

# فصل یکم

## عددهای صحیح و گویا

### یادآوری عددهای صحیح

#### معرفی اعداد

در سال‌های گذشته با اعداد طبیعی و صحیح آشنا شده‌اید.

**عددهای طبیعی:** عددهایی که برای شمارش استفاده می‌شوند، از قبیل ۱ و ۲ و ۳ و ... را عددهای طبیعی می‌گویند.

**عددهای حسابی:** عددهای طبیعی و صفر تشکیل عددهای حسابی می‌دهند. یعنی عددهای حسابی به صورت ... و ۲ و ۱ و ۰ هستند.

**عددهای صحیح:** عددهای صحیح شامل عددهای طبیعی، صفر و قرینه‌ی عددهای طبیعی است که آن‌ها را می‌توان به صورت ... و ۲ و ۱ و ۰ و -۱ و -۲ و ... نشان داد.

توجه: برای به دست آوردن قرینه‌ی یک عدد، کفایت یک علامت (-) در سمت چپ آن اضافه کنید.

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{\text{قرینه}} \\ 3 \rightarrow -3 \\ \xrightarrow{\text{قرینه}} \\ -4 \rightarrow -(-4) = 4 \end{array}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، قرینه‌ی عددهای مثبت، منفی و قرینه‌ی عددهای منفی، مثبت می‌شود. قرینه‌ی صفر، خود صفر است. بنابراین تنها عددی که مساوی قرینه‌اش است، عدد صفر است.

$$a = \text{قرینه‌ی قرینه‌ی } a$$

نکته: قرینه‌ی قرینه‌ی یک عدد، برابر خود عدد می‌شود.



(کتاب درسی، مشابه فعالیت ۲، صفحه‌ی ۲)

مثال ۱: جدول زیر را تکمیل کنید.

عدد	۵	-۲	$-(-۱۰)$			
قرینه‌ی آن				-۴	۰	۵

پاسخ: با توجه به مفهوم قرینه داریم:

عدد	۵	-۲	$-(-۱۰)$	۴	۰	-۵
قرینه‌ی آن	-۵	۲	-۱۰	-۴	۰	۵



مثال ۲: الف) اعداد صحیح بین  $-۳$  و  $۲$  را بنویسید.

ب) بزرگترین عدد صحیح زوج سه رقمی چه عددی است؟

پاسخ: الف) عددهای صحیح را به ترتیب می‌نویسیم:

پنجار عدد  $۱, ۰, -۱, -۲$  بین  $-۳$  و  $۲$  قرار دارند.  $\longrightarrow \dots, -۳, \boxed{-۲, -۱, ۰, ۱, ۲}, \dots$

ب) عدد مورد نظر  $۹۹۸$  است.

مثال ۳: هر یک از عددهای خواسته شده را بنویسید.

الف) عددهای صحیح کوچکتر از  $-۵۰$

ب) عددهای صحیح بزرگتر از  $-۱۲$

پاسخ: عددهای مورد نظر به صورت زیر هستند:

الف)  $\dots, -۵۳, -۵۲, -۵۱$  (الف)

ب)  $\dots, -۹, -۱۰, -۱۱$  (ب)

(کتاب درسی، مشابه تمرین ۴، صفحه ۵)

مثال ۴: هر یک از عبارتهای زیر، چه عددی را نشان می‌دهد؟

الف) بزرگترین عدد صحیح منفی

ب) کوچکترین عدد صحیح مثبت

پ) کوچکترین عدد طبیعی

ت) کوچکترین عدد زوج طبیعی

ث) کوچکترین عدد فرد طبیعی دو رقمی

پاسخ: الف) بزرگترین عدد صحیح منفی برابر  $-۱$  است.

ب) کوچکترین عدد صحیح مثبت برابر  $+۱$  است.

پ) کوچکترین عدد طبیعی برابر  $+۱$  است.

ت) کوچکترین عدد زوج طبیعی برابر  $+۲$  است.

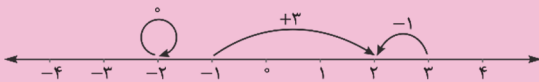
ث) کوچکترین عدد فرد طبیعی دو رقمی برابر  $۱۱$  است.

### نمایش عددهای صحیح روی محور اعداد

عددهای صحیح را می‌توان روی محور به صورت زیر نمایش داد:



برای هر حرکت روی محور نیز می‌توان عددی صحیح اختصاص داد. به این صورت که از ابتدای حرکت تا انتهای حرکت را می‌شماریم، اگر به سمت راست حرکت کرده بود، دارای علامت مثبت و اگر حرکت به سمت چپ بود، علامت آن منفی خواهد شد. به مثال زیر دقت کنید:

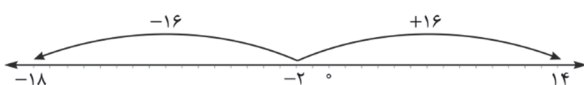


مثال ۵: قرینهی عدد  $۱۴$  نسبت به نقطه  $-۲$  روی محور اعداد، چند واحد با نقطه  $-۲۰$  فاصله دارد؟

(کتاب پرکنکار، صفحه ۸، سؤال ۹- کتاب درسی، مکمل و مرتبط با فعالیت ۶، صفحه ۶)

پاسخ: به محور زیر دقت کنید. عدد  $۱۴$  به اندازه  $۱۶$  واحد با  $-۲$  فاصله دارد. پس برای نشان دادن قرینهی  $۱۴$  نسبت به  $-۲$  باید از عدد  $-۲$ ،  $۱۶$

واحد به چپ برویم که به عدد  $-۱۸$  می‌رسیم.  $-۱۸$  با  $-۲۰$ ، دو واحد فاصله دارد.





## جمع و تفریق عددهای صحیح

## جمع دو عدد صحیح:

۱- اگر هر دو عدد مثبت باشند، حاصل جمع آن‌ها مانند جمع دو عدد طبیعی است.

$$(+2) + (+6) = 2 + 6 = 8$$

$$100 + (+10) = 100 + 10 = 110$$

۲- اگر هر دو عدد منفی باشند، بدون علامت آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم و سپس علامت منفی را قرار می‌دهیم:

$$(-4) + (-5) = -(4 + 5) = -9$$

۳- اگر یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت، عدد مثبت بزرگ‌تر باشد، عدد منفی را از عدد مثبت کم می‌کنیم و سپس علامت مثبت (+) برای جواب می‌گذاریم.

$$(-5) + (+7) \xrightarrow{7 > 5} +(7-5) = +2$$

$$3 + (-1) \xrightarrow{3 > 1} +(3-1) = +2$$

۴- اگر یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت، عدد منفی بزرگ‌تر باشد، عدد مثبت را از عدد منفی کم می‌کنیم و سپس علامت منفی (-) برای جواب می‌گذاریم.

$$(+5) + (-8) \xrightarrow{8 > 5} -(8-5) = -3$$

$$-10 + 6 \xrightarrow{10 > 6} -(10-6) = -4$$

## تفریق دو عدد صحیح

برای به دست آوردن حاصل تفریق، ابتدا تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم و سپس از قاعده‌های جمع استفاده می‌کنیم.

$$7 - 9 = 7 + (-9) \xrightarrow{9 > 7} -(9-7) = -2$$

$$-5 - (-10) = -5 + 10 \xrightarrow{10 > 5} +(10-5) = +5$$

$$-2 - (+6) = -2 + (-6) = -(2+6) = -8$$

$$3 - (-4) = 3 + (+4) = 3 + 4 = 7$$

مثال ۶: حاصل عبارت زیر کدام است؟

(آزمون کانون - ۹۳ - کتاب درسی، مکمل و مرتبط با کار در کلاس ۵، صفحه ۴)

$$8 - 5 + 10 - 7 + 12 - 9 + \dots + 100 - 97$$

۱۵۰ (۴)

۱۴۳ (۳)

۱۴۱ (۲)

۱۳۸ (۱)

پاسخ: برای مناسبی عبارت داده شده، ابتدا عددها را دوتا دوتا در نظر می‌گیریم، حاصل هر پرانتز برابر ۳ می‌شود.

$$(8-5) + (10-7) + (12-9) + \dots + (100-97) = \underbrace{3+3+3+\dots+3}_n$$

عددهای اول هر پرانتز دوتا دوتا زیاد می‌شود (۱۰۰، ۱۲، ۱۰، ۸) پس شامل عددهای زوج کوچکتر مساوی ۱۰۰ است؛ البته غیر از اعداد (۶، ۴، ۲). پس تعداد کل پرانتزها برابر است با:

$$\frac{100}{2} - 3 = 50 - 3 = 47$$

بنابراین  $n = 47$  است، یعنی باید حاصل ۴۷ تا ۳ را بدست آوریم؛

$$47 \times 3 = 141$$

گزینه‌ی «۲» صحیح است.

مثال ۷: حاصل جمع عددهای صحیح بزرگ‌تر  $-50$  و کوچک‌تر از ۴۰ کدام است؟

(آزمون کانون - ۹۳ - کتاب درسی، مکمل و مرتبط با کار در کلاس ۴، صفحه ۴)

۴۵۰ (۴)

-۵۵ (۳)

-۴۵۵ (۲)

-۴۴۵ (۱)



✓ پاسخ: عددها را می‌نویسیم:

$$A = (-49) + (-48) + (-47) + \dots + 37 + 38 + 39$$

در عبارت فوق ۳۹ عدد مثبت و ۴۹ عدد منفی وجود دارد که با در نظر گرفتن عدد صفر، در مجموع  $39 + 49 + 1 = 89$  عدد وجود دارد.

$$\begin{aligned} A &= \overbrace{(-49) + (-48) + \dots + 38 + 39}^+ = (-49 + 39) + (-48 + 38) + \dots + (-6 - 4) + (-5) \\ &= \underbrace{(-10) + (-10) + \dots + (-10)}_{\text{Lin}} + (-5) \end{aligned}$$

حاصل هر پرانتز  $-10$  می‌شود، اگر عدد  $-5$  را کنار بگذاریم،  $\frac{89-1}{2} = 44$  تا عدد  $-10$  وجود دارد. پس

$$A = 44 \times (-10) + (-5) = -440 - 5 = -445$$

گزینه‌ی «ا» صحیح است.

راه دو<sup>م</sup>:

$$\begin{aligned} &(-49) + (-48) + (-47) + \dots + (-39) + (-38) + \dots + 38 + 39 \\ &+ \\ &= (-49) + (-48) + (-47) + (-46) + (-45) + \dots + 0 + 0 + 0 + \dots + 0 = -(49 + 48 + 47 + \dots + 41 + 40) = -445 \end{aligned}$$

(کتاب درسی، مرتبط و مشابه فعالیت، صفحه‌ی ۴)

▼ مثال ۸: داخل مربعها علامت  $+$  یا  $-$  را طوری قرار دهید که:

$$-10 \square (-8) \square (+3) \square (-4)$$

الف) حاصل، بیش‌ترین مقدار ممکن شود.

ب) حاصل، کمترین مقدار ممکن شود.

✓ پاسخ: الف) برای این‌که حاصل عبارت، بیش‌ترین مقدار ممکن شود، باید تا جایی که امکان دارد، عددهای مثبت تشکیل شود.

$$-10 \square (-8) \square (+3) \square (-4)$$

با توجه به اعداد  $-4$  و  $-8$ ، باید در مربع اول و سوم، علامت منفی قرار گیرد تا با منفی پشت عدد، تبدیل به عدد مثبت شود و چون  $+3$  عددی مثبت است، در مربع وسط علامت مثبت قرار می‌گیرد.

$$(-10) - (-8) + (+3) - (-4) = -10 + 8 + 3 + 4 = 5$$

ب) برعکس قسمت الف، برای اینکه حاصل کم‌ترین مقدار ممکن شود، باید تا جایی که امکان دارد، اعداد منفی تشکیل شود. یعنی در پرانتز اول و سوم علامت مثبت و در پرانتز دوم علامت منفی قرار گیرد.

$$(-10) + (-8) - (+3) + (-4) = -10 - 8 - 3 - 4 = -25$$

### ضرب و تقسیم عددهای صحیح

برای ضرب و تقسیم کردن دو عدد صحیح، ابتدا علامت حاصل را با توجه به علامت‌ها می‌نویسیم و سپس اعداد را در یکدیگر ضرب و یا تقسیم می‌کنیم. دقت کنید که رفتار ضرب و تقسیم در مورد علامت‌ها یکسان است.

$$(+)\times(+)=+ \quad (10\times 2=20)$$

۱) حاصل ضرب دو عدد مثبت، مثبت می‌شود.

$$(-)\times(-)=+ \quad (-10\div(-5)=2)$$

۲) حاصل ضرب دو عدد منفی، مثبت می‌شود.

۳) حاصل ضرب عددی منفی در عدد مثبت، منفی می‌شود.

$$\left\{ \begin{aligned} (-)\times(+)&=- \quad ((+4)\times(-5)=-20) \\ (+)\times(-)&=- \quad (8\div(-2)=-4) \end{aligned} \right.$$

دقت کنید که در مورد تقسیم نیز روابط فوق حکم‌فرماست.



نکته: وقتی چند نوع عملگر در یک عبارت استفاده می‌شود، الویت انجام آن‌ها به ترتیب زیر است:

۱- پرانتزها (ابتدا از داخلی‌ترین پرانتز)

۲- توان

۳- ضرب و تقسیم (از چپ به راست)

۴- جمع و تفریق

مثال ۹: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

(کتاب پرتکرار، سؤال‌های ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱- کتاب درسی، مکمل و مرتبط با تمرین ۳، صفحه ۵)

الف)  $-۸ + ۱۷ - ۹ \times ۲$

ب)  $(-۳۰ \div (-۱۵)) \times (۱۰ - ۷) \div ۱۲ \times (-۲)$

پ)  $۱۳ - ۵(۴ - ۳ \times ۲)$

ت)  $-(-۵) + ۸ \times ۴ \div (-۲)$

پاسخ: الف) ابتدا عمل ضرب را انجام می‌دهیم و سپس جمع و تفریق را انجام خواهیم داد.

$$-۸ + ۱۷ - ۹ \times ۲ = -۸ + ۱۷ - ۱۸ = -۸ - ۱۸ + ۱۷ = -۲۶ + ۱۷ = -(۲۶ - ۱۷) = -۹$$

ب) ابتدا حاصل پرانتزها را به دست می‌آوریم و در مرحله‌ی بعد ضرب و تقسیم‌ها را به ترتیب از چپ به راست انجام می‌دهیم.

$$(-۳۰ \div (-۱۵)) \times (۱۰ - ۷) \div ۱۲ \times (-۲) = ۲ \times ۳ \div ۱۲ \times (-۲) = (۶ \div ۱۲) \times (-۲) = \frac{۶ \times (-۲)}{۱۲} = -\frac{۱۲}{۱۲} = -۱$$

پ) ابتدا داخل پرانتز را محاسبه می‌کنیم.

$$۱۳ - ۵(۴ - ۳ \times ۲) = ۱۳ - ۵(۴ - ۶) = ۱۳ - ۵ \times (-۲) = ۱۳ + ۱۰ = ۲۳$$

ت) وقتی چند ضرب و تقسیم پشت یکدیگر می‌آیند، اولویت از سمت چپ است.

$$-(-۵) + ۸ \times ۴ \div (-۲) = ۵ + ۳۲ \div (-۲) = ۵ + (-۱۶) = -(۱۶ - ۵) = -۱۱$$

(کتاب آبی، تمرین ۵، صفحه ۶- کتاب درسی، مکمل و مرتبط با فعالیت ۴، صفحه ۲)

مثال ۱۰: حاصل کدام گزینه نادرست است؟

۱)  $۱۵ - ۳ \times (-۵) = -۶۰$

۲)  $-[-(-۵ + ۴ \times ۳ - ۲) + ۱] = ۴$

۳)  $۱ - [۲ - (۳ - ۴) - ۵] - ۶ = -۳$

۴)  $-۱ + ۲[-۱ + ۲[-۱ + ۲(-۱ + ۲)]] = ۱۳$

پاسخ: گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) گزینه ۱:  $۱ - [۲ - (۳ - ۴) - ۵] - ۶ = ۱ - [۲ + ۱ - ۵] - ۶ = ۱ + ۲ - ۶ = -۳$

۲) گزینه ۲:  $۱۵ - ۳ \times (-۵) = ۱۵ + ۱۵ = ۳۰$

۳) گزینه ۳:  $-۱ + ۲[-۱ + ۲[-۱ + ۲(-۱ + ۲)]] = -۱ + ۲[-۱ + ۲[-۱ + ۲ \times (۱)]] = -۱ + ۲[-۱ + ۲ \times ۱] = -۱ + ۲ \times ۱ = ۱$

۴) گزینه ۴:  $-[-(-۵ + ۴ \times ۳ - ۲) + ۱] = -[-(-۵ + ۱۲ - ۲) + ۱] = -[-[۵] + ۱] = -[-۴] = ۴$

گزینه ۲ صحیح است.

مثال ۱۱: اگر در داخل مربع از اعمال ریاضی استفاده شود، بیش‌ترین مقدار عبارت  $۹ - \square \times ۳ - ۶ - \square - ۵$  چه عددی می‌تواند باشد؟

(کتاب آبی، سؤال ۶، صفحه ۷- کتاب درسی، مکمل و مرتبط با فعالیت ۴، صفحه ۴)

۱۵۷ (۴)

۱۲ (۳)

-۱۲ (۲)

۸۱ (۱)



✓ پاسخ: برای این که بیشترین عدد را داشته باشیم، باید علامت‌ها را طوری قرار دهیم که حاصل ضرب چند عدد که پشت یکدیگر آمده‌اند، مثبت شود. پس در مربع اول باید علامت ضرب گذاشته شود. همچنین در مربع دوم نیز باید علامت ضرب گذاشته شود، و چون حاصل دو عدد اول مثبت می‌شود که در عدد مثبت ۳ ضرب شود، حاصل همپتان مثبت می‌ماند. اما در مربع آخر نمی‌توان علامت ضرب گذاشت، چون حاصل منفی می‌شود و باید علامت منفی گذاشت.

$$(-5) \times (-6) \times 3 - (-9) = 90 + 9 = 99$$

اما دقت کنید که حالت دیگری نیز برقرار است، اگر سه عدد آخر در هم ضرب و عدد اول از آن‌ها کم شود، حاصل بیشتر می‌شود.

$$-5 + (-6) \times 3 \times (-9) = -5 + 162 = 157$$

گزینه ی «۳» صحیح است.

▼ مثال ۱۲: اگر حاصل جمع عددهای هر ردیف و هر ستون جدول برابر صفر باشد، حاصل ضرب عددهای ردیف وسط کدام است؟

(آزمون کانون-۹۴- کتاب درسی، مشابه و مکمل تمرین ۵، صفحه ۵)

+۲	-۶	
+۱		-۵

-۱۴ (۱)

-۶ (۲)

۴ (۳)

۸ (۴)

✓ پاسخ:

سطر اول:  $+2 - 6 + x = 0 \Rightarrow -4 + x = 0 \Rightarrow x = 4$

ستون اول:  $+2 + y + 1 = 0 \Rightarrow y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3$

ستون سوم:  $x + t - 5 = 0 \Rightarrow 4 + t - 5 = 0 \Rightarrow t - 1 = 0 \Rightarrow t = 1$

سطر سوم:  $+1 + u - 5 = 0 \Rightarrow u - 4 = 0 \Rightarrow u = 4$

ستون دوم:  $-6 + z + u = 0 \Rightarrow -6 + z + 4 = 0 \Rightarrow z - 2 = 0 \Rightarrow z = 2$

مطلوب مسئله:  $y \times z \times t = (-3) \times 2 \times 1 = -6$

+۲	-۶	x
y	z	t
+۱	u	-۵

گزینه ی «۲» صحیح است.

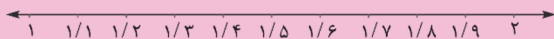
### معرفی عددهای گویا



فاصله‌ی بین عدد ۱ و ۲ را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنید:

نقطه‌ی مشخص شده چه عددی را نشان می‌دهد؟

حال فاصله بین ۱ تا ۲ را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کنید، هر نقطه چه عددی را نشان می‌دهد؟



برای توضیح عبارت‌های فوق می‌توان اعداد گویا را تعریف کرد:

«به هر عدد که بتوان به صورت کسر  $\frac{a}{b}$  که در آن  $a$  و  $b$  عددهای صحیح باشند و  $b \neq 0$  نوشت، عدد گویا می‌گوییم.»

در عبارت اولی عدد مورد نظر  $\frac{4}{3}$  است و در عبارت دومی هر عدد اعشاری را به صورت زیر می‌توان به صورت کسری نمایش داد.

$$1/1 = 1 \frac{1}{10} = \frac{11}{10}$$

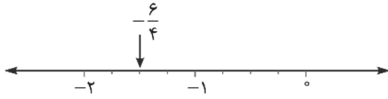
$$1/2 = 1 \frac{2}{10} = \frac{12}{10}$$



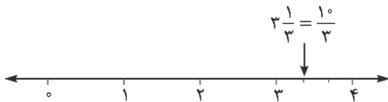
(کتاب درسی، مگمل و مرکب با فعالیت، صفحه ۸)

مثال ۱۳: با تقسیم کردن فاصله‌ی بین دو عدد صحیح، عددهای  $\frac{-۶}{۴}$  و  $\frac{۱۰}{۳}$  را نمایش دهید.

پاسخ: برای نمایش عدد  $\frac{-۶}{۴}$  باید هر فاصله‌ی بین دو عدد صحیح در نمودار اعداد را به چهار قسمت مساوی تقسیم نمود و سپس ۶ واحد به سمت چپ برویم.



همچنین برای نشان دادن  $\frac{۱۰}{۳}$ ، علاوه بر روش فوق، با تبدیل کسر به کسر مخلوط، یعنی  $\frac{۱۰}{۳} = ۳\frac{۱}{۳}$ ، ابتدا سه واحد به راست می‌رویم و با تقسیم فاصله‌ی بین ۳ و ۴ به سه قسمت، عدد مربوط را می‌توان نشان داد.



نکته ۱: هر عدد طبیعی و صحیح، یک عدد گویاست. برای این کار، کفایت به هر یک از اعداد طبیعی یا صحیح مخرج یک داد.

$$-۵ = \frac{-۵}{۱} \quad ۶ = \frac{۶}{۱} \quad ۰ = \frac{۰}{۱}$$

نکته ۲: بین هر دو عدد صحیح، بی‌شمار عدد گویا (کسر) وجود دارد.

نکته ۳: بین هر دو عدد کسری نیز بی‌شمار کسر وجود دارد.

(کتاب درسی، مشابه فعالیت ۴، صفحه ۷)

مثال ۱۴: کسرها را به عدد مخلوط و عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

الف)  $۳\frac{۲}{۲}$       ب)  $-۲\frac{۳}{۵}$       پ)  $\frac{۱۴}{۴}$       ت)  $\frac{-۸}{۵}$

پاسخ:

$$\text{الف) } ۳\frac{۲}{۲} = \frac{۳ \times ۲ + ۲}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴$$

$$\text{ب) } -۲\frac{۳}{۵} = -\left(\frac{۲ \times ۵ + ۳}{۵}\right) = -\frac{۱۳}{۵}$$

$$\text{پ) } \frac{۱۴}{۴} = \frac{۱۲ + ۲}{۴} = \frac{۳(۴) + ۲}{۴} = ۳\frac{۲}{۴}$$

$$\text{ت) } \frac{-۸}{۵} = -\left(\frac{۵ + ۳}{۵}\right) = -\left(\frac{۵(۱) + ۳}{۵}\right) = -۱\frac{۳}{۵}$$

(کتاب درسی، مشابه فعالیت ۷، صفحه ۷)

مثال ۱۵: الف) با استفاده از محور، تساوی  $\frac{-۳}{۲} = -\frac{۶}{۴} = \frac{-۹}{۶}$  را نشان دهید.

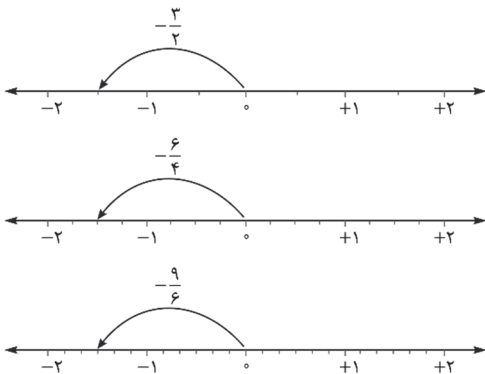
ب) مقدار X را در تساوی‌های زیر به دست آورید.

$$-\frac{۱۸}{۴} = \frac{X}{۱۲}$$

$$\frac{۷}{۱۵} = \frac{۳۵}{X}$$



✓ پاسخ: الف) سه محور رسم می‌کنیم. در محور اول هر واحد را به ۲ قسمت، در محور دوم هر واحد را به ۴ قسمت و در محور آخر هر واحد را به شش قسمت تقسیم می‌کنیم و در محور اول، دوم و سوم به ترتیب ۳، ۶ و ۹ واحد به چپ می‌رویم:



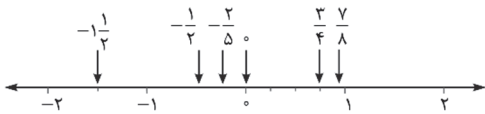
(ب)

$$\frac{-18}{4} = \frac{-18 \times 3}{4 \times 3} = \frac{-54}{12} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = -54$$

$$\frac{7}{15} = \frac{7 \times 5}{15 \times 5} = \frac{35}{75} = \frac{35}{x} \Rightarrow x = 75$$

▼ مثال ۱۶: به کمک محور، عددهای زیر را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مشخص کنید. (کتاب پرتکرار، سؤال ۱۳، صفحه ۱۷-۱۶ کتاب درسی، مشابه کار در کلاس ۳، صفحه ۷)

$$\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{-2}{5}, 0, -1\frac{1}{2}, -2, \frac{-1}{2}$$



✓ پاسخ: عددها را به طور تقریبی روی محور نمایش می‌دهیم. برخی از کسرها را هم مخرج می‌کنیم.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} < \frac{7}{8}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{7}{8} > \frac{6}{8} > 0 > \frac{-2}{5} > \frac{-1}{2} > -1\frac{1}{2} > -2 \rightarrow -2 < -1\frac{1}{2} < \frac{-1}{2} < \frac{-2}{5} < 0 < \frac{6}{8} < \frac{7}{8}$$

▼ مثال ۱۷: هر یک از عددها را در جدول زیر در جای خود قرار دهید و جدول را کامل کنید.

(کتاب درسی، مشابه کار در کلاس ۵، صفحه ۷)

$$\frac{13}{7}, \frac{1}{14}, -1\frac{3}{5}, -3\frac{1}{4}, \frac{-27}{6}, +3\frac{3}{7}, 2\frac{6}{10}, -3\frac{1}{19}$$

کوچک‌تر از -۳	بین -۲ و -۳	بین -۱ و -۲	بین -۱ و ۰	بین ۰ و ۱	بین ۱ و ۲	بزرگتر از ۲
$x < -3$	$-3 < x < -2$	$-2 < x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < 1$	$1 < x < 2$	$x > 2$

✓ پاسخ: با تبدیل کسرها به کسر منقطع، چراسازی، راحت‌تر انجام می‌شود.

$$\frac{13}{7} = 1\frac{6}{7}, \frac{-27}{6} = -4\frac{3}{6}$$

کوچک‌تر از -۳	بین -۲ و -۳	بین -۱ و -۲	بین -۱ و ۰	بین ۰ و ۱	بین ۱ و ۲	بزرگتر از ۲
$x < -3$	$-3 < x < -2$	$-2 < x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < 1$	$1 < x < 2$	$x > 2$
$-3\frac{1}{4}, -3\frac{1}{19}, \frac{-27}{6}$		$-1\frac{3}{5}$		$\frac{1}{14}$	$\frac{13}{7}$	$2\frac{6}{10}, 3\frac{3}{7}$





مثال ۱۸: جدول زیر را تکمیل کنید.

(کتاب درسی، مشابه تمرین ۳، صفحه ۹)

عدد نوع	$-\frac{1}{2^4}$	$\frac{-10}{-5}$	$-\frac{-9}{-2}$	$\frac{3}{4}$	۰	$-\frac{2}{4}$	$\sqrt{16}$	$-\frac{1}{2}$	$-(-(+3))$
طبیعی									
صحیح									
گویا									

پاسخ: با توجه به ساده‌سازی‌ها داریم:

$$\frac{-1}{2^4} = \frac{-1}{16}, \frac{-10}{-5} = 2, -\frac{-9}{-2} = -\frac{9}{2}, \sqrt{16} = 4, -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}, -(-(+3)) = 3$$

عدد نوع	$-\frac{1}{2^4}$	$\frac{-10}{-5}$	$-\frac{-9}{-2}$	$\frac{3}{4}$	۰	$-\frac{2}{4}$	$\sqrt{16}$	$-\frac{1}{2}$	$-(-(+3))$
طبیعی		✓					✓		✓
صحیح		✓			✓		✓	✓	✓
گویا	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

مثال ۱۹: کسرهای زیر را تعیین علامت و سپس ساده کنید.

(کتاب پرکار، سوال ۱۶، صفحه ۱۱ و ۱۳- کتاب درسی، مشابه تمرین ۴، صفحه ۹)

الف)  $\frac{(-30) \times (-17) \times 24}{-5 \times 15}$

ب)  $\frac{(-17) \times (-8)}{32 \times (-51)}$

پاسخ: برای تعیین علامت تعداد منفی‌ها و مثبت‌ها را در نظر بگیریم، داریم:

الف)  $\frac{(-) \times (-) \times (+)}{(-) \times (+)} = \frac{(+)}{(-)} = \frac{(+)}{(-)} = (-)$

ب)  $\frac{(-) \times (-)}{(+)} = \frac{(+)}{(+)} = (+)$

حال به مناسبی عبارت‌ها، بدون علامت می‌پردازیم و در انتها علامت بدست آمده را اضافه می‌کنیم.

الف)  $\frac{30 \times 17 \times 24}{5 \times 15} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{17} \times \cancel{24}}{\cancel{5} \times \cancel{15}} = 2 \times 8 = 16$  با در نظر گرفتن علامت  $= -16$

ب)  $\frac{17 \times 8}{32 \times 51} = \frac{\cancel{17} \times \cancel{8}}{4 \times \cancel{32} \times 3 \times \cancel{17}} = \frac{1}{12}$  با در نظر گرفتن علامت  $= -\frac{1}{12}$

مثال ۲۰: کدام یک از کسرهای زیر، از بقیه‌ی کسرهای کوچک‌تر است؟

(کتاب آبی، سوال ۳۷، صفحه ۱۰- کتاب درسی، مکمل و مرتبط با کار در کلاس ۳، صفحه ۷)

$$\frac{95}{152} \text{ (۴)}$$

$$\frac{34}{102} \text{ (۳)}$$

$$\frac{96}{144} \text{ (۲)}$$

$$\frac{85}{187} \text{ (۱)}$$



✓ پاسخ: کسرها را ساده می‌کنیم و سپس مقایسه می‌کنیم:

$$\text{گزینه‌ی «د»}: \frac{۸۵}{۱۸۷} = \frac{۵ \times \cancel{۱۷}}{۱۱ \times \cancel{۱۷}} = \frac{۵}{۱۱}$$

$$\text{گزینه‌ی «ب»}: \frac{۹۶}{۱۴۴} = \frac{\cancel{۱۲} \times ۸}{\cancel{۱۲} \times ۱۲} = \frac{۸}{۱۲} = \frac{\cancel{۴} \times ۲}{\cancel{۴} \times ۳} = \frac{۲}{۳}$$

$$\text{گزینه‌ی «س»}: \frac{۳۴}{۱۰۲} = \frac{\cancel{۳۴}}{\cancel{۳۴} \times ۳} = \frac{۱}{۳}$$

$$\text{گزینه‌ی «ا»}: \frac{۹۵}{۱۵۲} = \frac{\cancel{۱۹} \times ۵}{\cancel{۱۹} \times ۸} = \frac{۵}{۸}$$

گزینه‌های «ب» و «د» از  $\frac{۱}{۳}$  بیشتر هستند. بین گزینه‌های «د» و «س» داریم  $\frac{۱}{۳} = \frac{۱۱}{۳۳}$  و  $\frac{۵}{۱۱} = \frac{۱۵}{۳۳}$ . پس  $\frac{۱}{۳}$  از همه کوچکتر است. گزینه‌ی «س» صحیح است.

(کتاب درسی، مشابه فعالیت، صفحه‌ی ۹)

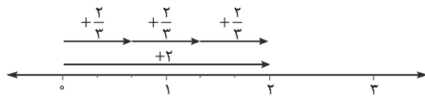
▼ مثال ۲۱: به کمک بردار، درستی تساوی‌های زیر را توضیح دهید.

$$\text{الف)} \quad +۲ \div ۳ = \frac{+۲}{۳} = +\frac{۲}{۳}$$

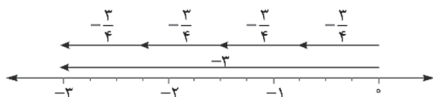
$$\text{ب)} \quad -۳ \div ۴ = \frac{-۳}{۴} = -\frac{۳}{۴}$$

✓ پاسخ: الف) بردار پایین برابر ۲ است. آن را تقسیم به سه قسمت مساوی می‌کنیم ( $۲ \div ۳$ )، حاصل برابر سه بردار می‌شود که هر کدام  $+\frac{۲}{۳}$  را نشان

می‌دهند.



ب) بردار پایین برابر ۳- است که آن را به چهار قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم ( $-۳ \div ۴$ )، حاصل برابر می‌شود با  $-\frac{۳}{۴}$  یا  $-\frac{۳}{۴}$ .



## جمع و تفریق عددهای گویا

### جمع و تفریق عددهای گویا به صورت جبری

برای جمع و یا تفریق عددهای گویا، دو حالت در نظر می‌گیریم:

۱- مخرج‌های دو کسر با هم برابر باشند.

در این حالت کافایت یکی از مخرج‌ها را نوشته و صورت‌ها را با هم جمع و یا از هم کم کنیم.

$$-\frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۲} = \frac{-۱+۳}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

۲- مخرج‌های دو کسر با هم برابر نباشند.

در این حالت باید مخرج‌های کسرها را یکسان کرد و یا به اصطلاح مخرج مشترک گرفت. می‌توان این حالت را به سه قسمت تقسیم کرد.

الف) اگر یکی از مخرج‌ها بر دیگری بخش‌پذیر باشد، مخرج بزرگتر، به عنوان مخرج مشترک در نظر گرفته می‌شود.

$$\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۱۶} = \frac{۴}{۱۶} + \frac{۱}{۱۶} = \frac{۴+۱}{۱۶} = \frac{۵}{۱۶}$$



(ب) اگر دو مخرج هیچ عامل مشترکی نداشته باشند، مخرج مشترک، حاصل ضرب دو مخرج می‌شود:

$$\frac{1}{3} - \frac{4}{7} = \frac{1 \times 7}{3 \times 7} - \frac{4 \times 3}{7 \times 3} = \frac{7}{21} - \frac{12}{21} = \frac{7-12}{21} = \frac{-5}{21}$$

(پ) در حالت کلی، به غیر از مورد الف و ب، باید ک.م.م مخرج‌ها را به عنوان مخرج مشترک در نظر گرفت.

$$\frac{-5}{8} - \frac{1}{12} \quad [8, 12] = 24 \quad \frac{-5 \times 3}{8 \times 3} - \frac{1 \times 2}{12 \times 2} = \frac{-15}{24} - \frac{2}{24} = \frac{-15-2}{24} = \frac{-17}{24}$$

نکته: کسرهای مخلوط را می‌توان به صورت جمع یا تفریق عدد صحیح به اضافه‌ی کسر نوشت.

$$2\frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4}$$

(کتاب پرتکرار، سؤال ۱۹ و ۲۱، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵ - کتاب درسی، مکمل و مشابه کار در کلاس، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

مثال ۲۲: حاصل جمع هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

(الف)  $(+2\frac{1}{4}) + (-3)$       (ب)  $7\frac{1}{3} - 10\frac{1}{4}$       (پ)  $[(-\frac{7}{15}) - (-\frac{5}{6})] + (-\frac{22}{6})$

پاسخ: ✓

(الف)  $(+2\frac{1}{4}) + (-3) = 2 + \frac{1}{4} - 3 = -1 + \frac{1}{4} = \frac{-2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1-2}{4} = \frac{-1}{4}$

(ب)  $7\frac{1}{3} - 10\frac{1}{4} = 7 + \frac{1}{3} - (10 + \frac{1}{4}) = -3 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = -3 + \frac{4-3}{12} = -3 + \frac{1}{12} = \frac{-36+1}{12} = \frac{-35}{12}$

(پ)  $[(-\frac{7}{15}) - (-\frac{5}{6})] + (-\frac{22}{6}) = [\frac{-14+25}{30}] - \frac{22}{6} = \frac{11}{30} - \frac{22}{6} = \frac{22-22}{6} = 0$

(کتاب درسی، مشابه کار در کلاس، ۲، صفحه‌ی ۱۳)

مثال ۲۳: هر یک از کسرهای زیر را به صورت جمع بنویسید.

(الف)  $-2\frac{2}{3}$       (ب)  $8\frac{1}{7}$

پاسخ: ✓

(الف)  $-2\frac{2}{3} = (-2) + (\frac{-2}{3})$       (ب)  $8\frac{1}{7} = 8 + \frac{1}{7}$

(آزمون کانون -۹۴- کتاب درسی، مکمل و مرتبط با تمرین، ۱، صفحه‌ی ۱۳)

مثال ۲۴: حاصل عبارت  $1394\frac{1}{6} + 1393\frac{1}{3} - 1392\frac{1}{2}$  کدام است؟

۱۳۹۵ (۴)

۱۳۹۴  $\frac{5}{6}$  (۳)

۱۳۹۴ (۲)

۱۳۹۵  $\frac{1}{3}$  (۱)

پاسخ: ✓ با توجه به نکته‌ی گفته شده، اعداد را با هم و کسرها را با هم در نظر می‌گیریم:

$$1394\frac{1}{6} + 1393\frac{1}{3} - 1392\frac{1}{2} = (1394 + 1393 - 1392) + (\frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}) = (1394 + 1) + (\frac{1}{6} + \frac{2}{6} - \frac{3}{6})$$

$$= 1395 + (\frac{1+2-3}{6}) = 1395$$

گزینه‌ی «۴» صحیح است.



(آزمون کانون-۹۴- کتاب درسی، مکمل و مرتبط با تمرین ۱، صفحه ۱۳)

مثال ۲۵: حاصل عبارت زیر برابر است با:

$$\frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \dots + \frac{2}{19 \times 21}$$

$$\frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \dots + \frac{2}{19 \times 21} = \frac{5-3}{3 \times 5} + \frac{7-5}{5 \times 7} + \frac{9-7}{7 \times 9} + \dots + \frac{21-19}{19 \times 21}$$

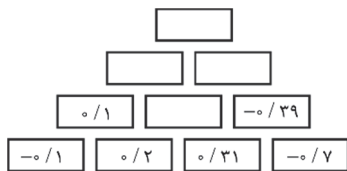
$$= \left( \frac{\cancel{5}}{3 \times \cancel{5}} - \frac{\cancel{3}}{\cancel{5} \times 5} \right) + \left( \frac{\cancel{7}}{5 \times \cancel{7}} - \frac{\cancel{5}}{\cancel{7} \times 7} \right) + \dots + \left( \frac{\cancel{21}}{19 \times \cancel{21}} - \frac{\cancel{19}}{\cancel{21} \times 19} \right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{21}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{21} = \frac{7}{21} - \frac{1}{21} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

هر یک از کسرها را تبدیل به دو کسر می‌کنیم:

دقت کنید که اعداد پشت یکدیگر قرینه‌اند و فقط اعداد  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{21}$  باقی می‌مانند.

گزینه‌ی «د» صحیح است.

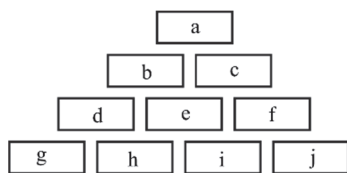


مثال ۲۶: اگر به کمک الگویابی، تمام خانه‌های جدول پر شوند، در خانه‌ی رأس چه عددی قرار خواهد گرفت؟

(کتاب آبی، سؤال ۲۶، صفحه ۸- کتاب درسی، مشابه تمرین ۴، صفحه ۱۳)

- (۱)  $-0/73$  (۲)  $0/73$   
(۳)  $-0/45$  (۴)  $0/45$

پاسخ: الگوی مورد نظر به صورت زیر است:



$$\begin{aligned} g+h &= d \\ i+j &= f \\ h+i &= e \\ &\vdots \\ b+c &= a \end{aligned}$$

بنابراین داریم:

$$e: 0/2 + 0/31 = 0/51 \quad b: 0/1 + 0/51 = 0/61 \quad c: 0/51 + (-0/39) = 0/12 \quad a: 0/12 + 0/61 = 0/73$$

مطلوب مسئله a است که برابر  $0/73$  است.

گزینه‌ی «۲» صحیح است.

مثال ۲۷: حاصل عبارت  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{n-1}{n}\right)$  کدام است؟ (کتاب آبی، سؤال ۴۶- کتاب درسی، مکمل و مرتبط با تمرین ۱، صفحه ۱۳)

(۱)  $\frac{n(n+1)}{2}$  (۲)  $n+1$  (۳)  $n$  (۴)  $n-1$

پاسخ: عددهای اول هر پرانتز را با هم، عددهای دوم هر پرانتز را با هم و به همین صورت عددهای  $n-1$  ام هر پرانتز را با هم در نظر می‌گیریم:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{n-1}{n}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} + \frac{n-1}{n}\right)$$

$$= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{n-1} = 1 \times (n-1) = n-1$$

گزینه‌ی «۴» صحیح است.

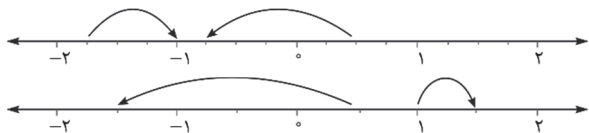


## جمع و تفریق عددهای گویا روی محور

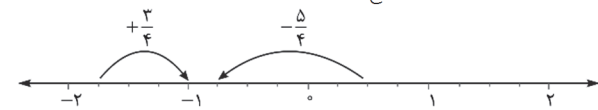
نمایش جمع و تفریق عددهای گویا روی محور، دقیقاً همانند عددهای صحیح است. اما باید یک نکته را در نظر گرفت که هر واحد روی محور را باید با توجه به مخرج کسرها، تقسیم‌بندی کرد.

مثال ۲۸: عدد متناظر با هر یک از حرکت‌های زیر را بنویسید.

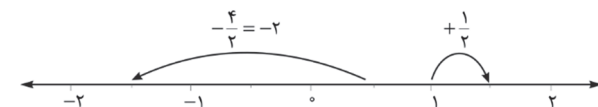
(کتاب درسی، مشابه فعالیت ۲، صفحه ۱۰)



پاسخ: با توجه به تعداد واحد‌هایی که هر محور جلو می‌رود (صورت کسرها)، تعداد قسمت‌های که هر واحد دارد (مخرج کسرها) و جهت محور (علامت کسر)، عدد را مشخص می‌کنیم.



هر واحد به چهار قسمت تقسیم شده است.



هر واحد به دو قسمت تقسیم شده است.

مثال ۲۹: هر یک از جمع و تفریق‌های زیر را روی محور نشان دهید.

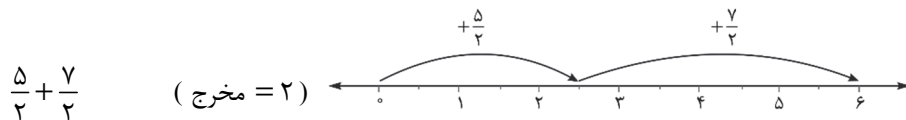
(کتاب درسی، مکمل و مرتبط با کار در کلاس، صفحه ۱۱)

الف)  $\frac{5}{2} + 3\frac{1}{2}$

ب)  $-\frac{3}{4} + 5$

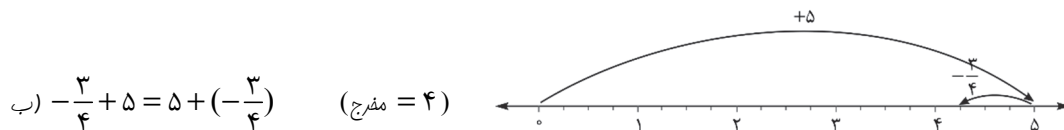
پ)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$

پاسخ: الف) با توجه به مخرج‌ها، تقسیم‌بندی هر محور را انجام می‌دهیم و همچنین کسرهای منقط را به کسر معمولی تبدیل می‌کنیم.



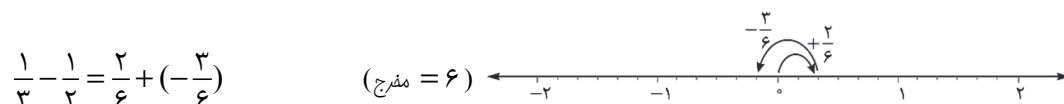
بنابراین  $\frac{5}{2} + \frac{7}{2} = 6$  می‌شود.

ب) برای راحتی کار ابتدا ۵ واحد روی محور حرکت می‌کنیم و سپس کسر را با حرکت بعدی نشان می‌دهیم.



بنابراین  $5 + (-\frac{3}{4}) = 4\frac{1}{4}$  می‌شود.

پ) قبل از نمایش روی محور، کسرها را هم مخرج می‌کنیم.



بنابراین  $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$  می‌شود.