

دیفرانسیل

محل محاسبات

□ فصل صفر - یادآوری مفاهیم اولیه

☑ دنباله

□ حد

□ پیوستگی

□ مجانبی

۵۲۱- دنباله‌ی $a_n = \left\{ n \cos \frac{1}{n} \right\}$ چگونه است؟

(۱) کراندار- صعودی (۲) بی کران- صعودی (۳) واگرا- نزولی (۴) بی کران- غیر یکنوا

۵۲۲- کدام یک از دنباله‌های زیر صعودی است؟

$$(۱) \left\{ \frac{n-5}{2n-7} \right\} \quad (۲) \left\{ \frac{2n^2+3}{n^2+1} \right\} \quad (۳) \left\{ \frac{2^n}{n!} \right\} \quad (۴) \left\{ \frac{n^3+1}{n^3+2} \right\}$$

۵۲۳- به ازای چه مقداری از a دنباله‌ی $a_n = \left\{ \left(\frac{n+2}{n+1} \right)^{a \times n + 4} \right\}$ همگرا به $\frac{1}{e}$ خواهد بود؟

$$(۱) ۰ \quad (۲) \frac{-1}{2} \quad (۳) \frac{-1}{3} \quad (۴) \frac{1}{2}$$

۵۲۴- دنباله‌ی همگرای $\{a_n\}$ به صورت $a_{n+1} = \sqrt{2a_n - 1}$ و $a_1 = 2$ در این صورت $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ برابر است با:

$$(۱) \sqrt{2} \quad (۲) 2\sqrt{2} \quad (۳) ۱ \quad (۴) ۰$$

۵۲۵- دنباله‌ی $a_n = \left\{ \sqrt{n^4 + n^2 + 1} - \sqrt{n^4 + n^2 + 5} \right\}$ چگونه است؟

(۱) همگرا- یکنوا (۲) همگرا- غیر یکنوا (۳) واگرا- غیر یکنوا (۴) واگرا- یکنوا

۵۲۶- در صورتی که $a_n = \left\{ \frac{3n+4}{2n-7} \right\}$ و $k > 0$ وجود داشته باشد که به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ داشته باشیم

$|a_n| < k$ در این صورت مقدار k کدام است؟

$$(۱) \frac{7}{5} \quad (۲) \frac{3}{2} \quad (۳) ۱۳ \quad (۴) ۱۶$$

۵۲۷- کدام گزینه در مورد دنباله‌ی $a_n = \log \left(\frac{1}{4n^2 - 28n + 5} \right)$ صحیح است؟

(۱) همواره نزولی است. (۲) از جمله‌ی چهارم به بعد نزولی است.

(۳) از جمله‌ی چهارم به بعد صعودی است. (۴) از جمله‌ی سوم به بعد نزولی است.

۵۲۸- در صورتی که $a_n = \left\{ \sin \frac{n\pi}{2} \right\}$ و $b_n = \left\{ \cos \frac{n\pi}{2} \right\}$ کدام دنباله واگرا خواهد بود؟

$$(۱) \left\{ \frac{a_{n+1}}{b_n} \right\} \quad (۲) \{a_n \times b_n\} \quad (۳) \{a_n + b_{n+1}\} \quad (۴) \{a_{2n} + b_{2n}\}$$

۵۲۹- کدام دنباله واگراست؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

$$(۱) \left\{ \frac{n^2 + \cos n}{n^2 + \sin n} \right\} \quad (۲) \left\{ \cos \left((n-1) \frac{\pi}{2} \right) \right\} \quad (۳) \left\{ \cos \left(n! \times \frac{\pi}{2} \right) \right\} \quad (۴) \left\{ \left[\frac{(\cos n \pi)^{2n-1}}{n} \right] \right\}$$

محل محاسبات

۵۳۰- حد دنباله‌ی $a_n = \left\{ \left[\frac{\sqrt{2n^2+3}}{n^2+2} \right] + \left[\frac{\sqrt{2n^2+19}}{2n^3+5} \right] \right\}$ چند است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۳۱- به ازای چه مقادیری از a دنباله‌ی $a_n = \left\{ \left[\sqrt{n+3} - \sqrt{n+a} \right] \right\}$ همگرا به (-1) است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $0 < a < 3$ (۲) $a > 3$ (۳) $a \in \mathbb{R}$ (۴) $a = 3$

۵۳۲- جملات دنباله‌ی $2/499, 2/4999, 2/49999, 2/499999, \dots$ به یک عدد ثابت و گویا بسیار نزدیک می‌شود. جمله‌ی پنجم دنباله‌ی تفاضل آنها از این عدد ثابت کدام است؟

- (۱) 10^{-6} (۲) 10^{-5} (۳) 10^{-4} (۴) 2×10^{-5}

۵۳۳- اگر $a_n = \begin{cases} \frac{1}{3} + \frac{1}{n}, & n = 2k \\ 1 - \frac{1}{n}, & n = 2k+1 \end{cases}$ باشد، آن‌گاه $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+2} - a_{n+4})$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) وجود ندارد.

۵۳۴- نقاط نمودار کدام یک از دنباله‌های زیر، واقع برخطی به موازات محور X ها است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

(۱) $\left[\frac{\sin n}{n} \right]$ (۲) $\left[\cos \frac{n\pi}{2} \right]$

(۳) $\left[(\sin^3 \frac{7\pi}{6})^{n^2-n} \right]$ (۴) $\left[(\cos^3 \frac{7\pi}{6})^{n^2+n} \right]$

۵۳۵- چه تعداد از جملات دنباله‌ی $a_n = \left\{ \frac{n + \cos n\pi}{2n+1} \right\}$ در بازه‌ی $\left(\frac{4}{10}, \frac{6}{10} \right)$ قرار نمی‌گیرند؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۵۳۶- در دنباله‌ی $\{a_n\}$ که در آن $a_0 = 1$ و $a_n = (-1)^n \times a_{n-1} \times \cos\left(\frac{x}{n}\right)$ ، با در نظر گرفتن

$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$ و به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ ، اختلاف ۲ مقدار واگرایی کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{3}}{\pi}$ (۲) $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$ (۳) $\frac{3}{\pi}$ (۴) $\frac{6}{\pi}$

۵۳۷- اگر $a_1 = 1$ ، در دنباله‌ی بازگشتی $a_{n+1} = a_n + \frac{n^2}{3}$ جمله‌ی دهم کدام است؟

- (۱) $1 + \frac{(45)^2}{3}$ (۲) $\frac{(45)^2}{3}$ (۳) $1 + \left(\frac{45}{3}\right)^2$ (۴) $\left(\frac{45}{3}\right)^2$

۵۳۸- اگر دنباله‌ی a_n صعودی و بی‌کران باشد، آنگاه کدام یک از دنباله‌های زیر، کران بالا و پایین ندارد؟

(۱) $\frac{3^{2a_n} + 4^{a_n}}{9^{a_n+1}}$ (۲) $\left[\frac{\cos n\pi}{a_n} \right]$

(۳) $\log a_n$ (۴) $a_n \cos \frac{n\pi}{4}$

۵۳۹- دنباله‌ی $a_n = \log \frac{1}{n}$ شرایط کدام گزینه را داراست؟

(۱) واگراست، کران بالا و پایین ندارد. (۲) کران بالا دارد و واگراست.

(۳) کران پائین دارد و واگراست. (۴) همگراست ولی کران دار نیست.

۵۴۰- در صورتی که $0 < a < 1$ باشد، اختلاف بین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جمله‌ی دنباله‌ی

$a_n = \left\{ (-a)^{n+1} \right\}$ کدام است؟

- (۱) $a_1 - a_2$ (۲) $a_1 - \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ (۳) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n - a_1$ (۴) $a_1 - a_2$

فیزیک پیش‌دانشگاهی

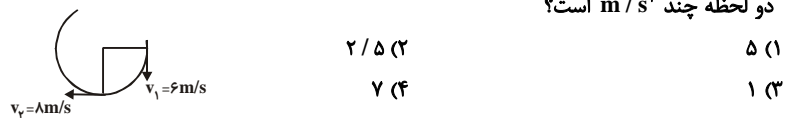
محل محاسبات

- حرکت در یک بُعد
- نمودارهای حرکت و سقوط آزاد
- حرکت در دو بُعد - پرتابه
- دینامیک
- حرکت دایره‌ای

۸۴۱- معادله‌های حرکت ذره‌ای در صفحه‌ی xOy برحسب یکاهای SI به صورت $y = t^3 + \frac{9}{4}t$ و $x = \frac{4}{3}t^3 - 4t$ است. اندازه‌ی سرعت این ذره، هنگامی که اندازه‌ی شتاب آن به $\frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$ می‌رسد، چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۶ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) ۱۰

۸۴۲- ذره‌ای بر روی دایره‌ای به شعاع R حرکت می‌کند و سرعت آن در شکل زیر در دو لحظه $t_1 = 2s$ و $t_2 = 4s$ به وسیله‌ی بردارهای V_1 و V_2 نشان داده شده است. شتاب متوسط این ذره بین این دو لحظه چند m/s^2 است؟



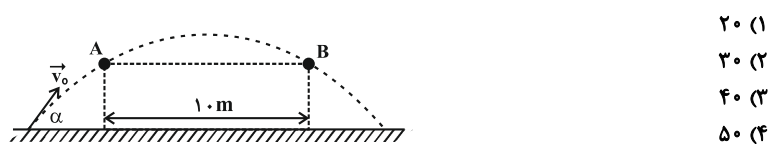
۸۴۳- معادله‌های مکان دو متحرک A و B در SI، به ترتیب $\vec{r}_A = (t^2 + 1)\vec{i} + (t + 2)\vec{j}$ و $\vec{r}_B = (2t^2 - 3)\vec{i} + 2t\vec{j}$ می‌باشد. در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر برخورد می‌کنند بردار سرعت متحرک A در SI کدام است؟

- (۱) $2\vec{i} + \vec{j}$ (۲) $4\vec{i} + \vec{j}$ (۳) $5\vec{i} + 4\vec{j}$ (۴) $8\vec{i} + 2\vec{j}$

۸۴۴- معادله‌ی حرکت دو بُعدی جسمی در SI به صورت $x = 2 \cdot t^2$ و $y = -5t^3$ است. زاویه‌ی بین بردارهای سرعت و شتاب این جسم در لحظه‌ی $t = 1s$ برابر با چند درجه است؟ $(\tan 37^\circ = \frac{3}{4}, \tan 2^\circ = \frac{3}{8})$

- (۱) ۱۷ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۳۷

۸۴۵- در شرایط خلأ و مطابق شکل زیر، گلوله‌ای با سرعت اولیه‌ی \vec{v}_0 از سطح زمین پرتاب می‌شود و در لحظه‌های $t_A = 3s$ و $t_B = 5s$ ، به ترتیب از نقطه‌های A و B که در یک سطح افقی قرار دارند، عبور می‌کند. بُرد این گلوله برابر با چند متر است؟



۸۴۶- گلوله‌ای در شرایط خلأ تحت زاویه‌ی $\alpha < 90^\circ$ نسبت به سطح افق رو به بالا پرتاب می‌شود، زاویه‌ی بین بردارهای سرعت و شتاب از لحظه‌ی پرتاب تا رسیدن به نقطه‌ی اوج، چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
- (۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
- (۳) پیوسته افزایش می‌یابد.
- (۴) پیوسته کاهش می‌یابد.

محل محاسبات

۸۴۷- اگر برد و ارتفاع اوج پرتابه‌ای که از سطح زمین پرتاب شده به ترتیب 40° و 10° متر باشد. زاویه‌ی

پرتاب آن نسبت به افق چند درجه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$ و مقاومت هوا ناچیز است).

- (۱) 30° (۲) 45°
(۳) 60° (۴) 10°

۸۴۸- جسمی به جرم 2 kg در راستایی که با افق زاویه‌ی 30° می‌سازد با سرعت اولیه‌ی 10 m/s به

طرف بالا پرتاب می‌شود. کم‌ترین انرژی جنبشی آن در طول مسیر حرکت چند ژول است؟

($g = 10 \text{ N/kg}$)

- (۱) 25 (۲) $12/5$
(۳) 50 (۴) 75

۸۴۹- گلوله‌ای از سطح زمین پرتاب شده و معادله‌ی مسیر آن در SI به صورت $y = -x^2 + 20x$ است.

برد و ارتفاع اوج این گلوله به ترتیب چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) $40, 200$ (۲) $20, 100$
(۳) $10, 40$ (۴) $20, 80$

۸۵۰- در شرایط خلأ گلوله‌ای را از سطح زمین پرتاب می‌کنیم. 3 ثانیه پس از پرتاب، گلوله با سرعت

$40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از بالاترین نقطه‌ی مسیر می‌گذرد. سرعت اولیه‌ی پرتاب برحسب متر بر ثانیه و زاویه‌ی

پرتاب نسبت به سطح زمین برحسب درجه، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

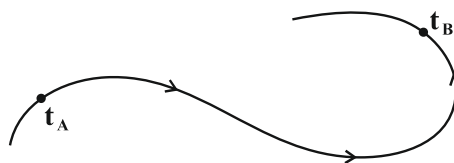
($\sin 37^\circ = .6$)

- (۱) $50, 53^\circ$ (۲) $50, 37^\circ$
(۳) $40, 37^\circ$ (۴) $40, 53^\circ$

۸۵۱- مسیر حرکت متحرکی که با اندازه‌ی سرعت ثابت در صفحه‌ی xOy حرکت می‌کند، مطابق

منحنی زیر است. جهت بردار شتاب متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی t_A تا t_B ، تقریباً مطابق

با کدام گزینه‌ی زیر است؟



- (۱) \rightarrow
(۲) \leftarrow
(۳) \uparrow
(۴) \downarrow

۸۵۲- معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $\vec{r} = (t^3)\vec{i} + (t^2 + t)\vec{j}$ است. بردار شتاب متوسط در

بازه‌ی زمانی $t = 0$ تا $t = 1 \text{ s}$ کدام است؟

- (۱) $3\vec{i} + 2\vec{j}$ (۲) $3\vec{i} + \vec{j}$
(۳) $\vec{i} + 3\vec{j}$ (۴) $\vec{i} + 2\vec{j}$

۸۵۳- معادله‌ی حرکت دو بعدی جسمی در SI به صورت $x = 20t$ و $y = -5t^2$ می‌باشد. زاویه‌ی بین

بردارهای سرعت و شتاب در لحظه‌ی $t = 2 \text{ s}$ چند درجه است؟

- (۱) 45° (۲) 90°
(۳) 60° (۴) 30°

۸۵۴- ذره‌ای روی خط $y = x + 1$ (در SI) با سرعت ثابت $4\sqrt{2} \text{ m/s}$ در حرکت است. بردار سرعت آن

کدام است؟

- (۱) $\vec{v} = 4\vec{i} + 4\vec{j}$ (۲) $\vec{v} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$
(۳) $\vec{v} = 4\sqrt{2}\vec{i} + 4\sqrt{2}\vec{j}$ (۴) $\vec{v} = 4\sqrt{2}\vec{i} + 2\sqrt{2}\vec{j}$

محل محاسبات

۸۵۵- از سطح زمین گلوله‌ای در شرایط خلاء تحت زاویه‌ی 37° نسبت به سطح افق پرتاب می‌شود. اگر

- پس از ۳ ثانیه به نقطه‌ی اوج برسد، ارتفاع نقطه‌ی اوج چند متر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
- (۱) ۴۵
(۲) ۹۰
(۳) ۴۰
(۴) ۸

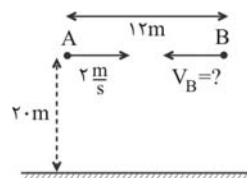
۸۵۶- گلوله‌ای را از سطح زمین در راستایی که با سطح افقی زاویه‌ی 40° درجه می‌سازد رو به بالا پرتاب

- می‌کنیم. اگر با ثابت ماندن سرعت اولیه، زاویه‌ی پرتاب را زیاد کنیم طول برد گلوله چگونه تغییر می‌کند؟
- (۱) افزایش می‌یابد.
(۲) کاهش می‌یابد.
(۳) ثابت می‌ماند.
(۴) بسته به شرایط هر یک از سه گزینه می‌تواند صحیح باشد.

۸۵۷- در شرایط خلاء گلوله‌ای از روی سطح زمین با سرعت اولیه‌ی V_0 در جهتی که با افق زاویه‌ی 45°

- درجه می‌سازد رو به بالا پرتاب می‌شود. در ضمن حرکت اندازه‌ی تغییر سرعت گلوله در یک بازه‌ی زمانی ۳ ثانیه‌ای چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)
- (۱) ۳۰
(۲) $30\sqrt{2}$
(۳) $5\sqrt{2}$
(۴) باید معلوم باشد ۳ ثانیه مربوط به چه بازه‌ی زمانی است.

۸۵۸- در شکل زیر از ارتفاع 20 متری سطح زمین به‌طور هم‌زمان دو گلوله را از نقطه‌های A و B به فاصله‌ی 12 متر در خلاف جهت هم در راستای افقی پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو گلوله در لحظه‌ی برخورد به زمین به یک نقطه برسند سرعت اولیه‌ی گلوله‌ی B چند متر بر ثانیه است؟



($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است)

- (۱) ۳
(۲) ۶
(۳) ۵
(۴) ۴

۸۵۹- گلوله‌ای تحت زاویه‌ی α نسبت به افق، در میدا‌ء زمان از میدا‌ء مختصات پرتاب می‌شود. این گلوله

در لحظه‌های $t_1 = 3\text{s}$ و $t_2 = 5\text{s}$ از نقطه‌هایی می‌گذرد که در یک ارتفاع قرار دارند و فاصله‌ی بین آن‌ها 60 متر است. سرعت اولیه‌ی گلوله چند متر بر ثانیه است؟ (مقاومت هوا ناچیز است و

$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

- (۱) ۵۰
(۲) ۳۵
(۳) ۴۰
(۴) ۳۰

۸۶۰- در شرایط خلاء گلوله‌ای از بالای برجی به ارتفاع 80 متر به‌طور افقی پرتاب می‌شود و در فاصله‌ی

160 متری از پای برج به زمین برخورد می‌کند. در لحظه‌ی برخورد به زمین، زاویه‌ی بین بردار

سرعت گلوله و راستای افقی چند درجه است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) ۶۰
(۲) ۴۵
(۳) ۳۰
(۴) ۳۷