



## سؤال‌های نسبتاً دشوار؟

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۰۰۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۴ سوال پاسخ دهند.  
انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۵۰۰ تا ۶۲۵۰ از هر ۱۰ سوال به ۵ (یا ۶) سوال پاسخ دهند.  
انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۷ سوال پاسخ دهند.

۱- نوع استدلال به کار رفته در هر مورد، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟

با جوشاندن آب، برف و یخ نتیجه می‌گیریم که هر چیزی بجوشد چیزی از آن باقی نمی‌ماند. - فیلمی که نمایش خروج آب از مخزن است را از آخر به اول نمایش می‌دهیم و نتیجه می‌گیریم که حاصل ضرب عدد منفی در عدد منفی، مثبت است.

۱۲۳۹۳ ۹۳/۷ ۴۲% ۷۳%

(۱) استدلال شهودی - استدلال تمثیلی  
(۲) استدلال شهودی - استدلال استقرایی  
(۳) استدلال استقرایی - استدلال تمثیلی  
(۴) استدلال تمثیلی - استدلال شهودی

۲- در اثبات حکم زیر به روش استقرای ریاضی، به طرفین فرض که به ازای  $n \in \mathbb{N}$  نوشته شده است، کدام عبارت را اضافه می‌کنیم؟

$$1 < 3 < 5 < \dots < (2n+1) \leq n^2$$

۱۳۵۳۴ ۹۳/۸ ۱۳% ۶۴%

(۱)  $k < 1$  (۲)  $(k+1)^2$  (۳)  $2k > 1$  (۴)  $2k < 1$

۳- کدام عبارت همواره درست است؟

۱۴۲۳۰ ۹۲/۸ ۱۷% ۵۸%

(۱) حاصل جمع هر دو عدد اول، همیشه زوج است.  
(۲) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.  
(۳) عددی گویا می‌توان یافت که در هر عدد گنگ ضرب شود حاصل گویا باشد.  
(۴) اعدادی که بر ۲ بخش پذیرند بر ۴ نیز بخش پذیرند.

۴- کدام یک از احکام زیر همواره درست است؟

۱۵۸۵۰ ۹۳/۱۰ ۱۷% ۴۶%

(۱) حاصل تقسیم دو عدد طبیعی همواره گویاست.  
(۲) اگر  $x \leq 0$ ، آن‌گاه  $x \leq 0$ .  
(۳) اگر  $x$  و  $y$  گنگ باشند، آن‌گاه  $x < y$  نیز گنگ است.  
(۴) اگر  $x \leq 0$ ، آن‌گاه همواره  $\frac{x}{y} \leq 0$  است.

۵- با کمک ... می‌توان ثابت کرد مجموع ... عدد فرد متوالی (شروع از ۱) برابر است با ...

۱۵۱۸۲ ۹۴/۱۰ ۱۶% ۴۶%

(۱) استدلال استقرایی،  $n$ ،  $n^2$   
(۲) استدلال استقرایی،  $n$ ،  $(2n+1)^2$   
(۳) استقرای ریاضی،  $n$ ،  $n^2$   
(۴) استقرای ریاضی،  $(2n+1)$ ،  $n^2$



۶- چه تعداد از عبارات‌های زیر، مثال نقض دارند؟

الف) توان سوم یک عدد حقیقی همیشه از آن عدد بزرگ‌تر است.

ب) مجموع دو زاویه‌ی تند کم‌تر از  $180^\circ$  است.

ج) همیشه ارتفاع یک مثلث داخل آن قرار دارد.

د) هر مستطیل یک مربع است.

۴۵% 
 ۱۹% 
 ۹۴/۸ 
 ۱۳۲۱۹

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۷- در اثبات تساوی  $1 < n^2 < 2n < \dots < 6 < 4 < 2$  به روش استقرای ریاضی، طرفین فرض که به ازای  $n$  نوشته شده را با کدام عبارت جمع می‌کنیم؟

۴۴% 
 ۱۳% 
 ۹۴/۷ 
 ۱۳۴۱۴

- $k < 1$  (۲)       $k$  (۱)  
 $2k < 1$  (۴)       $2k < 2$  (۳)

۸- عدد چهار رقمی  $\overline{abab}$  همواره بر کدام عدد بخش‌پذیر است؟

۴۳% 
 ۳۰% 
 ۹۳/۷ 
 ۱۳۳۹۳

- ۱۰۰ (۱)      ۱۱۰ (۲)      ۱۰۱ (۳)      ۱۱ (۴)

۹- طبق الگوی یوهان باود فاصله‌ی تقریبی سیاره‌ی  $n$ ام از خورشید از رابطه‌ی  $(3 \times 10^8)^n < d$  برای  $n \geq 2$  محاسبه می‌شود. یوهان باود براساس کدام استدلال این رابطه را به‌دست آورد و طبق این رابطه، فاصله‌ی تقریبی سیاره‌ی پنجم از خورشید بر حسب واحد باود کدام است؟

۴۳% 
 ۲۳% 
 ۹۲/۸ 
 ۱۴۲۳۰

- (۱) استدلال استقرایی - ۲۴  
 (۲) استدلال استقرایی - ۲۸  
 (۳) استدلال استنتاجی - ۲۴  
 (۴) استدلال استنتاجی - ۲۸

۱۰- کدام گزینه حکم «مجموع دو عدد گنگ، همواره عددی گنگ است.» را نقض می‌کند؟

۴۳% 
 ۱۸% 
 ۹۳/۸ 
 ۱۴۷۷۴

- $\sqrt{2}, \sqrt{8}$  (۱)       $\sqrt{3}, \sqrt{6}$  (۲)  
 $\sqrt{125}, \sqrt{5}$  (۳)       $2 > \sqrt{8}, 1 < 2\sqrt{2}$  (۴)



## سؤال‌های دشوار

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۰۰۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۳ سوال پاسخ دهند.  
انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۵۰۰ تا ۶۲۵۰ از هر ۱۰ سوال به ۴ سوال پاسخ دهند.  
انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۵ سوال پاسخ دهند.

۱۱- در اثبات حکم  $\frac{1}{1 \cdot 2} < \frac{1}{2 \cdot 3} < \dots < \frac{1}{n(n-1)} \leq \frac{n}{n-1}$  کدام است؟

۴۱٪  ۲۶٪  ۹۲/۷  ۱۳۵۲۸

$$(1) \frac{1}{1 \cdot 2} < \frac{1}{2 \cdot 3} < \dots < \frac{1}{(k-1)(k-2)} \leq \frac{k-1}{k-2}$$

$$(2) \frac{1}{1 \cdot 2} < \frac{1}{2 \cdot 3} < \dots < \frac{1}{(k-1)^2} \leq \frac{k-1}{k-2}$$

$$(3) \frac{1}{1 \cdot 2} < \frac{1}{2 \cdot 3} < \dots < \frac{1}{k(k-1)} \leq \frac{k}{k-1}$$

$$(4) \frac{1}{1 \cdot 2} < \frac{1}{2 \cdot 3} < \dots < \frac{1}{(k-1)(k-2)} \leq \frac{k-1}{2k-1}$$

۱۲- چه تعداد از حکم‌های زیر را با مثال نقض می‌توان رد کرد؟

الف) مجموع هر دو عدد گویا همواره عددی گویاست.

ب) حاصل ضرب هر دو عدد اول همواره عددی فرد است.

پ) مجموع دو عدد فرد همواره زوج است.

ت) حاصل ضرب هر دو عدد گنگ متمایز همواره گنگ است.

۴۰٪  ۲۱٪  ۹۳/۸  ۱۳۵۳۴

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳- کدام گزینه مثال نقض ندارد؟

۴۰٪  ۹٪  ۹۲/۸  ۱۳۴۳۵

(۱) حاصل ضرب هر عدد گویا در هر عدد گنگ، عددی گنگ است.

(۲) توان دوم هر عدد گنگ، عددی گویاست.

(۳) تفاضل هر دو عدد طبیعی، عددی طبیعی است.

(۴) حاصل تقسیم هر دو عدد طبیعی، عددی گویا است.

۱۴- کدام عدد کلیت حکم «معکوس هر عدد، کوچک‌تر از خود آن عدد است.» را نقض می‌کند؟

۳۷٪  ۱۷٪  ۹۲/۸  ۱۴۲۳۰

$\sqrt{2}$  (۴)

$\frac{4}{3}$  (۳)

$> \frac{2}{3}$  (۲)

$> 2$  (۱)

۱۵- اگر  $x$  یک عدد صحیح زوج باشد، عبارت  $x^2 < 8$  همواره مضربی از کدام عدد است؟

۳۶٪  ۲۵٪  ۹۴/۸  ۱۳۲۱۹

۱۶ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۱۲ (۱)



۱۶- کدام یک از گزینه‌های زیر مثال نقض ندارد؟

۳۴٪ ۱۰٪ ۹۲/۱۰ ۱۶۵۷۷

- (۱) حاصل ضرب دو عدد صحیح، یک عدد طبیعی است.
- (۲) حاصل تقسیم دو عدد طبیعی، یک عدد صحیح است.
- (۳) حاصل تفریق دو عدد صحیح، یک عدد حسابی است.
- (۴) حاصل جمع دو عدد حسابی، یک عدد صحیح است.

۱۷- اگر  $a$  و  $b$  اعداد گویا و مخالف صفر باشند، کدام حکم زیر همواره درست نیست؟

۳۳٪ ۱۹٪ ۹۴/۱۰ ۱۵۱۸۲

- (۱)  $a < b$  گویاست.
- (۲)  $a > b$  گویاست.
- (۳)  $a \bar{a} b$  گویاست.
- (۴)  $a^b$  گویاست.

۱۸- با استفاده از استقرای ریاضی ثابت می‌شود که «مجموع اولین  $n$  عدد فرد اولیه و متوالی برابر است با مربع تعداد آن اعداد فرد» حکم

استقرا به ازای  $n \in \mathbb{N}$  و  $k < 1$  کدام است؟

۳۰٪ ۱۴٪ ۹۲/۸ ۱۴۲۳۰

- (۱)  $1 < 3 < 5 < \dots < (k-1) \in \mathbb{N} < (k-1)^2$
- (۲)  $1 < 3 < 5 < \dots < (2k-1) \in \mathbb{N} < (k-1)^2$
- (۳)  $1 < 3 < 5 < \dots < (2k > 1) \in \mathbb{N} < k^2$
- (۴)  $1 < 3 < 5 < \dots < (2k > 1) \in \mathbb{N} < (k > 1)^2$

۱۹- اگر  $\overline{ab}$  عددی دو رقمی با ارقام متمایز باشد و  $10 < b \in \mathbb{N} < a$  باشد، عدد  $\overline{ab} \bar{1} 1 \bar{a}$  را همواره به کدام صورت می‌توان نوشت؟

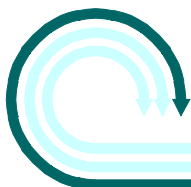
۲۸٪ ۱۴٪ ۹۳/۸ ۱۳۵۳۴

- (۱)  $\overline{acb}$
- (۲)  $\overline{abc}$
- (۳)  $\overline{cab}$
- (۴)  $\overline{bcb}$

۲۰- عدد  $\overline{bab} < \overline{aba}$  را به کدام صورت می‌توان نوشت؟ ( $a$  و  $b$  ارقام متمایز و مخالف صفرند).

۲۶٪ ۱۱٪ ۹۲/۷ ۱۳۵۲۸

- (۱)  $11 \cdot (a < b)$
- (۲)  $121 (a < b)$
- (۳)  $111 (a < b)$
- (۴)  $1 \cdot 1 (a < b)$



## سؤال‌های دشوارتر ???

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۰۰۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۱ سوال پاسخ دهند.  
انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۵۰۰ تا ۶۲۵۰ از هر ۱۰ سوال به ۲ سوال پاسخ دهند.  
انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۳ سوال پاسخ دهند.

۲۱- در الگوی زیر، عدد حاصل از سطر چندم برابر ۱۸۶۰ است؟

۱۴۲۳۰ ۹۲/۸ ۱۵% ۲۳%

$۱^۲ < ۲^۲ > ۱^۲$ N ۴	۲۹ (۱)
$۲^۲ < ۳^۲ > ۱^۲$ N ۱۲	۳۰ (۲)
$۳^۲ < ۴^۲ > ۱^۲$ N ۲۴	۳۱ (۳)
$\vdots$	۳۲ (۴)
$\vdots$	
$\vdots$	
$\vdots$	
$\vdots$	
N ۱۸۶۰	

۲۲- کدام عدد کلیت حکم «جذر هر عدد حقیقی مثبت از خودش کوچک‌تر است.» را نقض می‌کند؟

۱۳۵۳۴ ۹۳/۸ ۴% ۲۱%

$۱ < \sqrt{۲}$ (۴)	$\sqrt{۳} > ۱$ (۳)	$\sqrt{۲}$ (۲)	$\frac{۵}{۴}$ (۱)
--------------------	--------------------	----------------	-------------------

۲۳- اعداد کدام گزینه کلیت حکم «حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.» را نقض می‌کند؟

۱۵۱۷۶ ۹۴/۸ ۱۰% ۲۰%

$\sqrt{۱۲}, \sqrt{۶}$ (۲)	$\sqrt{۲۱۶}, \sqrt{۶}$ (۱)
$\sqrt{۱۸}, \sqrt{۱۲}$ (۴)	$\sqrt{۱۸}, \sqrt{۲۱۶}$ (۳)

۲۴- با توجه به الگوی زیر، حاصل جمع ارقام سمت راست تساوی در سطر پنجم کدام است؟

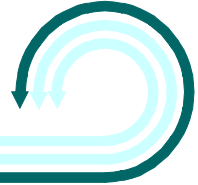
۹۶۱۱ ۹۴/۱ ۱۳% ۱۹%

$۱^۳ < ۲^۳ > ۳$ N ۶	۷ (۱)
$۲^۳ < ۳^۳ > ۴$ N ۳۱	۱۰ (۲)
$۳^۳ < ۴^۳ > ۵$ N ۸۶	۱۲ (۳)
$\vdots$	۱۴ (۴)
$\vdots$	

۲۵- با توجه به استدلال استقرایی، مجموع اعداد طبیعی فرد دو رقمی و کوچک‌تر از ۵۰ کدام است؟

۱۲۴۱۴ ۹۴/۷ ۱۰% ۱۹%

۲۵۰۰ (۴)	۶۵۰ (۳)	۶۲۵ (۲)	۶۰۰ (۱)
----------	---------	---------	---------



۲۶- حکم «به ازای هر  $n \in W$ ، عدد  $2^{n-1}$  همواره عددی غیر اول است.» به ازای کدام مقدار  $n$  نقض می‌شود؟ ( $W$ : مجموعه‌ی اعداد

حسابی)

۱۸٪ ۱۴٪ ۹۳/۱ ۱۴۴۹۹

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۲۷- حاصل  $2c > \overline{cab} < \overline{abc}$  همواره با کدام گزینه برابر است؟ ( $a$ ،  $b$  و  $c$  ارقام متمایز و مخالف صفراند.)

۱۷٪ ۸٪ ۹۲/۸ ۱۳۴۳۵

۲)  $\overline{11(abc)}$

۱)  $\overline{11(ab < 9c)}$

۴)  $\overline{11(ab < 2c)}$

۳)  $\overline{11(abc > 2c)}$

۲۸- حاصل  $\frac{1 < 2 < 3 < \dots < 999}{1 < 2 < 3 < \dots < 99}$  کدام است؟

۱۱٪ ۳٪ ۹۳/۱ ۱۴۴۹۹

۴)  $\frac{1110}{11}$

۳)  $\frac{111}{11}$

۲) ۱۰۰

۱) ۱۰

۲۹- مجموع اعداد فرد سه رقمی کوچک‌تر از ۵۰۰ کدام است؟

۱۱٪ ۳٪ ۹۲/۷ ۱۳۵۲۸

۲) ۶۲۵۰۰

۱) ۶۰۰۰۰

۴) ۱۲۵۰۰

۳) ۲۵۰۰۰۰

۳۰- اگر حاصل تقسیم عدد سه رقمی  $\overline{abc}$  بر عدد دو رقمی  $\overline{bc}$  برابر ۶ باشد، عدد  $\overline{bc}$  بر حسب رقم  $a$  کدام است؟

۱۰٪ ۴٪ ۹۴/۷ ۱۲۴۱۴

۲)  $2 \cdot a$

۱)  $1 \cdot a$

۴)  $4 \cdot a$

۳)  $3 \cdot a$