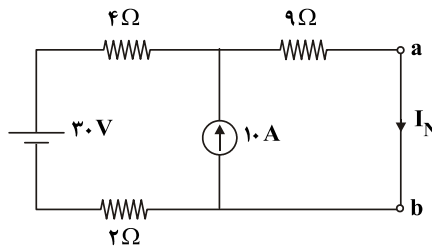
مثال: مدار معادل نورتن شکل زیر را به دست آورده سپس معادل تونن آن را رسم کنید. (امتحان نهایی ۸۱/۶/۳)



ا) ابتدا با بی‌اثر کردن منابع و خارج کردن R_L از مدار مقاومت نورتن را حساب می‌کنیم.

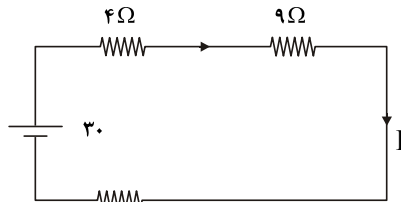


ب) برای محاسبه I_N باید دو سر بار را اتصال کوتاه کنیم و از روش جمع آثار جریان I_N را حساب کنیم.



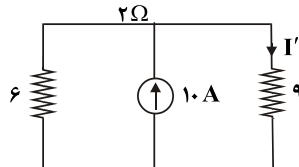
* منبع جریان باز:

$$I = \frac{30}{15} = 2A$$

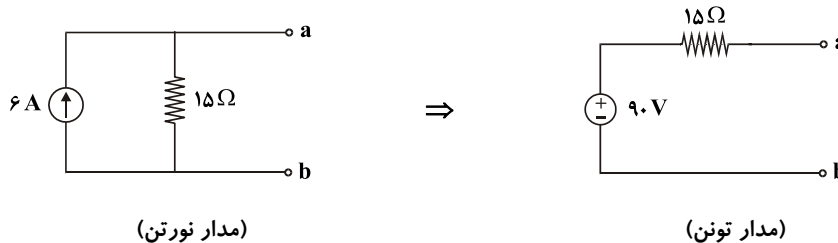


* منبع ولتاژ اتصال کوتاه:

$$I' = 10 \times \frac{6}{6+9} = \frac{60}{15} = 4A$$



چون هر دو جریان در R_L هم جهت هستند با هم جمع می‌شوند. $I_N = 4 + 2 = 6A$



تذکره: در صورتی که مقاومتی با بار موازی باشد در محاسبه I_N از مدار حذف می‌شود.

انتقال ماکزیمم توان به بار

می‌دانیم که تمامی منابع دارای مقاومت داخلی می‌باشند بنابراین تمامی توانی را که منابع به مدار تحویل می‌دهند به بار نمی‌رسد. پس چه موقع توان ماکزیمم از طرف منبع به بار منتقل می‌شود؟
 به‌طور خلاصه می‌توان گفت: ماکزیمم توان زمانی به بار منتقل می‌شود که مقاومت بار با مقاومت داخلی منبع برابر باشد. بنابراین اگر مدار دارای عناصر زیادی باشد می‌توان با به‌دست آوردن معادل تونن یا نورتن مدار از دو سر بار تمامی مدار را به‌صورت یک منبع ولتاژ یا جریان واقعی نشان داد. زمانی ماکزیمم توان به بار منتقل می‌شود که مقاومت بار با مقاومت معادل تونن یا نورتن مدار برابر باشد ($R_L = R_{th} = R_N$) شرط ماکزیمم شدن توان بار).
 برای محاسبه توان ماکزیمم P_{max} ، از رابطه‌های زیر استفاده می‌کنیم.

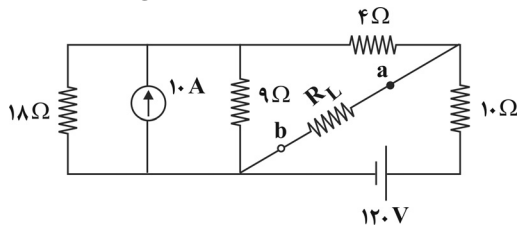
ماکزیمم توان بر اساس معادل تونن مدار:

$$P_{max} = \left(\frac{V_{th}}{R_{th} + R_L} \right)^2 \times R_L \xrightarrow{\text{پس از ساده کردن}} P_{max} = \frac{V_{th}^2}{4R_{th}}$$

ماکزیمم توان بر اساس معادل نورتن مدار:

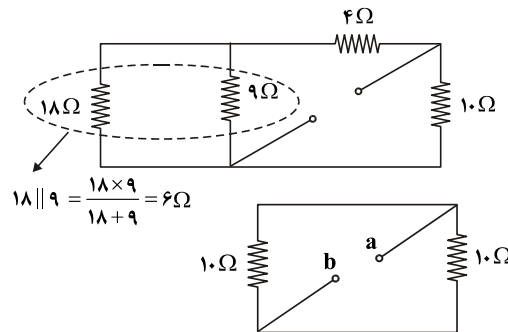
$$P_{max} = \frac{1}{4} R_N I_N^2$$

مثال: در مدار شکل زیر ماکزیمم توانی که به بار منتقل می‌شود چند وات است و در چه مقدار از مقاومت بار حاصل می‌شود. (امتحان نهایی - ۸۴/۳/۳)



راه حل: ابتدا معادل تونن را به‌دست می‌آوریم.

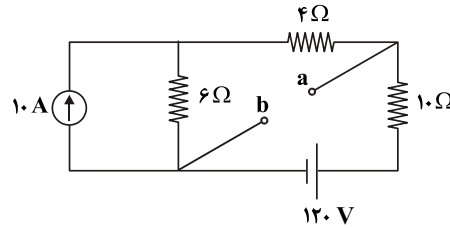
الف) محاسبه مقاومت تونن: در این‌جا منبع ولتاژ را اتصال کوتاه و منبع جریان باز می‌شود.



$$18 \parallel 9 = \frac{18 \times 9}{18 + 9} = 6\Omega$$

$$R_{th} = 10 \parallel 10 = 5\Omega$$

ب) محاسبه ولتاژ تونن؛ باید دو سر بار را باز کنیم و برای راحتی می‌توان مقاومت‌های ۱۸ و ۹ را با هم موازی کرد.



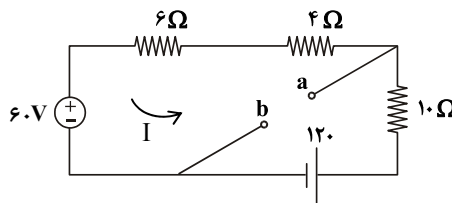
سپس می‌توان منبع جریان را تبدیل کرد.

$$-120 + 10 \cdot I + 4I + 6I + 6 \cdot 0 = 0$$

$$20 \cdot I = 60 \rightarrow I = \frac{60}{20} = 3A$$

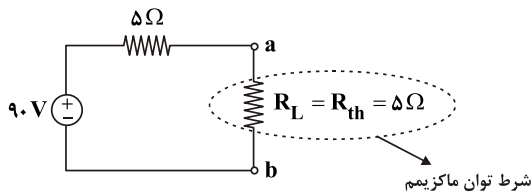
$$V_{ab} = 120 - 10 \cdot I = 120 - 30 = 90V$$

$$P_{max} = \frac{V_{th}^2}{4R_{th}} = \frac{90^2}{4 \times 5} = \frac{8100}{20} = 405W$$



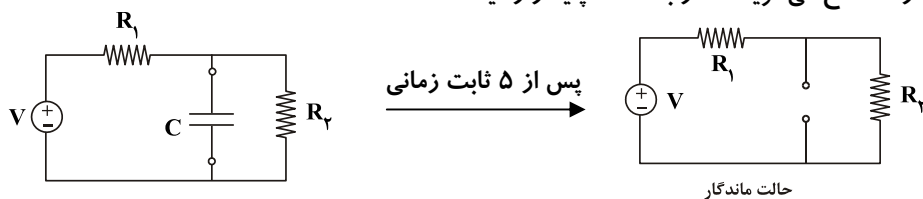
ج)

در توان ماکزیمم باید $R_L = R_{th} = 5\Omega$ باشد.

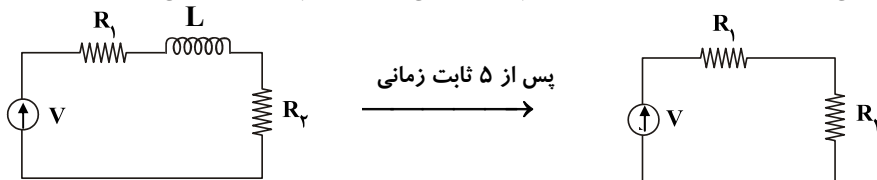


مدارهای شامل سلف و خازن

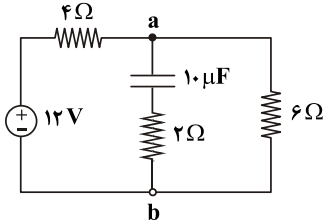
همان‌طور که می‌دانیم وقتی یک خازن به منبع ولتاژ جریان مستقیم وصل شود ابتدا جریانی از خازن عبور کرده و خازن رفته رفته شارژ می‌شود. هنگامی که ولتاژ دو سر خازن به اندازه ولتاژ منبع برسد خازن مانند یک کلید باز عمل می‌کند و در مدار قطع می‌شود. در اصطلاح می‌گویند مدار به حالت پایدار رسیده است.



در مورد سلف عکس این قضیه صادق است یعنی اگر سلف به منبع جریان مستقیم وصل شود سلف پس از طی 5 ثابت زمانی به حالت پایدار می‌رسد و مانند یک هادی اتصال کوتاه عمل می‌کند و دیگر در مدار نقشی ندارد.

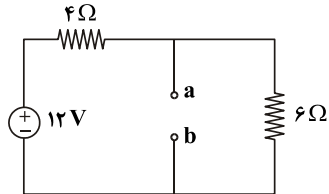


توجه: پس از رسیدن مدار به حالت پایدار می‌توانیم انرژی ذخیره شده در سلف را از رابطه $W = \frac{1}{2}LI^2$ و انرژی ذخیره شده در خازن از رابطه $w = \frac{1}{2}CV^2$ به دست آوریم.



مثال: مدار شکل مقابل در حالت ماندگار می‌باشد. مطلوب است جریان در مقاومت ۶ اهمی و انرژی ذخیره شده در خازن.

راه حل: الف) در حال ماندگار خازن شارژ می‌شود و مانند کلیدباز عمل می‌کند، پس مدار به صورت شکل زیر درمی‌آید.



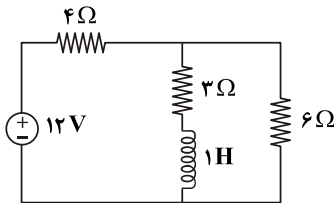
$$I_{6\Omega} = \frac{12}{6+4} = 1/2 \text{ A}$$

ب) اختلاف پتانسیل بین دو نقطه b,a برابر است با :

$$V_{ab} = 6 \times 1/2 = 3 \text{ V}$$

ج) ولتاژ دو سر خازن برابر با ولتاژ مقاومت ۶ اهمی است.

$$V_C = V_{ab} = 3 \text{ V} \rightarrow w_C = \frac{1}{2} C v_C^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-6} \times (3)^2 \approx 4.5 \times 10^{-5} \text{ J}$$



مثال: مدار مقابل در حالت پایدار است، مطلوب است محاسبه:

الف) جریان مقاومت ۳ اهمی

ب) انرژی ذخیره شده در سلف

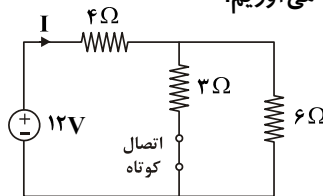
راه حل: در حالت ماندگار سلف هادی اتصال کوتاه عمل می‌کند، یعنی مدار به صورت زیر در می‌آید. برای محاسبه

جریان مقاومت ۳ اهمی ابتدا جریان I را به دست می‌آوریم.

$$R_t = 6 \parallel 3 + 4 = 2 + 4 = 6 \Omega$$

$$I = \frac{12}{6} = 2 \text{ A}$$

$$I_{3\Omega} = 2 \times \frac{6}{6+3} = \frac{12}{9} \approx 1.33 \text{ A}$$

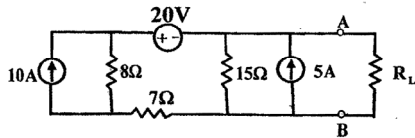


ب) جریان عبوری از مقاومت ۳Ω با جریان سلف برابر است:

$$W_L = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (1.33)^2 \approx 0.88 \text{ J}$$

کنکورهای سراسری

(سراسری ۹۴)



۱. در مدار الکتریکی زیر، جریان نورتن بین A و B، چند آمپر است؟

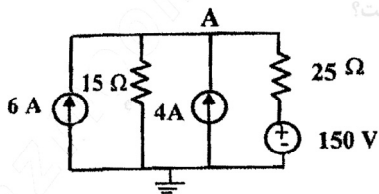
۵ (۱)

۴ (۲)

۷ (۳)

۹ (۴)

(سراسری ۹۴)



۲. در مدار زیر، پتانسیل نقطه‌ی A نسبت به زمین، چند ولت است؟

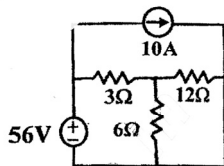
۷۵ (۱)

۵۰ (۲)

۱۰۰ (۳)

۱۵۰ (۴)

(سراسری ۹۴)



۳. در مدار شکل زیر، مقاومت سه اهمی، چند وات مصرف می‌کند؟

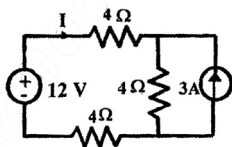
۱۹۲ (۱)

۱۲ (۲)

۳۰۰ (۳)

۹۷۲ (۴)

(سراسری ۹۴)



۴. در مدار شکل زیر، جریان I، چند آمپر است؟

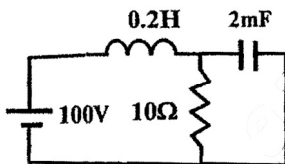
۲ (۱)

صفر (۲)

۳ (۳)

۵ (۴)

(سراسری ۹۴)



۵. در مدار شکل زیر، در حالت ماندگار، چند ژول انرژی ذخیره می‌شود؟

۲۰ (۱)

۱۰ (۲)

۳۰ (۳)

۱۵ (۴)