

## فصل اول

### پدیده‌های تصادفی و احتمال

مقدمات

فضای نمونه‌ای

فضای پیشامد

مؤلف: فرهاد وفایی  
ویراستاران: بهرام طالبی - فرهاد وفایی

- ۱ خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. فضای نمونه‌ای مربوط به جنسیت فرزندان را بنویسید. پیشامدی از این فضا را بنویسید که:  
 (الف) فقط یک فرزند دختر وجود داشته باشد.

- ب) دو فرزند بزرگ‌تر هم‌جنس و دو فرزند کوچک‌تر با جنسیت مختلف باشند.

**نکته** (اهمیات مل): هر فرزند دو حالت «پسر» یا «دختر» دارد. طبق اصل ضرب در آنالیز ترکیبی، چهار فرزند، دارای ۱۶ حالت مختلف هستند.

- ۲ سه سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه‌ای را بنویسید. پیشامدی از این فضا را بنویسید که:  
 (الف) هر سه سکه مانند هم باشند.

- ب) فقط دو سکه «رو» آمده باشد.

- پ) حداقل یک سکه «پشت» آمده باشد.

**نکته** (اهمیات مل): هر سکه دارای دو حالت «پشت» و «رو» می‌باشد.

- ۳ دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه‌ای را بنویسید. پیشامدی از این فضا را بنویسید که:  
 (الف) مجموع اعداد رو شده در دو تاس، هفت باشد.

ب) حاصل ضرب اعداد رو شده در دو تاس، کوچک‌تر از  $30$  نباشد.

پ) هر دو عدد رو شده فرد و مجموع آن‌ها بزرگ‌تر یا مساوی  $10$  باشد.

ت) عدد رو شده در تاس اول زوج و بزرگ‌تر از عدد رو شده در تاس دوم باشد.

**کلید** (اهمیات مل): هر تاس دارای  $6$  حالت مختلف است. اعداد رو شده از پرتاب دو تاس را به صورت زوج مرتب  $(a, b)$  بنویسید و حالت‌های خواسته شده را محاسبه کنید.

-۴-

در کیسه‌ای دو مهره‌ی قرمز و سه مهره‌ی آبی و پنج مهره‌ی سبز وجود دارد. می‌خواهیم دو مهره به تصادف از این کیسه انتخاب کنیم. تعداد اعضای فضای نمونه‌ای را در هر یک از حالت‌های زیر مشخص کنید:

الف) دو مهره هم‌زمان برداشته شوند.

ب) دو مهره پی در پی و بدون جای‌گذاری برداشته شوند.

پ) دو مهره پی در پی و با جای‌گذاری برداشته شوند.

**کلید** (اهمیات مل): تعداد حالت‌های انتخاب  $r$  شیء از  $n$  شیء متمایز، برابر  $C(n, r)$  یا  $\binom{n}{r}$  است. در حالت بدون جای‌گذاری بعد از برداشتن مهره، آن را به کیسه باز نمی‌گردانیم ولی در حالت با جای‌گذاری آن را به کیسه بر می‌گردانیم.

-۵-

هر یک از اعداد سه رقمی (بدون تکرار) که می‌توان با مجموعه‌ی ارقام  $\{6, 5, 4, 3, 2, 1\}$  ساخت را روی یک کارت نوشته و کارت‌ها (کارت‌ها مشابه هم هستند) را داخل کیسه‌ای قرار می‌دهیم. یک کارت به تصادف بیرون می‌آوریم:

الف) فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟

ب) پیشامدی از این فضا که عدد روی کارت بیرون آمده زوج باشد، چند عضو دارد؟

پ) پیشامدی از این فضا که عدد روی کارت بیرون آمده مضرب پنج باشد، چند عضو دارد؟

ت) پیشامدی از این فضا که عدد روی کارت بیرون آمده از  $230$  بزرگ‌تر باشد، چند عضو دارد؟

**کلید** (اهمیات مل): باید به کمک آنالیز ترکیبی تعداد اعداد سه رقمی (یعنی در واقع تعداد کارت‌ها) را محاسبه کنید. عدد سه رقمی را به صورت  $\square \square \square$  در نظر گرفته و در هر مورد تعداد حالت‌های مختلف ارقامی که در هر خانه قرار می‌گیرند را محاسبه کرده و به کمک اصل ضرب، جواب را بدست آورید. دقت کنید که در خانه‌ی مربوط به رقم صدگان، صفر نمی‌تواند قرار بگیرد.

-۶

کلمات سه حرفی که می‌توان با حروف کلمه‌ی «منوچهری» ساخت را در نظر بگیرید. هر کلمه را روی یک برگ کاغذ با ابعاد مشخص (تمام برگ‌ها مشابه هم باشند) بنویسید و هر برگ را به یک دانش‌آموز کلاس سوم تجربی بدھید. دانش‌آموزی را به تصادف صدا زده و کلمه‌ی نوشته شده روی برگ‌هاش را از او پرسید:

(الف) فضای نمونه‌ای این عمل چند عضو دارد؟ (فرض کنید دقیقاً به تعداد کلمات ساخته شده دانش‌آموز سوم تجربی وجود دارد و کلمه‌ها حرف تکراری ندارند)

(ب) پیشامدی از این فضا که کلمه‌ی دانش‌آموز انتخاب شده، با حرف نقطه‌دار شروع نشده باشد، چند عضو دارد؟

**گلگوه** (اهمیات هل): در واقع باید به کمک آنالیز ترکیبی، تعداد کلمات سه حرفی بدون تکرار را حساب کنید. وقتی که حرف «ی» وقتی در ابتدای کلمه می‌آید به صورت «ب» نوشته می‌شود.

### قواین احتمال

### محاسبه‌ی احتمال

-۷

چهار سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. با چه احتمالی فقط سه سکه «پشت» می‌آیند؟

**گلگوه** (اهمیات هل): از فرمول محاسبه‌ی احتمال  $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$  استفاده کنید.

-۸

در پرتاب سه سکه با هم، پیشامد A را یکسان بودن هر سه سکه و پیشامد B را یکسان بودن فقط دو سکه، در نظر بگیرید. نسبت احتمال وقوع پیشامد A به احتمال وقوع پیشامد B را محاسبه کنید.

**گلگوه** (اهمیات هل): در هر مورد تعداد اعضای فضای نمونه‌ای و پیشامد را مشخص کرده و از فرمول احتمال استفاده کنید. در آخر  $\frac{p(A)}{p(B)}$  را محاسبه کنید.

-۹

یک سکه را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار «رو» بیاید. با چه احتمالی این عمل در پرتاب پنجم رخ می‌دهد؟

**گلگوه** (اهمیات هل): پرتاب پنجم «رو» است و چهار پرتاب قبلی همگی «پشت» هستند.

-۱۰

حسن، حسین و علی برای شروع کردن یک مسابقه، به‌طور هم‌زمان سکه پرتاب می‌کنند. کسی مسابقه را شروع می‌کند که حالت آمدن سکه‌هاش با بقیه متفاوت است. با چه احتمالی هیچ یک مسابقه را شروع نمی‌کنند؟

**گلگوه** (اهمیات هل): بدیهی است که باید سه سکه یکسان بیایند.

یک خانواده با سه فرزند را در نظر بگیرید. احتمال وقوع هر یک از پیشامدهای زیر را محاسبه کنید:

الف) هر سه فرزند هم جنس باشند.

ب) فقط دو فرزند بزرگتر هم جنس باشند.

پ) حداقل یک دختر در خانواده وجود داشته باشد.

**کلید** (اهمیات مل): تعداد حالت‌های فضای نمونه‌ای و پیشامد را حساب کرده و از فرمول احتمال استفاده کنید.

در پرتاب دو تاس، احتمالی را حساب کنید که عدد تاس اول از عدد تاس دوم کوچک‌تر باشد.

**کلید** (اهمیات مل): اعداد رو شده از پرتاب دو تاس را به صورت زوج مرتب (a, b) در نظر بگیرید و تعداد حالت‌های خواسته شده را حساب کنید.

در پرتاب سه تاس، احتمالی را حساب کنید که عدد تاس سوم برابر مجموع اعداد تاس‌های اول و دوم باشد.

**کلید** (اهمیات مل): اعداد رو شده از پرتاب سه تاس را به صورت (a, b, c) در نظر بگیرید و حالت‌های  $a + b = c$  را محاسبه کنید.

در پرتاب دو تاس و یک سکه با هم، احتمال وقوع پیشامدی را حساب کنید که اعداد رو شده‌ی دو تاس با هم برابر باشند.

**کلید** (اهمیات مل): هر تاس ۶ حالت و سکه ۲ حالت دارند. بنابراین فضای نمونه‌ای  $72 = 6 \times 6 \times 2$  عضو دارد.

در پرتاب دو تاس با هم، با چه احتمالی مجموع اعداد رو شده، بزرگ‌تر یا مساوی ۱۰ است؟

**کلید** (اهمیات مل): تعداد اعضای فضای نمونه‌ای و پیشامد را حساب کرده و از فرمول احتمال استفاده کنید.

شش مهره با شماره‌های ۱ تا ۶ درون کیسه‌ای قرار دارد. دو مهره به تصادف و همزمان بر می‌داریم. با چه احتمالی مجموع اعداد روی دو مهره،

بزرگ‌تر یا مساوی ۱۰ است؟

**کلید** (اهمیات مل): تعداد حالت‌های انتخاب r شیء از میان n شیء متمایز برابر  $C(n, r)$  است. دقت کنید که در این سؤال حالت (a, b) با حالت (b, a)، به دلیل همزمان برداشتن مهره‌ها، یکسان است.

- ۱۷

اگر در سؤال ۱۶، مهره‌ها پی در پی و بدون جای‌گذاری برداشته شوند، احتمال مورد نظر را محاسبه کنید.

**گلچین** (اهمیات هل): در این نوع برداشت، مهره‌ها یکی یکی برداشته می‌شوند و به کيسه بازنمی‌گردند. بنابراین  $(b, a)$  با  $(a, b)$  متفاوت است.

- ۱۸

اگر در سؤال ۱۶، مهره‌ها پی در پی و با جای‌گذاری برداشته شوند، احتمال مورد نظر را محاسبه کنید.

**گلچین** (اهمیات هل): در این سؤال هم، مهره‌ها یکی یکی برداشته می‌شوند ولی دوباره به کيسه انداخته می‌شوند. دقت کنید که در این نوع برداشت، حالت  $(a, a)$  نیز دیده می‌شود.

- ۱۹

در یک گروه ده نفری از دانشآموزان، ۶ نفر دانشآموز رشته‌ی ریاضی و بقیه دانشآموز رشته‌ی تجربی هستند. سه نفر از بین آن‌ها به‌طور تصادفی و همزمان انتخاب می‌کنیم. احتمال وقوع هر یک از پیشامدهای زیر را حساب کنید:

الف) هر سه دانشآموز هم‌رشته باشند.

ب) فقط دو دانشآموز رشته‌ی تجربی انتخاب شوند.

پ) حداقل دو دانشآموز رشته‌ی ریاضی انتخاب شده باشند.

**گلچین** (اهمیات هل): از فرمول  $C(n, r)$  استفاده کنید. حداقل دو دانشآموز رشته‌ی ریاضی، یعنی دو دانشآموز رشته‌ی ریاضی و یک دانشآموز رشته‌ی تجربی یا سه دانشآموز رشته‌ی ریاضی انتخاب شده باشند.

- ۲۰

در جعبه‌ای ۶ لامپ وجود دارد که دو تای آن‌ها آفتابی و بقیه مهتابی هستند. از این جعبه دو لامپ به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را محاسبه کنید:

الف) هر دو لامپ از یک نوع باشند.

ب) دو لامپ، همنوع نباشند.

**گلچین** (اهمیات هل): از فرمول  $C(n, r)$  استفاده کنید.

در جعبه‌ای ۵ مهره‌ی قرمز، ۲ مهره‌ی آبی و ۴ مهره‌ی سبز وجود دارد. سه مهره به تصادف از این جعبه انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی هر سه مهره

رنگ‌های متفاوتی دارند؟

**کلید** (اهمای مل): از فرمول  $C(n, r)$  استفاده کنید.

از بین ۵ زوج متاهل دو نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این دو نفر، زن و شوهر هستند؟

**کلید** (اهمای مل): ۵ زوج متأهل، ۱۰ نفر زن و مرد هستند که باید از بین آن‌ها دو نفر انتخاب کنید.

از بین ۴ جفت کفش، سه لنگه به تصادف انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی حتماً یک جفت کفش انتخاب شده است؟

**کلید** (اهمای مل): ۴ جفت کفش، ۸ لنگه هستند که باید از بین آن‌ها سه لنگه انتخاب کنید.

در یک جعبه ۶ مهره‌ی سبز و تعدادی مهره‌ی قرمز وجود دارد. دو مهره از این جعبه به تصادف بیرون می‌آوریم. اگر احتمال همنگ بودن دو مهره

۵۰ درصد باشد، تعداد مهره‌های قرمز را تعیین کنید.

**کلید** (اهمای مل): تعداد مهره‌های قرمز را  $x$  فرض کنید. از  $C(n, r)$  و فرمول محاسبه‌ی احتمال استفاده کرده و معادله‌ی به دست آمده بر حسب  $x$  را حل کنید.

از میان اعداد دو رقمی کوچک‌تر از ۳۰ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را حساب کنید:

الف) عدد انتخاب شده، اول باشد.

ب) عدد انتخاب شده، زوج و مضرب ۳ باشد.

پ) عدد انتخاب شده، فرد و مضرب ۵ باشد.

**کلید** (اهمای مل): کافی است تعداد اعضای فضای نمونه‌ای و پیشامد را در هر مورد تعیین و از فرمول محاسبه‌ی احتمال استفاده کنید.

-۴۶

هر یک از اعداد دو رقمی بدون تکرار ساخته شده با مجموعه‌ی اعداد طبیعی اول یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها، یک کارت به تصادف انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی عدد روی کارت اول است؟ (کارت‌ها همگی مشابه هم هستند)

**کلید:** (اهمیات مل) مجموعه‌ی اعداد طبیعی یک رقمی و اول عبارت است از:  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

-۴۷

مجموعه‌ی  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  مفروض است. تمام زیرمجموعه‌های سه عضوی آن را نوشته و یکی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال یکی از اعداد مجموعه‌ی انتخاب شده، ۲ است؟

**کلید:** (اهمیات مل) تعداد زیرمجموعه‌های  $r$  عضوی از مجموعه‌ی  $n$  عضوی، برابر  $C(n, r)$  است. همچنین تعداد زیرمجموعه‌های  $r$  عضوی از مجموعه‌ی  $n$  عضوی شامل  $k$  عضو مشخص، برابر  $C(n-k, r-k)$  است.

-۴۸

دو پسر و سه دختر به طور تصادفی در یک ردیف کنار هم می‌ایستند. با چه احتمالی دو پسر همواره کنار هم ایستاده‌اند؟

**کلید:** (اهمیات مل) دو پسر در کنار هم را به صورت یک شیء در نظر می‌گیریم.

-۴۹

در سؤال قبل، با چه احتمالی افراد به صورت یک در میان (یکی پسر و یکی دختر) کنار هم ایستاده‌اند؟

**کلید:** (اهمیات مل) این افراد باید به صورت  $\boxed{d} \boxed{p} \boxed{d} \boxed{p}$  قرار بگیرند.

-۵۰

با استفاده از حروف  $a$ ,  $b$  و  $c$ ، کلمات سه حرفی را ساخته و یکی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی در بین حروف کلمه‌ی انتخاب شده، حرف تکراری وجود دارد؟

**کلید:** (اهمیات مل) از آنالیز ترکیبی استفاده کنید.

-۵۱

اگر یک عدد سه رقمی با کنار هم قرار گرفتن تصادفی ارقام متمایز  $8, 1, 3, 5, 6, 0$  به وجود آید، با چه احتمالی این عدد فرد است؟

**کلید:** (اهمیات مل) از آنالیز ترکیبی استفاده کنید.

## قوانين احتمال

## پیشامد متمم

-۳۲

در پرتاب سه سکه با هم، احتمالی را حساب کنید که حداقل یک سکه، «پشت» آمده باشد.

-۳۳

**کلید:** (اهنگی هل؛ متمم پیشامد «حداقل یکی پشت» پیشامد «هیچ پشت» می‌باشد.

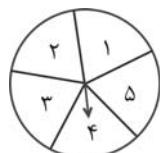
-۳۴

در خانواده‌ای با چهار فرزند، احتمال وجود حداقل ۳ فرزند پسر را محاسبه کنید.

-۳۵

**کلید:** (اهنگی هل؛ از پیشامد متمم استفاده کنید.

یک سکه را حداقل چند بار باید پرتاب کرد تا احتمال آمدن حداقل یک بار «پشت» بیش از ۹۹ درصد باشد؟



دو صفحه‌ی عقربه‌دار به صورت شکل زیر طوری به حرکت درمی‌آیند که پس از ایستادن، هر عقربه، عددی را نشان می‌دهد. با چه احتمالی پس از ایستادن دو عقربه، اعداد نشان داده شده با هم برابر نمی‌باشند؟

-۳۶

**کلید:** (اهنگی هل؛ هر عقربه ۵ حالت دارد، بنابراین فضای نمونه‌ای  $5 \times 5 = 25$  عضو دارد. از پیشامد متمم استفاده کنید.

در ظرفی ۵ مهره‌ی سبز و سه مهره‌ی قرمز وجود دارد. سه مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی حداقل یکی از مهره‌ها سبز است؟

**کلید:** (اهنگی هل؛ پیشامد هر سه مهره قرمز را حساب کنید و از پیشامد متمم استفاده کنید.

پدر و مادر به همراه سه فرزندشان به تصادف کنار هم می‌ایستند تا عکس یادگاری از آن‌ها گرفته شود. با چه احتمالی در این عکس پدر و مادر کنار هم قرار ندارند؟

**کلید:** (اهمیات مل): حالت قرارت گرفتن کنار هم را حساب کنید و از پیشامد متمم استفاده کنید.

با ارقام صفر تا ۹ به طور تصادفی عدد سه رقمی (بدون تکرار) ساخته‌ایم، با چه احتمالی این عدد زوج است؟

**کلید:** (اهمیات مل): حالت فرد بودن را حساب کنید و از پیشامد متمم استفاده کنید.

**قوانين احتمال**

**اجتماع دو پیشامد**

**پیشامدهای سازگار و ناسازگار**

اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد ناسازگار باشند و  $p(A \cup B) = \frac{1}{4}$  و  $p(A) = \frac{1}{3}$  را حساب کنید.

**کلید:** (اهمیات مل): در حالت ناسازگار بودن دو پیشامد  $A$  و  $B$  داریم:  $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ .

اگر  $p(A \cap B) = \frac{1}{5}$  و  $p(B) = \frac{1}{4}$  و  $p(A') = \frac{1}{7}$  را حساب کنید.

**کلید:** (اهمیات مل): از رابطه  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$  استفاده کنید.

اگر  $\frac{p(A \cup B)}{p(A \cap B)} = 2$ ، آنگاه حاصل  $2p(A) = 3p(B) = 5p(A \cap B)$  را حساب کنید.

**کلید:** (اهمیات مل):  $p(A)$  و  $p(B)$  را بر حسب  $p(A \cap B)$  به دست آورده و در رابطه  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$  جای‌گذاری کنید.

اگر  $p(A') + p(B') = p(A) + p(B)$  و  $p(A) + p(B) = p'(A) + p'(B)$  را به دست آورید.

**کلید:** (اهمیات مل): دقت کنید که برای هر پیشامد مانند  $A$  رابطه  $p(A) \leq 1$  برقرار است. در ضمن وقتی یک عدد بین  $0$  و  $1$  بتوان برسد، کوچک‌تر می‌شود.

(ت)

**جواب‌های فصل ۱**

- ۱

$$D = \{(2, 1), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (6, 1)\}$$

$$, (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)\}$$

$$C(1\cdot, 2) = 45 \quad \text{الف} \quad - ۴$$

$$C(1\cdot, 1) \times C(4, 1) = 4 \cdot \text{ب}$$

$$C(1\cdot, 1) \times C(1\cdot, 1) = 1 \cdot \text{ب}$$

$$1 \cdot 5 \quad 180 \quad \text{الف} \quad - ۵$$

$$139 \quad 55 \quad \text{ب} \quad -$$

$$120 \quad 210 \quad \text{الف} \quad - ۶$$

$$p(A) = \frac{1}{4} \quad - ۷$$

$$\frac{p(A)}{p(B)} = \frac{1}{3} \quad - ۸$$

$$p(A) = \frac{1}{32} \quad - ۹$$

$$p(A) = \frac{1}{4} \quad - 10$$

$$p(A) = \frac{1}{4} \quad \text{الف} \quad - 11$$

$$p(B) = \frac{1}{4} \quad \text{ب} \quad -$$

$$p(C) = \frac{1}{2} \quad \text{ب} \quad -$$

$$p(A) = \frac{5}{12} \quad - 12$$

$$p(A) = \frac{5}{22} \quad - 13$$

$$p(A) = \frac{1}{6} \quad - 14$$

$$p(A) = \frac{1}{6} \quad - 15$$

$$p(A) = \frac{2}{15} \quad - 16$$

$$p(A) = \frac{2}{15} \quad - 17$$

$$p(A) = \frac{1}{6} \quad - 18$$

$$p(B) = \frac{3}{10} \quad \text{ب} \quad p(A) = \frac{1}{5} \quad \text{الف} \quad - 19$$

$$p(C) = \frac{2}{3} \quad \text{ب} \quad$$

$$S = \{(b, b, b, b), (b, b, b, g), (b, b, g, b)$$

$$, (b, g, b, b), (g, b, b, b), (b, b, g, g)$$

$$, (b, g, b, g), (g, b, b, g), (g, g, b, b)$$

$$, (b, g, g, b), (g, b, g, b), (b, g, g, g)$$

$$, (g, b, g, g), (g, g, b, g), (g, g, g, b)$$

$$, (g, g, g, g)\}$$

(الف)

$$A = \{(b, b, b, g), (b, b, g, b), (b, g, b, b)$$

$$, (g, b, b, b)\}$$

(ب)

$$B = \{(b, b, b, g), (b, b, g, b), (g, g, b, g)$$

$$, (g, g, g, b)\}$$

- ۲

$$(r, r, p), (r, p, r), (p, r, r), (r, r, r)$$

$$, (p, p, p), (r, p, p), (p, r, p), (p, p, r)$$

(الف)

$$A = \{(p, p, p), (r, r, r)\}$$

(ب)

$$B = \{(r, r, p), (r, p, r), (p, r, r)\}$$

(ب)

$$C = \{(r, r, r), (p, r, r), (r, p, r), (r, r, p)\}$$

- ۳

$$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), \dots, (6, 6)\}$$

$$\text{و } n(S) = 36$$

(الف)

$$A = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\}$$

(ب)

$$B = \{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$$

(ب)

$$C = \{(5, 5)\}$$

$p(A \cap B) = \frac{1}{2}$	-۴۰	$p(B) = \frac{1}{15}$ (ب)	$p(A) = \frac{1}{15}$ (الف)	-۴۰
$\frac{p(A \cup B)}{p(A \cap B)} = \frac{19}{6}$	-۴۱		$p(A) = \frac{1}{33}$	-۴۱
$p(A') + p(B') = 1$	-۴۲		$p(A) = \frac{1}{9}$	-۴۲
$p(A \cup B) = \frac{1}{2}$ دو پیشامد A و B سازگار هستند و	-۴۳		$p(A) = \frac{3}{7}$	-۴۳
$p(A \cup B) = \frac{2}{9}$	-۴۴		$x = 3$ یا ۱۰	-۴۴
$p(A \cup B) = \frac{4}{27}$	-۴۵		$p(A) = \frac{3}{10}$ (الف)	-۴۵
$\frac{1}{3}$	-۴۶		$p(B) = \frac{3}{20}$ (ب)	
$\frac{1}{5}$	-۴۷		$p(C) = \frac{1}{10}$ (پ)	
$\frac{1}{36}$	-۴۸		$p(A) = \frac{1}{3}$	-۴۶
$\frac{1}{300}$	-۴۹		$p(A) = \frac{3}{7}$	-۴۷
$\frac{1}{2}$	-۵۰		$p(A) = \frac{2}{5}$	-۴۸
مستقل نیستند.	-۵۱		$p(A) = \frac{1}{10}$	-۴۹
$\frac{8}{27}$	-۵۲		$p(A) = \frac{7}{9}$	-۴۰
$\frac{5}{9}$	-۵۳		$p(A) = \frac{12}{25}$	-۴۱
درصد ۸۲	-۵۴		$p(A) = \frac{7}{8}$	-۴۲
درصد ۵۴	-۵۵		$p(A) = \frac{15}{16}$	-۴۳
درصد ۸۱	-۵۶		هفت بار	-۴۴
$\frac{1}{1024}$	-۵۷		$p(A) = \frac{4}{5}$	-۴۵
درصد ۷۰	-۵۸		$p(A) = \frac{55}{56}$	-۴۶
درصد ۴۹	-۵۹		$p(A) = \frac{3}{5}$	-۴۷
$\frac{8}{125}$	-۶۰		$p(A) = \frac{41}{81}$	-۴۸
$\frac{20}{49}$	-۶۱		$p(A \cup B) = \frac{7}{12}$	-۴۹
$\frac{7}{60}$	-۶۲			
$\frac{19}{100}$	-۶۳			