فصل اول: حرکت شناسی در دو بعد
«پرسش‌های چهارگزینه‌ای سراسری»
۹۳–۸۷

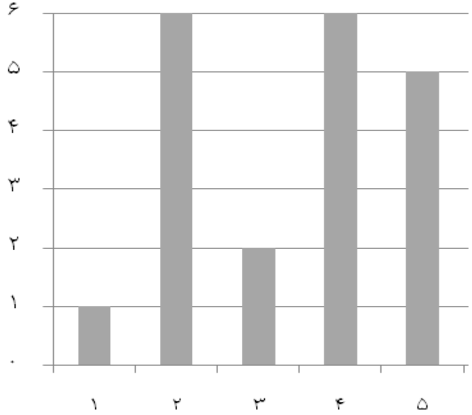
تعداد پرسش‌های چهارگزینه‌ای	
۱- سرعت و شتاب در حرکت یک بعدی	۱
۲- حرکت با شتاب ثابت و تعیین نوع حرکت	۶
۳- پرتاب در راستای قائم به طرف پایین	۲
٤- پرتاب در راستای قائم به طرف بالا	۶
۵- حرکت در دوبعد	۵
کل فصل: (۲۰ پرسش چهارگزینه‌ای)	

✓ در ۷ سال گذشته‌ی کنکور (سراسری)، در بین زیرموضوعات فصل اول، **زیرموضوع‌های حرکت با شتاب ثابت و تعیین نوع حرکت و پرتاب در راستای قائم به طرف بالا** بیش‌ترین پرسش چهارگزینه‌ای را به خود اختصاص داده‌اند.

فصل اول: حرکت‌شناسی در دو بعد

«پرسش‌های چهارگزینه‌ای سراسری ۹۳–۸۷»

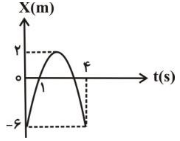
تعداد پرسش‌های چهارگزینه‌ای



نمودار اهمیت درس‌ها براساس پرسش‌های چهارگزینه‌ای مطرح شده در **کنکورهای سراسری** ۷سال گذشته

سرعت و شتاب در حرکت یک بعدی (۱ پرسش چهارگزینه‌ای)

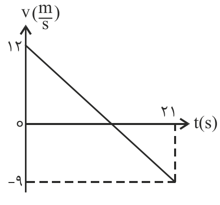
۱) نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل است، سرعت متوسط در فاصله‌ی زمانی $t = ۱s$ تا $t = ۴s$ چند متر بر ثانیه است؟ **(تجربی – ۸۷)**



۱) ۲
۲) -۲
۳) ۶
۴) -۶

حرکت با شتاب ثابت و تعیین نوع حرکت (۶ پرسش چهارگزینه‌ای)

۲) نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در فاصله‌ی زمانی $t = ۶s$ تا $t = ۱۲s$ چند متر است؟ **(تجربی – ۹۳)**



۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۲۲/۵
۴) ۳۲/۵

۱) گزینه‌ی «۲»

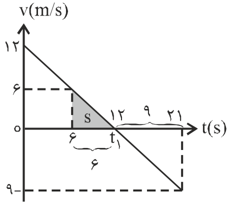
در تعیین سرعت متوسط با استفاده از نمودار مکان- زمان، مکان جسم را در دو لحظه‌ی $t_۱$ و $t_۲$ تعیین کرده و بعد از آن با استفاده از رابطه‌ی تعیین سرعت متوسط به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}\xrightarrow[t_۱=۱s,\,t_۲=۴s]{x_۱=۰,\,x_۲=-۶m}\bar{v}=\frac{-۶-۰}{۴-۱}\rightarrow\bar{v}=-۲\frac{m}{s}$$

۲) گزینه‌ی «۲»

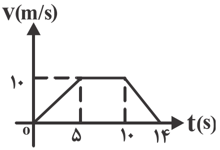
جابه‌جایی درباره‌ی زمانی Δt برابر مساحت زیر نمودار $v-t$ است.

با توجه به این‌که قدر مطلق شیب خط ۱ است. $a=\frac{۱۲-(-۹)}{۲۱}=۱$ در تمام مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ای که در شکل می‌بینید. دو ضلع زاویه‌ی قائمه برابر می‌شوند بنابراین $t_۱=۱۲s$، و به ازای $t=۶s$، v برابر $۶m/s$ خواهد بود. با توجه به اعداد به‌دست آمده مساحت مثلث هاشور خورده را در شکل می‌یابیم:



$$|\Delta x|=|s|=\frac{۶\times۶}{۲}=۱۸m$$

۳) متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت – زمان آن مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک در بازه‌ی زمانی $t = 2s$ تا $t = 12s$ ، چند متربرمربع ثانیه است؟ (تجربی – ۹۲)



۱) $\frac{1}{10}$

۲) $\frac{5}{10}$

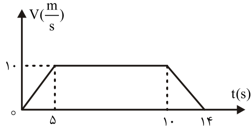
۳) $\frac{7}{10}$

۴) صفر

۳) گزینه‌ی «۱»

در ابتدا معادله‌ی سرعت متحرک در ۵ ثانیه‌ی اول و نیز بین دو لحظه‌ی $t = 10s$ و $t = 14s$ را می‌نویسیم. سپس با قرار دادن دو لحظه‌ی $t = 2s$ و $t = 12s$ در این معادله‌ها، سرعت متحرک را در این دو لحظه می‌یابیم و در نهایت با استفاده از رابطه‌ی تعیین شتاب متوسط، آن را محاسبه می‌کنیم.

$$v = at + v_\circ$$



در ۵ ثانیه‌ی اول داریم:

$$\begin{cases} a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{10}{5} = 2\dfrac{m}{s^2} \\ v_\circ = \circ \end{cases} \rightarrow v = 2t \xrightarrow{t=2s} v_1 = 4\frac{m}{s}$$

بین دو لحظه‌ی $t = 10s$ و $t = 14s$ داریم:

$$\begin{cases} a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{-10}{4} = -2/5\dfrac{m}{s^2} \\ v_\circ = 10\dfrac{m}{s} \end{cases} \rightarrow v = -2/5(t-10)+10 \xrightarrow{t=12s} v_2 = 5\frac{m}{s}$$

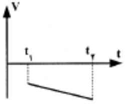
$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{5-4}{12-2} \rightarrow \bar{a} = \frac{1}{10}\frac{m}{s^2}$$

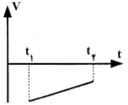
۴) متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیه‌ی V_0 در ۲ ثانیه‌ی اول حرکت خود، ۱۳ متر، و در ۲ ثانیه‌ی سوم حرکت خود، ۲۵ متر را طی می‌کند. شتاب حرکت در SI کدام است؟ **(تجربی–۹۱)**

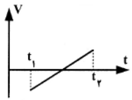
۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵

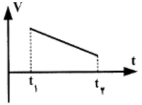
۳) ۳ ۴) ۵

۵) کدام نمودار، مربوط به متحرکی است که در بازه‌ی زمانی نشان داده شده، حرکت آن پیوسته تندشونده است؟ **(تجربی– ۹۰)**

۱)


۲)


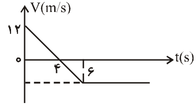
۲)


۴)


۶) نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی $3s \le t \le 6s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟ **(تجربی– ۸۹)**

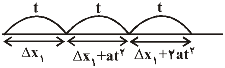
۱) ۱ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۵



۴) گزینه‌ی «۱»

به طور کلی در حرکت با شتاب ثابت a در امتداد یک مسیر مستقیم، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی t، تشکیل یک تصاعد عددی با قدر نسبت $at^۲$ را می‌دهند و می‌توان نوشت:



$$\Delta x_n = \Delta x_۱ + (n-۱)at^۲ \xrightarrow[t=۲s,\, n=۳]{\Delta x_۳ = ۲۵m,\, \Delta x_۱ = ۱۳m}$$

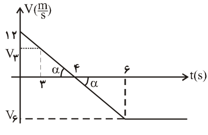
$$۲۵ = ۱۳ + (۳-۱)a \times ۴ \rightarrow ۱۲ = ۸a \rightarrow a = ۱/۵ \frac{m}{s^۲}$$

۵) گزینه‌ی «۱»

به طور کلی اگر نمودار سرعت- زمان از محور زمان دور شود، حرکت متحرک الزاماً تند شونده است. علاوه بر این در گزینه‌ی «۱» می‌بینیم که $v<۰$ و $a<۰$ (شیب خط مماس بر نمودار $v-t$). لذا $a.v>۰$ یعنی حرکت همواره تند شونده است.

۶) گزینه‌ی «۲»

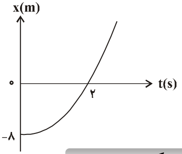
شتاب متوسط در یک حرکت از رابطه‌ی $\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید. برای تعیین شتاب متوسط بین دو لحظه‌ی ۳ و ۶ ثانیه باید سرعت در این دو لحظه را به‌دست آورد. برای این منظور می‌توان از شیب خط استفاده کرد:



$$\text{شیب خط} = \frac{۱۲}{۴} = \frac{v_۳}{۱} = \frac{-v_۶}{۲} \quad , \quad v_۳ = ۳\frac{m}{s} \quad , \quad v_۶ = -۶\frac{m}{s}$$

$$\overline{a} = \frac{v_۶ - v_۳}{t_۶ - t_۳} = \frac{-۶-۳}{۶-۳} = -۳\frac{m}{s^۲} \rightarrow |\overline{a}| = |-۳| = ۳\frac{m}{s^۲}$$

۷) متحرکی بدون سرعت اولیه و با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و نمودار مکان – زمان آن مطابق شکل زیر است. سرعت آن در لحظه‌ی $t = ۲s$ چند متر بر ثانیه است؟ (تجربی– ۸۸)



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

پرتاب در راستای قائم به طرف پایین (۲ پرسش چهارگزینه‌ای)

۸) فاصله از لبه‌ی یک چاه تا سطح آب درون آن ۳۴ متر است. شخصی سنگی را از لبه‌ی چاه با سرعت اولیه‌ی $۷\frac{m}{s}$ در راستای قائم رو به پایین پرتاب می‌کند و صدای برخورد سنگ با آب را می‌شنود. فاصله‌ی بین پرتاب سنگ و شنیدن صدا تقریباً چند ثانیه است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$، مقاومت هوا ناچیز و سرعت صوت در هوا $۳۴۰\frac{m}{s}$ است.) (تجربی– ۹۰)

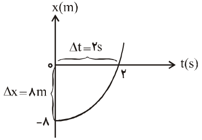
۱) ۱/۸ ۲) ۲/۱
۳) ۲/۶ ۴) ۳/۲

۹) جسمی از ارتفاع h با سرعت اولیه‌ی $۱۵\frac{m}{s}$ در راستای قائم پرتاب می‌شود. اگر در ۲ ثانیه‌ی آخر حرکت ۹۰ متر را طی کند و به زمین برسد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و مقاومت هوا ناچیز است.) (تجربی– ۸۹)

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۲۵
۳) ۱۴۰ ۴) ۱۴۵

۷) گزینه‌ی «۴»

در این‌جا شتاب حرکت، ثابت بوده ولی مقدار آن معلوم نیست، لـذا از رابطـه‌ی مسـتقل از شتاب به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم.



$$\Delta x=\frac{v+v_\circ}{2}\Delta t \xrightarrow[\Delta t=2s]{\Delta x=8m,\, v_\circ=0} 8=\frac{v+0}{2}\times 2\rightarrow v=8\frac{m}{s}$$

۸) گزینه‌ی «۲»

در ابتدا زمان رسیدن سنگ از لحظه‌ی پرتاب تـا رسـیدن بـه سـطح آب را محاسبه می‌کنیم. (جهت رو به پایین را مثبت فرض می‌کنیم.)

$$h=\frac{1}{2}gt^2+v_\circ t \xrightarrow[v_\circ=7\frac{m}{s}]{h=34m} 34=5t^2+7t$$

$$\rightarrow 5t^2+7t-34=0\rightarrow t=2s$$

حال زمان رسیدن صوت از سطح آب تا لبه‌ی چاه را محاسبه می‌کنیم:

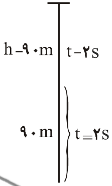
$$\Delta y=vt' \xrightarrow[v=340\frac{m}{s}]{\Delta y=34m} 34=340t'\rightarrow t'=0/1s$$

حال زمان کل را به‌صورت زیر می‌یابیم:

$$t_{\text{کل}}=t+t'=2+0/1=2/1s$$

۹) گزینه‌ی «۳»

اگر قسمت دوم مسیر را در نظر بگیریم گلوله در مدت ۲ ثانیه مسـافت ۹۰ متر را طی کرده، می‌توان سرعت ابتدایی مرحلـه‌ی دوم را بـه‌دسـت آورد و آن‌را برای سرعت انتهایی مرحله‌ی اول در نظر گرفت.



$$h=\frac{1}{2}gt^2+vt\rightarrow 90=5\times 4+2v'_\circ\rightarrow v'_\circ=35\frac{m}{s}$$

$$v'^2_\circ-v^2_\circ=2g(h-90)$$

$$\rightarrow 35^2-15^2=20(h-90)\rightarrow h=140m$$

پرتاب در راستای قائم به طرف بالا (۶ پرسش چهارگزینه‌ای)

۱۰) جسم A از ارتفاع ۲۵ متری بالای سطح زمین با سرعت اولیه‌ی $۲۰\frac{m}{s}$ در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود. هم زمان جسم B نیز از همان نقطه و با همان سرعت اولیه به سمت پایین پرتاب می‌شود. ۰/۸ ثانیه پس از لحظه‌ی پرتاب، فاصله‌ی بین دو جسم، چند متر می‌شود؟ ($g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ و مقاومت هوا ناچیز است.) **(تجربی– ۹۳)**

۱) ۵/۸
۲) ۳۷/۸
۳) ۳۲
۴) ۴۵

۱۱) گلوله‌ای در شرایط خلأ با سرعت اولیه‌ی v_0 از ارتفاع ۱۰۰ متری به طور قائم رو به بالا پرتاب می‌شود و پس از مدتی به زمین می‌رسد. اگر زمان پایین آمدن گلوله $1/5$ برابر زمان بالا رفتن گلوله باشد، بیش‌ترین فاصله‌ی گلوله از سطح زمین چند متر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$ **(تجربی– ۹۲)**

۱) ۱۲۰
۲) ۱۴۵
۳) ۱۸۰
۴) ۲۲۵

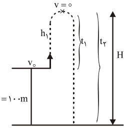
۱۰) گزینه‌ی «۳»

مکان اولیه‌ی دو جسم را مبدأ مختصات درنظر می‌گیریم $(y_{\circ A} = y_{\circ B} = \circ)$ و سپس معادله‌ی حرکت دو گلوله را نوشته و از هم کم می‌کنیم که همان فاصله دو جسم در زمان بیان شده است. (جهت محور رو به بالا مثبت درنظر گرفته شده است):

$$\begin{cases} y_A = -\frac{۱}{۲}gt^{۲} + v_{\circ A}t \\ y_B = -\frac{۱}{۲}gt^{۲} - v_{\circ B}t \end{cases} \rightarrow \Delta y = y_A - y_B = (v_{\circ A} + v_{\circ B})t$$

$$\xrightarrow[v_{\circ B}=۲۰\frac{m}{s},\, t=۰/۸s]{v_{\circ A}=۲۰\frac{m}{s}} \Delta y = (۲۰+۲۰)\times ۰/۸ = ۳۲m$$

۱۱) گزینه‌ی «۳»



بدیهی است که اگر زمان بالا رفتن گلوله را t_1 و کل زمان پایین آمدن آن را t_2 فرض کنیم و ارتفاع نقطه‌ی اوج گلوله تا نقطه‌ی پرتاب را با h_1 نمایش دهیم، با استفاده از معادله‌ی جابه‌جایی گلوله از نقطه‌ی اوج تا رسیدن به زمین داریم: (دقت کنید که در نقطه‌ی اوج گلوله، $v = \circ$ است.)

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow \begin{cases} h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ h_1 + 100 = \frac{1}{2}gt_2^2 \xrightarrow{t_2=\frac{3}{2}t_1} h_1 + 100 = \frac{1}{2}g(\frac{3}{2}t_1)^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ h_1 + 100 = \frac{9}{4}(\frac{1}{2}gt_1^2) \end{cases} \xrightarrow[\text{هم}]{\text{با تقسیم روابط ها به}} \frac{h_1}{h_1+100} = \frac{4}{9}$$

$$\rightarrow ۹h_۱ = ۴h_۱ + ۴۰۰ \rightarrow h_۱ = ۸۰m$$

$$H = h_۱ + h = ۸۰ + ۱۰۰ \rightarrow H = ۱۸۰m$$

۱۲) جسمی با سرعت اولیه‌ی $v_{\circ}$ و در شرایط خلأ از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر زمان بین دو عبور متوالی از $\frac{5}{9}$ ارتفاع اوج برابر با ۴ ثانیه باشد، $v_{\circ}$ چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$

(تجربی –۹۱)

۱) ۱۵　　　۲) ۲۰

۳) ۳۰　　　۴) ۳۵

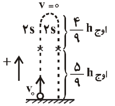
۱۳) گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۹۰ متری سطح زمین در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود و پس از ۱۰ ثانیه به سطح زمین می‌رسد. این گلوله ۲ ثانیه پس از پرتاب به ارتفاع چند متری از سطح زمین می‌رسد؟ $(g = 9/8\frac{m}{s^2})$

(تجربی– ۹۰)

۱) ۱۱۰/۴　　　۲) ۱۲۰/۶

۳) ۱۳۰/۶　　　۴) ۱۵۰/۴

۱۲) گزینه‌ی «۳»



با توجه به شکل، اگر زمان بین دو عبـور متـوالی از $\frac{۵}{۹}$ ارتفـاع اوج برابر با ۴ ثانیه باشد، زمان حرکت گلوله از نقطه‌ی اوج تـا این نقطه که برابر $\frac{۴}{۹}h$ است برابر با ۲ ثانیه خواهد بود.

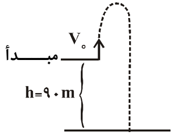
با توجه به این‌که در نقطـه‌ی اوج، سـرعت گلولـه برابـر صـفر می‌شـود، بـا استفاده از معادله‌ی جابه‌جایی گلوله که آن‌را برای نقطـه‌ی اوج تـا نقطـه‌ی مورد نظر به‌کار می‌بریم، ارتفاع اوج را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y = -\frac{۱}{۲}gt^{۲} + v_{۰}t \xrightarrow[t=۲s,\, v_{۰}=۰]{\Delta y = -\frac{۴}{۹}h_{اوج}} -\frac{۴}{۹}h = -\frac{۱}{۲}\times ۱۰ \times ۲^{۲} \rightarrow h_{اوج} = ۴۵m$$

اکنون با استفاده از رابطه‌ی ارتفاع اوج $(h_{اوج} = \frac{v_{۰}^{۲}}{۲g})$ داریم:

$$h_{اوج} = \frac{v_{۰}^{۲}}{۲g} \rightarrow ۴۵ = \frac{v_{۰}^{۲}}{۲\times ۱۰} \rightarrow v_{۰} = \sqrt{۹۰۰} = ۳۰\frac{m}{s}$$

۱۳) گزینه‌ی «۴»



در ابتدا، سرعت اولیه‌ی گلوله را محاسبه می‌کنیم.
(جهت رو به بالا را مثبت فرض می‌کنیم.)

$$\Delta y = -\frac{۱}{۲}gt^{۲} + v_{۰}t \xrightarrow[t=۱۰s,\, g=۹/۸\frac{m}{s^{۲}}]{\Delta y = -۹۰m}$$

$$-۹۰ = -۴/۹\times(۱۰)^{۲} + v_{۰}\times ۱۰ \rightarrow v_{۰} = ۴۰\frac{m}{s}$$

حال برای تعیین مکان گلوله در لحظه‌ی $t = ۲s$ بعد از پرتاب، داریم:

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^{۲} + v_{۰}t + y_{۰} \xrightarrow[y_{۰}=۹۰m]{t=۲s,\, V_{۰}=۴۰\frac{m}{s}}$$

$$y = -۴/۹\times(۲)^{۲} + ۴۰\times ۲ + ۹۰ \rightarrow y = ۱۵۰/۴m$$

۱۴) گلوله‌ای در شرایط خلأ، با سرعت اولیه‌ی $۲۰\frac{m}{s}$ از ارتفاع ۵۰ متری سطح زمین در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود. بزرگی سرعت متوسط گلوله در بازه‌ی زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۴s$ چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$ (تجربی– ۸۸)

۱) ۵ ۲) ۱۰

۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۱۵) از ارتفاع ۱۰۰ متری سطح زمین، گلوله‌ای را با سرعت $۲۰m/s$ در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. گلوله‌ی دیگر را چند ثانیه‌ی بعد، از سطح زمین با سرعت $۴۰m/s$ رو به بالا پرتاب کنیم تا دو گلوله در فاصله‌ی ۷۵ متری سطح زمین به هم برسند؟($g = ۱۰m/s^۲$ و مقاومت هوا ناچیز است.) (تجربی– ۸۷)

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۱۴) گزینه‌ی «۱»

چون شتاب، ثابت و برابر g است می‌توان با استفاده از روابط $v = gt + v_{\circ}$ و $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ نوشت:

$$v = -10t + 20 \rightarrow \begin{cases} t_1 = 1s \rightarrow v_1 = 10\frac{m}{s} \\ t_2 = 4s \rightarrow v_2 = -20\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\bar{v} = \frac{10 + (-20)}{2} = -5\frac{m}{s} \rightarrow |\bar{v}| = 5\frac{m}{s}$$

۱۵) گزینه‌ی «۲»

چون دو گلوله در ارتفاع ۷۵ متری زمین به هم می‌رسند، مکان هر یک را برابر $y = 75m$ قرار می‌دهیم.

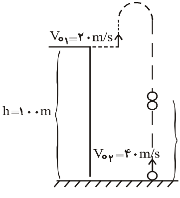
برای گلوله‌ی اول $y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 + 20t_1 + 100 \xrightarrow{y_1 = 75m}$

$$75 = -\frac{1}{2}\times 10 \times t_1^2 + 20t_1 + 100 \rightarrow 5t_1^2 - 20t_1 - 25 = 0 \rightarrow t_1 = 5s$$

برای گلوله‌ی دوم $y_2 = -\frac{1}{2}gt_2^2 + 40t_2 \xrightarrow{y_2 = 75m}$

$$75 = -\frac{1}{2}\times 10 \times t_2^2 + 40t_2 \rightarrow 5t_2^2 - 40t_2 + 75 = 0$$

$$\begin{cases} t_2 = 3s & \text{قق} \\ t_2 = 5s & \text{غقق} \end{cases}$$



که زمان $t_2 = 5s$ غیر قابل قبول است زیرا در آن صورت $t = t_1 - t_2 = 0$ بوده یعنی دو گلوله همزمان پرتاب شده‌اند که هیچ‌یک از گزینه‌ها چنین نیست.) حال برای یافتن فاصله‌ی زمانی پرتاب دو گلوله داریم:

$$t = t_1 - t_2 \xrightarrow[t_2 = 3s]{t_1 = 5s} t = 5 - 3 \rightarrow t = 2s$$

حرکت در دو بعد (۵ پرسش چهارگزینه‌ای)

۱۶)معادله‌ی حرکت جسمی که در صفحه حرکت می‌کند، در SI به صورت $\begin{cases} x = ۲۰t^۲ \\ y = -۵t^۳ \end{cases}$ **است. بردار سرعت جسم در لحظه‌ی $t = ۲s$ در SI کدام است؟** **(تجربی– ۹۳)**

۱) $۴۰\vec{i} - ۱۵\vec{j}$

۲) $۴۰\vec{i} - ۶۰\vec{j}$

۳) $۸۰\vec{i} - ۴۰\vec{j}$

۴) $۸۰\vec{i} - ۶۰\vec{j}$

۱۷) متحرکی در صفحه حرکت می‌کند و بردار مکان آن در SI به صورت $\vec{r} = 2t\vec{i} + (-t^2 + 4t)\vec{j}$ **است. اندازه‌ی سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = 3s$ چند متر بر ثانیه است؟** **(تجربی– ۹۲)**

۱) صفر

۲) $\sqrt{2}$

۳) $2\sqrt{2}$

۴) ۴

۱۶) گزینه‌ی «۴»

رابطه‌ی سرعت به شکل $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$ می‌باشد. بنابراین با مشتق‌گیری از معادله‌های حرکت در راستاهای x و y، معادله‌ی سرعت را در این دو راستا یافته و مسئله را حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} x = ۲۰t^۲ \rightarrow v_x = \dfrac{dx}{dt} = ۴۰t \xrightarrow{t=۲s} v_x = ۸۰ m/s \\ y = -۵t^۳ \rightarrow v_y = \dfrac{dy}{dt} = -۱۵t^۲ \xrightarrow{t=۲s} v_y = -۶۰ m/s \end{cases}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} \xrightarrow[v_y=-۶۰m/s]{v_x=۸۰m/s} \vec{v} = ۸۰\vec{i} - ۶۰\vec{j}$$

۱۷) گزینه‌ی «۳»

در ابتدا از معادله‌ی حرکت، نسبت به زمان مشتق می گیریم، تا معادلـه‌ی سرعت حاصل شود. سـپس زمـان مـوردنظر را در معادلـه‌ی سـرعت قـرار می‌دهیم تا سرعت را محاسبه کنیم و در نهایت بزرگی آن را می‌یابیم.

$$\vec{r} = 2t\vec{i} + (-t^2 + 4t)\vec{j} \xrightarrow{\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}} \vec{v} = 2\vec{i} + (-2t + 4)\vec{j}$$

$$\xrightarrow{t=3s} \vec{v} = 2\vec{i} + (-2\times 3 + 4)\vec{j} \rightarrow \vec{v} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\xrightarrow{v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}} v = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2} \rightarrow v = 2\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$$

۱۸)معادله‌های مکان متحرکی در SI به‌صورت $\begin{cases} x = t^{۳} - ۳t^{۲} - ۴۰ \\ y = ۵t^{۲} - ۸t \end{cases}$ است.

در کدام لحظه برحسب ثانیه، شتاب حرکت در راستای محور y است؟

(تجربی –۸۹)

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۹)جسمی در صفحه حرکت می‌کند و مکان آن در SI به صورت $\vec{r} = (t)\vec{i} + (-t^{۲} + ۲t)\vec{j}$ است. بزرگی سرعت متوسط جسم در بازه‌ی صفر تا ۱ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟ (تجربی– ۸۸)

۱) ۱
۲) ۲
۳) $\sqrt{۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲۰) بردار سرعت متحرک در SI به‌صورت $\vec{v} = ۳t^{۲}\vec{i} + ۱۲t\vec{j}$ است. بزرگی شتاب متوسط آن در بازه‌ی زمانی $t_{۱} = ۱s$ و $t_{۲} = ۲s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (تجربی –۸۷)

۱) ۹
۲) ۱۲
۳) ۱۵
۴) ۱۸

۱۸) گزینه‌ی «۱»

برای آن‌که متحرک فقط در راستای محور y شتاب داشته باشد، باید شتاب در راستای محور x صفر شود. برای تعیین لحظه‌ای که شتاب در راستای محور x صفر می‌شود، باید با دو بار مشتق گرفتن از معادله‌ی مکان – زمان، معادله‌ی شتاب – زمان را نوشته و سپس این معادله را برابر صفر قرار داد.

$$x = t^{۳} - ۳t^{۲} - ۴۰ \rightarrow V_x = ۳t^{۲} - ۶t \rightarrow a_x = ۶t - ۶ = ۰ \rightarrow t = ۱s$$

۱۹) گزینه‌ی «۳»

با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} \rightarrow \bar{\vec{v}} = \frac{\vec{r}_۲ - \vec{r}_۱}{t_۲ - t_۱} \xrightarrow[t_۲ = ۱s]{t_۱ = ۰} \bar{\vec{v}} = \frac{\vec{i} + \vec{j} - ۰}{۱ - ۰} \rightarrow$$

$$\bar{\vec{v}} = \vec{i} + \vec{j} \rightarrow |\bar{\vec{v}}| = \sqrt{(۱)^{۲} + (۱)^{۲}} = \sqrt{۲}\ \frac{m}{s}$$

۲۰) گزینه‌ی «۳»

با استفاده از تعریف شتاب متوسط داریم:

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} \rightarrow \bar{\vec{a}} = \frac{\vec{v}_۲ - \vec{v}_۱}{۲ - ۱} = \frac{۱۲\vec{i} + ۲۴\vec{j} - ۳\vec{i} - ۱۲\vec{j}}{۱}$$

$$\rightarrow \bar{\vec{a}} = ۹\vec{i} + ۱۲\vec{j} \rightarrow |\bar{\vec{a}}| = \sqrt{۹^{۲} + ۱۲^{۲}} = ۱۵\frac{m}{s^{۲}}$$