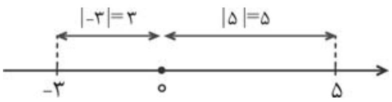
**۸. قدر مطلق**
- تعریف قدرمطلق و ویژگی‌های آن
- نمودار توابع قدرمطلقی
- معادلات و نامعادلات قدرمطلقی

## ◆ تعریف قدر مطلق و ویژگی‌های آن ◆

*تعریف: اگر $a$ عددی حقیقی باشد، قدر مطلق $a$ برابر است با:*

اگر $a$ مثبت یا صفر باشد، قدرمطلق را با علامت مثبت بر می‌داریم.
اگر $a$ منفی باشد، قدرمطلق را با علامت منفی بر می‌داریم.

$$|a|=\begin{cases} a & , \quad a\geq ۰ \\ -a & , \quad a<۰ \end{cases}$$




توجه: $|x|$، فاصله‌ی متغیر $x$ روی محور اعداد تا مبدأ است. (به شکل بالا توجه کنید). به همین ترتیب $|x-۴|$ فاصله‌ی نقطه‌ی $x$ تا نقطه‌ی ۴ است.

۱) تساوی‌های قدر مطلقی: هنگام کار با قدر مطلق، خواص و ویژگی‌هایی وجود دارد که در زیر، خلاصه شده است.

| تعمیم خاصیت | مثال | خاصیت |
|---|---|---|
| $(۱)\ \lvert u\rvert\geq ۰$   $u$، هر عبارت بر حسب $x$ (متغیر) است. | $\lvert -۳\rvert=۳>۰$ | $(۱)\ \lvert a\rvert\geq ۰$ |
| $(۲)\ \lvert u\rvert=\lvert -u\rvert$ | $\lvert ۱-x\rvert=\lvert x-۱\rvert$ | $(۲)\ \lvert a\rvert=\lvert -a\rvert$ |
| $(۳)\ \sqrt{u^۲}=\lvert u\rvert \quad , \quad \sqrt[۲n]{u^{۲n}}=\lvert u\rvert \ , n\in N$ | $\sqrt{x^۲-۲x+۱}=\sqrt{(x-۱)^۲}=\lvert x-۱\rvert$ | $(۳)\ \sqrt{a^۲}=\lvert a\rvert$ |

■ مثال: اگر $۰<a<۱$ باشد، حاصل $\sqrt{a^۲+a-۲a\sqrt{a}}+|۳-a|$ را بیابید.

◀ حل: ابتدا عبارت زیر رادیکال را خلاصه می‌کنیم، با استفاده از اتحاد مربع دوجمله‌ای، خواهیم داشت:

$$\sqrt{(\sqrt{a})^۲-۲a\sqrt{a}+a^۲}+|۳-a|$$

$$=\sqrt{(\sqrt{a}-a)^۲}+|۳-a|\xlongequal{|u|=\sqrt{u^۲}}|\underbrace{\sqrt{a}-a}_{\text{مثبت}}|+|\underbrace{۳-a}_{\text{مثبت}}|=(\sqrt{a}-a)+(۳-a)=\sqrt{a}-۲a+۳$$

توجه کنید، وقتی $۰<a<۱$ است، آن‌گاه $\sqrt{a}>a$ خواهد بود.

۲) نامساوی‌های قدر مطلقی: خواص زیر در نامساوی‌های قدر مطلقی برقرار است: $(a>۰)$

| تعمیم نامساوی | نامساوی معادل | حدود تغییرات | نامساوی قدر مطلقی |
|---|---|---|---|
| $(۱)\ \lvert u\rvert\leq a\xrightarrow{a>۰}-a\leq u\leq a$ | ● $x^۲\leq a^۲$ | $-a\leq x\leq a$ | $(۱)\ \lvert x\rvert\leq a$ |
| $(۲)\ \lvert u\rvert\geq a\xrightarrow{a>۰}u\geq a$ یا $u\leq -a$ | ● $x^۲\geq a^۲$ | $x\geq a$ یا $x\leq -a$ | $(۲)\ \lvert x\rvert\geq a$ |

■ مثال: فاصله‌ی بین دو عدد $x$ و $a$ کم‌تر از ۲ است، حدود تغییرات $x$ را، بر حسب $a$ بیابید.

◀ حل: فاصله‌ی بین $x$ و $a$، برابر $|x-a|$ است، پس $|x-a|<۲$، در نتیجه $-۲<x-a<۲$ یا $-۲+a<x<۲+a$.

*نامساوی مثلثی: اگر $a$ و $b$ دو عدد حقیقی باشند، آن‌گاه $|a+b|\leq|a|+|b|$، تساوی زمانی امکان‌پذیر است که $ab\geq ۰$.*

■ مثال: حدود تغییرات تابع با ضابطه‌ی $f(x)=|۲x-۱|+۲|x+۳|$، را بیابید.

◀ حل: از آن‌جایی که $|۲x-۱|=|۱-۲x|$، با استفاده از نامساوی مثلثی خواهیم داشت:

$$f(x)=|۱-۲x|+|۲x+۶|\xrightarrow[|a|+|b|\geq|a+b|]{a=۱-۲x\ ,b=۲x+۶}|۱-۲x|+|۲x+۶|\geq|(۱-۲x)+(۲x+۶)|=۷\Rightarrow f(x)\geq ۷$$

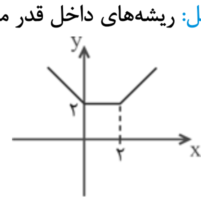
## ◆ نمودار توابع قدرمطلقی ◆

۱) روش کلی رسم نمودار: برای رسم نمودار توابع شامل قدر مطلق، باید تابع را به ازای ریشه (ریشه‌های) داخل قدر مطلق، ضابطه‌بندی نموده، سپس تابع به‌دست آمده را، به ازای بازه‌های مورد نظر، رسم کنیم.

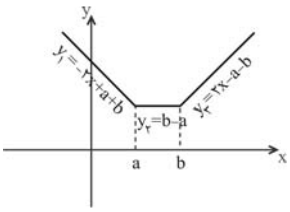
■ مثال: نمودار تابع $y=|x|+|x-۲|$ را، رسم کنید.

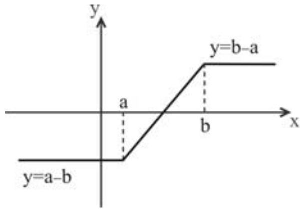
◀ حل: ریشه‌های داخل قدر مطلق‌ها (۰) و (۲) هستند، پس سه بازه در نظر می‌گیریم. (از ریشه‌ی کوچکتر شروع کنید)

$$y=\begin{cases} -x-(x-۲)=-۲x+۲ & , \quad x<۰ \quad \text{نقاط کمکی} \to (۰\,,۲)\ ,\ (-۱\,,۴) \\ x-(x-۲)=۲ & , \quad ۰\leq x\leq ۲ \quad \text{نقاط کمکی} \to (۰\,,۲)\ ,\ (۲\,,۲) \\ x+(x-۲)=۲x-۲ & , \quad x>۲ \quad \text{نقاط کمکی} \to (۲\,,۲)\ ,\ (۳\,,۴) \end{cases}$$



☑ نکته: نمودار تابع با ضابطه‌ی $y=|x-a|+|x-b|$، با شرط $a<b$، از دو نیم خط با شیب‌های ۲ و ۲- و یک پاره‌خط به معادله‌ی $y=b-a$، تشکیل شده است. نمودار تابع با ضابطه‌ی $y=|x-a|-|x-b|$، با شرط $a<b$، از دو نیم خط با معادله‌ی $y=a-b$ و $y=b-a$ و یک پاره‌خط با شیب ۲ تشکیل شده است. در حالتی که $a>b$ باشد، شیب نیم‌خط، ۲- خواهد بود.

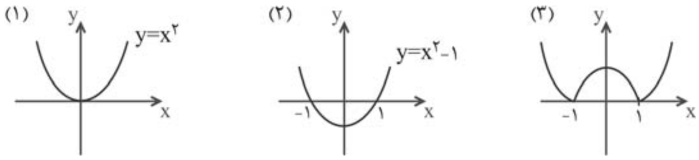



۲ رسم نمودار تابع $y=|f(x)|$: برای رسم تابع $y=|f(x)|$، ابتدا نمودار تابع $y=f(x)$ را رسم می‌کنیم، سپس قسمت‌هایی از نمودار که زیر محور xهاست را، نسبت به محور xها قرینه کرده و قسمت پایین محور xها را حذف می‌کنیم.

■ مثال: نمودار تابع $y=|x^{۲}-۱|$ را، رسم کنید.

◄ حل: ابتدا تابع $y=x^{۲}$ را رسم می‌کنیم (۱). سپس این تابع را یک واحد به پایین انتقال می‌دهیم تا تابع $y=x^{۲}-۱$ به‌دست آید (۲) و در مرحله‌ی آخر قسمت پایین محور xها را قرینه می‌کنیم.




## ◆ معادلات و نامعادلات قدرمطلق ◆

### الف- معادلات قدر مطلق

هر معادله که شامل عبارت‌های قدر مطلقی باشد، یک معادله‌ی قدر مطلقی نامیده می‌شود.

۱ معادلات قدر مطلقی نوع اول: برای حل بعضی از معادلات قدر مطلقی، می‌توانیم از حل معادلات معادل آن یا خواص قدر مطلق استفاده کنیم و جواب‌های آن معادله را بیابیم. به روابط زیر توجه کنید: ( u و v، هر عبارت بر حسب x (متغیر) هستند.)

$$(۱)\ \ |u|=a \xrightarrow{a>۰} u=a\ ,\ u=-a$$

$$(۲)\ |u|=|v| \Rightarrow u=v\ ,\ u=-v$$

$$(۳)\ |u|=v \xrightarrow{v\geq ۰} u=v\ ,\ u=-v$$

■ مثال: معادله‌ی $\big||x|-۳\big|=۲$ را، حل کنید.

◄ حل: با استفاده از ویژگی (۱) خواهیم داشت:

$$|x|-۳=\pm۲ \Rightarrow |x|=۵\ ,۱ \Rightarrow x=\pm۵\ ,x=\pm۱$$

۲ معادلات قدر مطلقی نوع دوم: در حالت کلی برای حل یک معادله‌ی قدر مطلقی، باید عبارت را به ازای ریشه یا ریشه‌های داخل قدر مطلق تعیین علامت کنیم، سپس معادله‌ی حاصل را حل کنیم، جواب‌هایی قابل قبول هستند که در بازه‌ی اختیاری، صدق کنند.

■ مثال: معادله‌ی $x-۲+|x-۳|=۱$ را، حل کنید.

◄ حل: ریشه‌ی داخل قدر مطلق $x=۳$ است، پس:

$$x\geq۳:\ x-۲+(x-۳)=۱ \rightarrow ۲x=۶ \rightarrow x=۳\quad \text{(قابل قبول)}$$

$$x<۳:\ x-۲-(x-۳)=۱ \rightarrow ۱=۱\quad \text{همواره برقرار است}$$

پس مجموعه‌ی جواب معادله، $\{۳\}\cup x<۳$ یا بازه‌ی $(-\infty\ ,۳]$ است.

### ب- نامعادلات قدر مطلق

هر نامعادله که شامل عبارات قدر مطلقی باشد، یک نامعادله‌ی قدر مطلقی نامیده می‌شود.

۱ نامعادلات قدر مطلقی نوع اول: برای حل بعضی از نامعادلات قدر مطلقی، می‌توانیم از حل نامعادلات معادل آن یا خواص قدر مطلق استفاده کنیم. به نامساوی‌های زیر توجه کنید: ( u و v، هر عبارت بر حسب x (متغیر) هستند.)

$$(۱)\ \ |u|\leq a \xrightarrow{a>۰} -a\leq u\leq a$$

$$(۲)\ \ |u|\geq a \xrightarrow{a>۰} u\geq a \quad \text{یا} \quad u\leq -a$$

$$(۳)\ \ |u|\leq|v| \longrightarrow u^{۲}\leq v^{۲}$$

■ مثال: نامعادله‌ی $|x-۲|<|x-۵|$ را حل کنید.

◄ حل: از آن‌جایی که $|x-۲|<|x-۵|$ معادل $(x-۲)^{۲}<(x-۵)^{۲}$ است، پس:

$$x^{۲}-۴x+۴<x^{۲}-۱۰x+۲۵ \Rightarrow ۶x<۲۱ \Rightarrow x<\frac{۲۱}{۶}$$

۲ نامعادلات قدر مطلقی نوع دوم: در حالت کلی برای حل یک نامعادله‌ی قدر مطلقی، باید عبارت را به ازای ریشه یا ریشه‌های داخل قدرمطلق، تعیین علامت کنیم و با حذف قدر مطلق، هر یک از نامعادله‌های حاصل را حل کنیم، جواب‌هایی در هر نامعادله قابل قبول هستند که، با بازه‌ی اختیاری اشتراک داشته باشند، جواب کلی نامعادله، اجتماع جواب‌های قابل قبول، از هریک از بازه‌هاست.

■ مثال: نامعادله‌ی $۲x+|x-۱|<۱$ را، حل کنید.

◄ حل: ریشه‌ی داخل قدرمطلق $x=۱$ است، پس:

$$x\geq۱:\ ۲x+(x-۱)<۱ \Rightarrow ۳x-۱<۱ \rightarrow x<\frac{۲}{۳}\quad \text{(اشتراکی ندارند)}$$

$$x<۱:\ ۲x-(x-۱)<۱ \Rightarrow x+۱<۱ \rightarrow x<۰\quad \text{(اشتراک دارند)}$$

پس مجموعه جواب بازه‌ی $(-\infty\ ,۰)$ است.

## تعریف قدرمطلق و ویژگی‌ها

**۳۰۴–** حاصل عبارت $\sqrt{(-2)^2}+\sqrt{x^2}+\sqrt[3]{(-x)^3}$ ، وقتی که $x>0$ ، کدام است؟ **(سراسری ریاضی – ۶۷)**

۱) $-2x-2$ ۲) $-2$ ۳) $2x+2$ ۴) $2$

**۳۰۵–** اگر $x<0$ باشد، حاصل $\sqrt[4]{x^4}+2\sqrt[3]{x^3}$ کدام است؟ **(سراسری تجربی – ۷۱)**

۱) $3x$ ۲) $x$ ۳) $-x$ ۴) $-3x$

**۳۰۶–** حاصل $|2-x|+|2x-1|$ وقتی $-1<x<0$ باشد، کدام است؟ **(سراسری تجربی – ۶۲)**

۱) $-3-3x$ ۲) $3-3x$ ۳) $-3+3x$ ۴) $1+x$

**۳۰۷–** به ازای هر $x\in[1,+\infty)$ ، مقدار $\sqrt{x^2-2x+1}-\sqrt{4x^2-4x+1}$ کدام است؟ **(سراسری ریاضی – ۶۴)**

۱) $-x$ ۲) $2-3x$ ۳) $3x-2$ ۴) $x$

**۳۰۸–** اگر $b<0<a$ و $|b|>|a|$ ، آن‌گاه حاصل عبارت $|b|+|a|+|a+b|$ برابر کدام است؟ **(سراسری ریاضی – ۶۷)**

۱) $-2b$ ۲) $-2a$ ۳) $2a$ ۴) $2b$

**۳۰۹–** اگر $|b|<|a|$ و $b^3$ منفی باشد، آن‌گاه همواره: **(سراسری تجربی – ۷۵)**

۱) $\frac{1}{b}>\frac{1}{a}$ ۲) $a<b$ ۳) $a>b$ ۴) $a^2>b^2$

**۳۱۰–** اگر نامساوی $|x-1|<0/1$ و $A<2x-3<B$ معادل باشند، آن‌گاه $A+B$ کدام است؟ **(سراسری ریاضی – ۷۸)**

۱) $-2/1$ ۲) $-2$ ۳) $-1/1$ ۴) $-1$

**۳۱۱–** تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^2-2x-3$ با دامنه‌ی $\{x:|x-1|<2\}$ ، همواره چگونه است؟ **(سراسری ریاضی – ۹۱)**

۱) منفی ۲) مثبت ۳) صعودی ۴) نزولی

**۳۱۲–** اگر رابطه‌ی $|x+y+z|\le|x|+|y|+|z|$ به رابطه‌ی تساوی تبدیل شود الزاماً سه عدد غیر صفر $x$ و $y$ و $z$ چگونه‌اند؟ **(سراسری تجربی – ۸۶)**

۱) مساوی هم ۲) هم علامت ۳) مثبت ۴) منفی

## نمودار توابع قدر مطلق

**۳۱۳–** نمودار تابع با ضابطه‌ی $y=|x|+2$ از کدام نواحی مختصات می‌گذرد؟ **(سراسری تجربی – ۷۸)**

۱) اول و دوم ۲) دوم و سوم ۳) اول و سوم ۴) سوم و چهارم

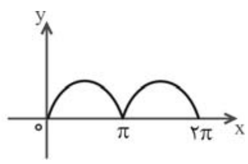
**۳۱۴–** مساحت محدود به نمودار تابع $y=|x|-3$ و محور $x$ ها کدام است؟ **(سراسری ریاضی – ۷۵)**

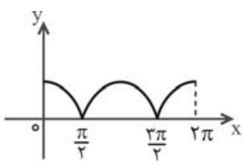
۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

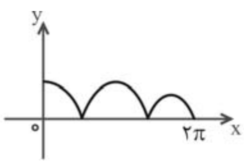
**۳۱۵–** مساحت محدود به نمودار تابع $y=|x|$ و $x+3y=12$ کدام است؟ **(سراسری ریاضی – ۷۷)**

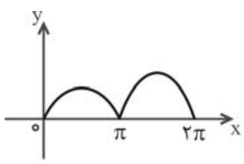
۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

**۳۱۶–** منحنی نمایش تابع $y=|\cos x|$ در فاصله‌ی $[0,2\pi]$ کدام است؟ **(سراسری ریاضی – ۷۰)**

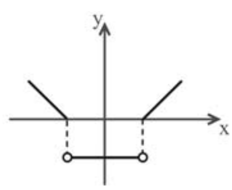
۱)


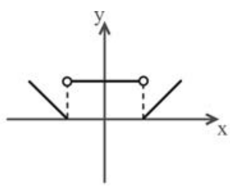

۲)


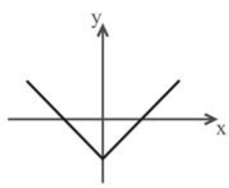

۳)


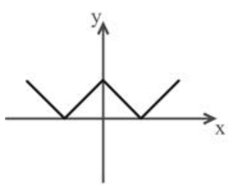

۴)



**۳۱۷–** منحنی نمایش $f(x)=\big||x|-2\big|$ کدام است؟ **(سراسری ریاضی – ۶۷)**

۱)


۲)


۳)


۴)


## معادلات و نامعادلات قدر مطلق

**۳۱۸–** مجموعه جواب نامعادله‌ی $\left|\frac{x-2}{2x+1}\right|>1$ ، به صورت کدام بازه‌هاست؟ **(سراسری تجربی – ۹۲)**

۱) $\left(-3,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$ ۲) $\left(-2,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{1}{2},1\right)$ ۳) $\left(-3,-\frac{1}{2}\right)$ ۴) $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$

**۳۱۹-** مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $۲x-|x-۱|>۸$ کدام است؟ **(سراسری تجربی - ۷۴)**

۱) $x>۷$ ۲) $x>۹$ ۳) $x<۱$ یا $x>۷$ ۴) $x<۱$ یا $x>۹$

**۳۲۰-** مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $|x^۲-۲x|<x$ کدام بازه است؟ **(سراسری ریاضی خارج کشور - ۹۲)**

۱) $(۰,۱)$ ۲) $(۰,۳)$ ۳) $(۱,۲)$ ۴) $(۱,۳)$

**۳۲۱-** نامعادله‌ی $|۲x-۳|<x$ معادل کدام نامعادله است؟ **(سراسری ریاضی - ۷۹)**

۱) $|x-۲|<۱$ ۲) $|x-۱|<۲$ ۳) $۰<|x-۲|<۱$ ۴) $۰<|x-۱|<۱$

**۳۲۲-** در بازه‌ای مقادیر تابع با ضابطه‌ی $y=x^۲$ کم‌تر از مقادیر تابع با ضابطه‌ی $y=|x-۲|$ است، آن بازه کدام است؟ **(سراسری ریاضی - ۸۱)**

۱) $(-۲,۱)$ ۲) $(-۱,۰)$ ۳) $(-۱,۱)$ ۴) $(۰,۱)$

**۳۲۳-** مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $x^۲-۲x<|x-۲|$، به صورت کدام بازه است؟ **(سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۲)**

۱) $(-۱,۱)$ ۲) $(-۱,۲)$ ۳) $(۰,۲)$ ۴) $(۱,۲)$

**۳۲۴-** مجموعه‌ی جواب نامعادلات $x+|x|\leq\frac{۱}{۲}x+۳$ به کدام صورت است؟ **(سراسری تجربی خارج از کشور - ۸۴)**

۱) $[-۴,۲]$ ۲) $[-۶,۸]$ ۳) $[-۶,۲]$ ۴) $[-۲,۶]$

**۳۲۵-** نمودار تابع $y=۴-|x|$ در بازه‌ی $(a,b)$ بالاتر از خط به معادله‌ی $۲y+x=۵$ قرار دارد، بزرگ‌ترین مقدار $b-a$ کدام است؟ **(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۶)**

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

**۳۲۶-** مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $(x-۴)|x|<۲x-۵$، به کدام صورت است؟ **(سراسری ریاضی - ۹۲)**

۱) $(۱,۵)$ ۲) $(۱-\sqrt{۶},۱+\sqrt{۶})$ ۳) $(۱,۵)\cup(۱+\sqrt{۶},+\infty)$ ۴) $(-\infty,۱-\sqrt{۶})\cup(۱,۵)$

**۳۲۷-** مجموعه‌ی جواب دستگاه نامعادلات $\begin{cases}|x|<۲\\(۲x-۱)<|x|\end{cases}$ کدام است؟ **(سراسری تجربی - ۷۸)**

۱) $\{x:-۱<x<۱\}$ ۲) $\{x:-۲<x<۲\}$ ۳) $\{x:۰<x<۲\}$ ۴) $\{x:-۲<x<۱\}$

## سایر آزمون‌ها و کتاب درسی

**۳۲۸-** اگر $a<۰$ آن‌گاه حاصل $\sqrt[۴]{a^۶}$ کدام است؟ **(حسابان - فصل ۱- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)**

۱) $-a\sqrt{a}$ ۲) $-a\sqrt{-a}$ ۳) $a\sqrt{-a}$ ۴) $a|a|\sqrt{a}$

**۳۲۹-** اگر $x\in[-۱,۱]$ و $A=|x-۱|$ و $B=|x+۱|$ باشند، حاصل عبارت $A^۳+B^۳+۶AB$ کدام است؟ **(حسابان - فصل ۱- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)**

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۲

**۳۳۰-** اگر $x^۲<x$ باشد، حاصل $\sqrt{۱+x-۲\sqrt{x}}+\sqrt{x^۲+x-۲x\sqrt{x}}$ کدام است؟ **(آزمایشی سنجش تجربی - ۹۰)**

۱) $۱-\sqrt{x}$ ۲) $۱+\sqrt{x}$ ۳) $۱-x$ ۴) $۱+x$

**۳۳۱-** اگر $a>|b|$ باشد، آن‌گاه کدام نتیجه‌گیری درست نیست؟ **(حسابان - فصل ۱- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)**

۱) $a>۰$ ۲) $a-b>۰$ ۳) $a+b>۰$ ۴) $b>۰$

**۳۳۲-** اگر $f(x)=|x+۱|+|x-۱|$ باشد، کدام‌یک از تساوی‌های زیر همواره صحیح است؟ **(آزاد ریاضی - ۶۳)**

۱) $f(x)\geq۱$ ۲) $f(x)>۲$ ۳) $f(x)\geq۲$ ۴) $f(x)\leq-۲$

**۳۳۳-** کدام رابطه، همواره درست نیست؟ **(آزاد ریاضی عصر - ۸۱)**

۱) $|a+b|\leq|a|+|b|$ ۲) $|a|-|b|\geq|a-b|$ ۳) $|a|-|b|\leq|a-b|$ ۴) $|a-b|\leq|a|+|b|$

**۳۳۴-** نمودار تابع $y=||۳x|-|x||$ بر نمودار کدام تابع منطبق است؟ **(آزاد غیر پزشکی - ۸۴)**

۱) $|۳x|-|۲x|$ ۲) $|۳x|-x$ ۳) $|۴x|$ ۴) $|۲x|$

**۳۳۵-** مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودارهای $y=x-|۲x|$ و $y=-۳$ کدام است؟ **(آزمایشی سنجش ریاضی - ۹۰)**

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

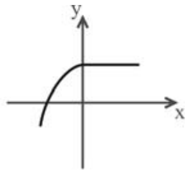
**۳۳۶-** مساحت محدود به نمودار تابع با ضابطه‌ی $y=۳|x|+x-۴$ و محور $x$ها کدام است؟ **(آزاد ریاضی عصر - ۹۰)**

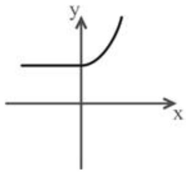
۱) ۱۲ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

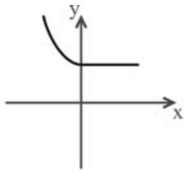
**۳۳۷**– نمودار تابع با ضابطه‌ی $y=|x+۱|-|۲x-۳|-x+۴$ از کدام ناحیه‌ی محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟ **(حسابان – فصل ۱ – صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)**

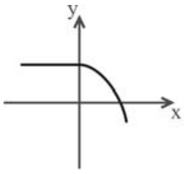
۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

**۳۳۸**– نمایش هندسی تابع $y=x|x|-x^{۲}+۱$ شبیه کدام است؟ **(آزاد پزشکی – ۷۷)**

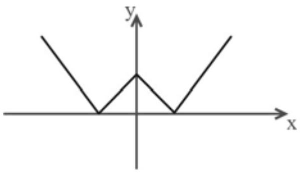
۱) 


۲) 


۳) 


۴) 


**۳۳۹**– شکل روبه‌رو، نمودار کدام تابع است؟ **(آزمایشی سنجش ریاضی – ۹۱)**




۱) $y=|x-۲|-|x|$

۲) $y=|x-۲|+|x|$

۳) $y=||x|-۲|$

۴) $y=|x|+x-۲$

**۳۴۰**– تابع $y=|x^{۲}-۱|+\sqrt{۲}$ در کدام نواحی محورهای مختصات قرار دارد؟ **(آزاد پزشکی – ۸۷)**

۱) اول و سوم ۲) اول و چهارم ۳) دوم و سوم ۴) اول و دوم

**۳۴۱**– مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودارهای $|y|+|x|=۶$ کدام است؟ **(آزمایشی سنجش ریاضی – ۹۰)**

۱) ۴۸ ۲) ۵۴ ۳) ۷۲ ۴) ۱۰۸

**۳۴۲**– نمودار توابع $y_{۱}=-|x-a|+b$ و $y_{۲}=|x-c|+d$ یکدیگر را در نقاط $(۲,۵)$ و $(۸,۳)$ قطع می‌کنند، $a+c$ کدام است؟ **(حسابان – فصل ۱ – صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)**

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۸

**۳۴۳**– تابع با ضابطه‌ی $f(x)=|۲x-۶|+۲|x+۱|$ در کدام بازه ثابت است؟ **(آزمایشی سنجش ریاضی – ۹۰)**

۱) $(-۱,+\infty)$ ۲) $(-\infty,-۱)$ ۳) $(۳,+\infty)$ ۴) $(-۱,۳)$

**۳۴۴**– طول خط شکسته‌ی نمودار تابع $y=|x|-|x-۱|$ کدام است؟ $(-۳\le x\le ۳)$ **(سازمان سنجش ریاضی – ۷۴)**

۱) $۳-\sqrt{۳}$ ۲) $۵-\sqrt{۵}$ ۳) $۳+\sqrt{۳}$ ۴) $۵+\sqrt{۵}$

**۳۴۵**– اگر $f(x)=۱-|۱-x^{۲}|$، آنگاه تابع با ضابطه‌ی $y=|f(x)|$ در کدام‌یک از بازه‌های زیر نزولی اکید است؟ **(آزمون کانون ریاضی – ۹۱)**

۱) $(-۲,-\frac{۱}{۲})$ ۲) $(-۱,\frac{۱}{۲})$ ۳) $(\frac{۱}{۲},۲)$ ۴) $(-۳,-\frac{۳}{۲})$

**۳۴۶**– اگر $a\le y_{۰}\le b$، آنگاه خطی به معادله‌ی $y=y_{۰}$، نمودار تابع به معادله‌ی $y=۲x+\frac{|x-۲|}{x-۲}$ را قطع نمی‌کند. بیش‌ترین مقدار $b-a$ کدام است؟ **(آزمون کانون ریاضی – ۹۰)**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

**۳۴۷**– معادله‌ی $|x-|x||=۱$ دارای: **(آزاد ریاضی – ۷۴)**

۱) ریشه نیست. ۲) ریشه‌ی مضاعف است. ۳) یک ریشه‌ی مثبت است. ۴) یک ریشه‌ی منفی است.

**۳۴۸**– روی محور اعداد حقیقی دو عدد وجود دارد که فاصله‌ی آنها از نقطه‌ی ۶ دو برابر فاصله‌ی آنها از نقطه‌ی $\frac{۳}{۲}$ است، مجموع دو عدد کدام است؟ **(حسابان – فصل ۱ – صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

**۳۴۹**– $(k\neq ۰)$ معادله‌ی $x|x|=kx$، همواره .... **(آزاد ریاضی – ۶۶)**

۱) حداقل یک ریشه دارد. ۲) دو ریشه دارد. ۳) ریشه ندارد. ۴) سه ریشه دارد.

**۳۵۰**– معادله‌ی $x^{۲}-۴x+|۴x-x^{۲}|=۰$: **(آزاد ریاضی – ۶۷)**

۱) دارای یک یا چند ریشه‌ی منفی است. ۲) دارای تعدادی ریشه در فاصله‌ی $-۴<x<۰$ است.

۳) دارای ریشه‌های بی‌شمار است. ۴) ریشه ندارد.

**۳۵۱**– مجموع ریشه‌های معادله‌ی $(x-۱)^{۲}-۵|x-۱|+۴=۰$ برابر است با: **(آزاد ریاضی – ۷۰)**

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) صفر

**۳۵۲**– معادله‌ی $|x|+|۲x-۱|=x$ چند جواب دارد؟ **(آزمون کانون ریاضی – ۹۱)**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) جواب ندارد.

**۳۵۳-** تابع $y = x + \frac{x}{|x|}$ به ازای $y = ۳$ چند جواب دارد؟ **(حسابان– صفحه‌ی ۳۹– مسأله‌ی ۲– ج)**

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

**۳۵۴-** مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $\sqrt{x^۲ - ۶x + ۹} = ۳ - |x|$ کدام است؟ **(آزمایشی سنجش ریاضی– ۸۲)**

۱) $\phi$ ۲) $[۰,۳]$ ۳) $\{۰,۳\}$ ۴) $[۰,۱]$

**۳۵۵-** مجموعه‌ی جواب‌های معادله‌ی $|۲x - ۱| + ۲|x + ۳| = ۵$ کدام است؟ **(آزمایشی سنجش ریاضی– ۹۰)**

۱) $(-۳,۱)$ ۲) $R - \left[-۳, \frac{۱}{۲}\right]$ ۳) $\left[-۳, \frac{۱}{۲}\right]$ ۴) $\phi$

**۳۵۶-** مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $|۳x - ۷| + |۶x + ۱۱| = |۹x + ۴|$ چند عدد صحیح را شامل نمی‌شود؟ **(آزمون کانون ریاضی– ۹۱)**

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) بی‌شمار

**۳۵۷-** نامساوی $|x^۲ - ۵x + ۶| > x^۲ - ۵x + ۶$ به ازای چه مقادیری از $x$ معتبر است؟ **(حسابان– فصل ۱– صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)**

۱) $(-۳,۳)$ ۲) $(۲,۳)$ ۳) $(-۲,۳)$ ۴) $(-۳,۲)$

**۳۵۸-** نامعادله‌ی $||x| - ۱| < ۳$ در $Z$ چند جواب دارد؟ **(حسابان– فصل ۱– صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)**

۱) ۷ ۲) ۹ ۳) ۵ ۴) ۱۱

**۳۵۹-** مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $۲x^۲ - |x| - ۳ \le ۰$ در $Z$ چند جواب دارد؟ **(حسابان– فصل ۱– صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۵

**۳۶۰-** در مجموعه جواب نامعادله‌ی $۳ < |x - ۲| < ۷$، تعداد جواب‌های صحیح $x$ کدام است؟ **(آزمایشی سنجش ریاضی– ۹۰)**

۱) ۸ ۲) ۱۲ ۳) ۶ ۴) صفر

**۳۶۱-** تمام جواب‌های نامعادله‌ی $|x - ۱| < |x - ۳|$ کدام است؟ **(آزاد ریاضی– ۷۰)**

۱) $x \le ۲$ ۲) $x > ۲$ ۳) $۱ \le x \le ۳$ ۴) $x < ۲$

**۳۶۲-** جواب نامعادله‌ی $|۲x - ۱| > |x - ۳|$ به‌صورت $|۳x + a| > b$ بیان شده است، دوتایی $(a,b)$ کدام است؟ **(آزمایشی سنجش ریاضی– ۸۵)**

۱) $(۵,۱)$ ۲) $(۱,۵)$ ۳) $(۳,۴)$ ۴) $(۴,۳)$

**۳۶۳-** نامعادله‌ی $\left|\frac{۲x - ۳}{x + ۲}\right| < ۱$ معادل کدام است؟ **(آزمایشی سنجش ریاضی– ۸۲)**

۱) $|x - ۳| < ۴$ ۲) $|۲x - ۳| < ۵$ ۳) $|۳x - ۸| < ۷$ ۴) $|۳x - ۷| < ۷$

**۳۶۴-** مجموعه جواب نامعادله‌ی $۳x + |x - ۵| > ۷$ کدام است؟ **(آزمایشی سنجش تجربی– ۹۱)**

۱) $۱ < x < ۵$ ۲) $x > ۱$ ۳) $x > ۳$ ۴) $x > ۵$

**۳۶۵-** در کدام بازه نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = -x^۲ + \frac{۱}{۲}(۳x + ۱۵)$ بالاتر از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = |۲x - ۳|$ قرار می‌گیرد؟ **(آزمایشی سنجش تجربی– ۹۲)**

۱) $(-۱,۳)$ ۲) $(-۱,۵)$ ۳) $(۱,۳)$ ۴) $(۱,۵)$

**۳۶۶-** نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = x^۲ - ۲|x| - ۱$ در کدام بازه، زیر خط به معادله‌ی $y = ۲$ قرار دارد؟ **(آزمایشی سنجش ریاضی– ۹۰)**

۱) $(-۳,۳)$ ۲) $[-۱,۱]$ ۳) $(-۱,۳)$ ۴) $[-۳,۱]$

**۳۶۷-** مجموعه جواب نامعادله‌ی $|۲x - ۱| + ۲|x + ۳| < ۵$ کدام است؟ **(آزمایشی سنجش ریاضی– ۹۱)**

۱) $۰ < x < \frac{۱}{۲}$ ۲) $-۳ < x < \frac{۱}{۲}$ ۳) $-۳ < x < ۲$ ۴) $\phi$

**۳۶۸-** مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $|x| + |x - ۱| \le ۵$ را به صورت بازه‌ی $[a,b]$ می‌نویسیم. $b - a$ کدام است؟ **(حسابان– صفحه‌ی ۴۲– مسأله‌ی ۱۰)**

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

**۳۶۹-** مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $|۲x - ۱| + |x - ۲| > ۳|x - ۱|$ کدام است؟ **(حسابان– فصل ۱– صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)**

۱) $\left\{x : \frac{۱}{۲} < x < ۱\right\}$ ۲) $\{x : -۱ < x < ۱\}$ ۳) $\{x : ۱ < x < ۲\}$ ۴) $\left\{x : \frac{۱}{۲} < x < ۲\right\}$

**۳۷۰-** مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $|۳x - ۷| + |۶x + ۱۱| = |۹x + ۴|$ چند عدد صحیح را شامل نمی‌شود؟ **(آزمون کانون ریاضی– ۹۱)**

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) بی‌شمار

**۳۷۱-** مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $|x^۲ - ۱| \le |x + ۱|$ شامل چند عدد صحیح می‌باشد؟ **(حسابان– صفحه‌ی ۴۲– مسأله‌ی ۹)**

۱) دو ۲) سه ۳) چهار ۴) پنج

$$(x+1)\sqrt{x^2-4}+(x-2)=0$$

به ازای $x>2$ عبارت فوق مثبت و به ازای $x\le -2$ عبارت فوق منفی و فقط $x=2$ در معادله صدق می‌کند، بنابراین معادله فقط یک ریشه دارد.

**۲۹۸- گزینه‌ی «۴»**

معادله‌ی داده شده، مجموع دو عبارت نامنفی است، بنابراین باید هر یک از رادیکال‌ها صفر باشند.

$$\begin{cases}3x^2-7x+2=0 \quad (1)\\ 2x^2+4x-ax-2a=0 \Rightarrow (2x-a)(x+2)=0 \quad (2)\end{cases}$$

ریشه‌های معادله‌ی (۱) را می‌یابیم که برابر $x=\dfrac{7\pm\sqrt{49-24}}{6}$ یا $x_1=2$ و $x_2=\dfrac{1}{3}$ خواهد بود. برای آنکه هر دو معادله توأماً صفر شوند، باید ریشه‌ی مشترک داشته باشند، لذا:

$$2x-a \xlongequal{x_1=2} 0 \Rightarrow a=4 \quad , \quad 2x-a \xlongequal{x_2=\frac{1}{3}} 0 \Rightarrow a=\frac{2}{3}$$

دقت کنید که $x=-2$ ریشه‌ی معادله‌ی دوم، ریشه‌ی مشترک نیست.

**۲۹۹- گزینه‌ی «۳»**

هر دو جمله نامنفی‌اند پس باید هر دو با هم در ریشه (ریشه‌هایی) صفر شوند، بنابراین:

$$\begin{cases}(x^2-1)^2\sqrt{x^2+x}=0 \Rightarrow x=1, x=-1, x=0\\ (x^2+x)^{\frac{2}{3}}=0 \Rightarrow x=0, x=-1\end{cases}$$

بنابراین ریشه‌های مشترک دو معادله $x=0$ و $x=-1$ خواهد بود و معادله دو ریشه دارد.

**۳۰۰- گزینه‌ی «۳»**

$$x-x\sqrt{x}<(\frac{1}{3}x+4)(1-\sqrt{x})$$

$$\Rightarrow x(1-\sqrt{x})<(\frac{1}{3}x+4)(1-\sqrt{x})$$

$$\Rightarrow (1-\sqrt{x})(\frac{-2}{3}x+4)>0$$

ریشه‌های داخل پرانتز ۱ و ۶ هستند و در این ریشه‌ها عبارت تغییر علامت می‌دهد، از طرفی برای تعریف شدن $\sqrt{x}$ باید $x$ نامنفی باشد، لذا با تعیین علامت عبارت خواهیم داشت:

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $6$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| عبارت | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |

پس مجموعه‌ی جواب نامعادله، برابر $[0,+\infty)-[1,6]$ است.

**۳۰۱- گزینه‌ی «۲»**

ابتدا دامنه‌ی متغیر معادله را می‌یابیم، باید نامعادله‌ی $\dfrac{x+2}{1-x}\ge 0$ را حل کنیم، ریشه‌های این نامعادله ۱ و $-2$ هستند. با تعیین علامت مجموعه‌ی جواب نامعادله، $-2\le x<1$ است (مجموعه‌ی جواب نامعادله، فاصله‌ی بین دو ریشه است). حال طرفین نامعادله را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$\frac{x+2}{1-x}\ge 1 \to \frac{x+2}{1-x}-1\ge 0$$

$$\to \frac{x+2-(1-x)}{1-x}\ge 0 \to \frac{2x+1}{1-x}\ge 0$$

با تعیین علامت این نامعادله به مجموعه‌ی جواب $\dfrac{-1}{2}\le x<1$ می‌رسیم (مجموعه‌ی جواب نامعادله، فاصله‌ی بین دو ریشه است)که زیرمجموعه‌ی دامنه است، لذا:

$$\text{مجموعه‌ی جواب}=\left\{x\,\middle|\,\frac{-1}{2}\le x<1\right\}=\left[\frac{-1}{2},1\right)$$

**۳۰۲- گزینه‌ی «۱»**

اولاً باید $x^2-x-12\ge 0$، پس:

$$(x-4)(x+3)\ge 0$$

لذا $(x\ge 4$ یا $x\le -3)$، از طرفی باید سمت راست نامعادله مثبت باشد، یعنی $(x>0)$، بنابراین دامنه‌ی متغیر $x\ge 4$ است، حال طرفین نامعادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x^2-x-12<x^2 \to x>-12$$

از اشتراک $x>-12$ و $x\ge 4$، مجموعه‌ی جواب نامعادله $x\ge 4$ است.

**۳۰۳- گزینه‌ی «۳»**

چون $x\le 0$ است، پس می‌توانیم بنویسیم $x=-(\sqrt{-x})^2$، حال معادله را برحسب $\sqrt{-x}$ می‌نویسیم:

$$-(\sqrt{-x})^2+3(\sqrt{-x})+18>0$$
$$\Rightarrow (\sqrt{-x})^2-3(\sqrt{-x})-18<0$$

با تجزیه خواهیم داشت:

$$\Rightarrow (\sqrt{-x}-6)(\sqrt{-x}+3)<0$$

عبارت $\sqrt{-x}+3$ همواره مثبت است، پس:

$$\sqrt{-x}-6<0 \to \sqrt{-x}<6 \to -x<36 \to x>-36$$
$$\xrightarrow{x\le 0} -36<x\le 0$$

پس اعداد صحیح منفی مجموعه جواب برابر $\{-35,-34,\dots,-1\}$ است که ۳۵ عضو دارد.

**۳۰۴- گزینه‌ی «۴»**

می‌دانیم $\sqrt{x^2}=|x|$ و $\sqrt[3]{x^3}=x$، پس:

$$\sqrt[3]{(-x)^3}+\sqrt{x^2}+\sqrt{(-2)^2}=-x+|x|+|-2|$$

چون $x>0$، پس $|x|=x$. بنابراین:

$$=-x+x+2=2$$

**۳۰۵- گزینه‌ی «۲»**

می‌دانیم $\sqrt[2n]{a^{2n}}=|a|$ و $\sqrt[3]{x^3}=x$ پس:

$$2\sqrt[3]{x^3}+\sqrt[4]{x^4}=2x+|x|$$

چون $x<0$، پس $|x|=-x$. بنابراین:

$$=2x-x=x$$

**۳۰۶- گزینه‌ی «۲»**

$$-1<x<0 \Rightarrow -2<2x<0 \Rightarrow -3<2x-1<-1 \Rightarrow 2x-1<0$$
$$\Rightarrow |2x-1|=-2x+1$$
$$-1<x<0 \Rightarrow 0<-x<1 \Rightarrow 2<2-x<3 \Rightarrow 2-x>0$$
$$\Rightarrow |2-x|=2-x$$
$$\Rightarrow |2x-1|+|2-x|=-2x+1+2-x=3-3x$$

### ۳۰۷- گزینه‌ی «۴»

می‌دانیم $|a| = \sqrt{a^۲}$، لذا:

$$\sqrt{۴x^۲-۴x+۱}-\sqrt{x^۲-۲x+۱}=\sqrt{(۲x-۱)^۲}-\sqrt{(x-۱)^۲}$$
$$=|۲x-۱|-|x-۱|$$

چون $x \geq ۱$ پس $x-۱\geq ۰$ و $۲x-۱>۰$ لذا:

$$=(۲x-۱)-(x-۱)=x$$

### ۳۰۸- گزینه‌ی «۳»

می‌دانیم اگر $x>۰$ باشد، $|x|=x$ و اگر $x<۰$ باشد، $|x|=-x$ است.

$$b<۰<a \Rightarrow \begin{cases}|a|=a\\|b|=-b\end{cases}$$

لذا:

$$|a|>|b| \Rightarrow a>-b \Rightarrow a+b>۰ \Rightarrow |a+b|=a+b$$

بنابراین:

$$|a+b|+|a|+|b|=a+b+a-b=۲a$$

### ۳۰۹- گزینه‌ی «۳»

با استفاده از نامساوی $|x|<a$ که معادل است با $-a<x<a$ خواهیم داشت: $(a>۰)$

$$|a|<|b| \Rightarrow -|b|<a<|b|$$

چون $b^۳$ منفی است پس $b$ منفی است، لذا خواهیم داشت:

$$\Rightarrow -(-b)<a<-b \Rightarrow b<a<-b$$

پس $b<a$.

### ۳۱۰- گزینه‌ی «۲»

با استفاده از نامساوی $|x|<a$ که معادل است با $-a<x<a$ خواهیم داشت: $(a>۰)$

$$|x-۱|<۰/۱ \Rightarrow -۰/۱<x-۱<۰/۱ \Rightarrow ۰/۹<x<۱/۱$$
$$\Rightarrow ۱/۸<۲x<۲/۲ \Rightarrow -۱/۲<۲x-۳<-۰/۸$$
$$\Rightarrow \begin{cases}A=-۱/۲\\B=-۰/۸\end{cases} \Rightarrow A+B=-۲$$

### ۳۱۱- گزینه‌ی «۱»

دامنه: $|x-۱|<۲$

چون طرفین نامعادله نامنفی هستند می‌توانیم به توان ۲ برسانیم:

$$\Rightarrow (x-۱)^۲<۴$$
$$\Rightarrow x^۲-۲x+۱<۴ \Rightarrow x^۲-۲x-۳<۰$$
$$\Rightarrow f(x)<۰$$

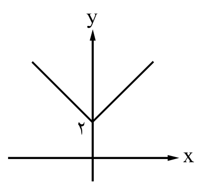
بنابراین تابع $f$ همواره منفی است.

### ۳۱۲- گزینه‌ی «۲»

با عددگذاری به گزینه‌ی درست پی می‌بریم، یک بار هر سه عدد $x$، $y$ و $z$ را مثبت و بار دیگر منفی و سپس مختلف العلامت انتخاب می‌کنیم. بدین ترتیب گزینه‌ی ۲ صحیح است.

### ۳۱۳- گزینه‌ی «۱»

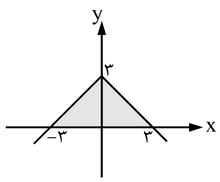
همان‌طوری که در شکل مقابل ملاحظه می‌شود، نمودار تابع $y=|x|+۲$ از نواحی اول و دوم می‌گذرد.




### ۳۱۴- گزینه‌ی «۴»

با رسم نمودار ملاحظه می‌شود که باید مساحت مثلث را بیابیم.

$$S=\frac{۱}{۲}(۶)(۳)=۹$$

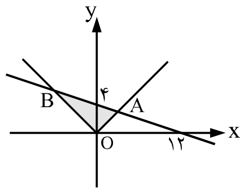



### ۳۱۵- گزینه‌ی «۴»

نمودار دو تابع را در یک‌دستگاه مختصات رسم می‌کنیم، کافی‌است محل تلاقی خط $x+۳y=۱۲$ را با خطوط $y=x$ و $y=-x$ بیابیم.

$$\begin{rcases}x+۳y=۱۲\\y=x\end{rcases} \Rightarrow A(۳,۳)$$

$$\begin{rcases}x+۳y=۱۲\\y=-x\end{rcases} \Rightarrow B(-۶,۶)$$




مثلث $OAB$ در رأس $O$ قائمه است و داریم:

$$S(O\overset{\Delta}{A}B)=\frac{۱}{۲}(OA)(OB)$$

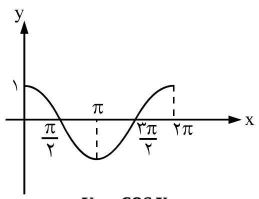
اما:

$$OA=\sqrt{x_A^۲+y_A^۲}=\sqrt{۹+۹}=۳\sqrt{۲}$$
$$OB=\sqrt{x_B^۲+y_B^۲}=\sqrt{۳۶+۳۶}=۶\sqrt{۲}$$

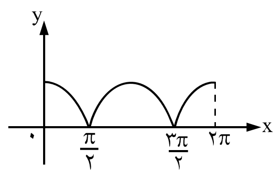
پس:

$$S(O\overset{\Delta}{A}B)=\frac{۱}{۲}(۳\sqrt{۲})(۶\sqrt{۲})=۱۸$$

### ۳۱۶- گزینه‌ی «۲»



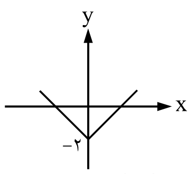

$y=\cos x$



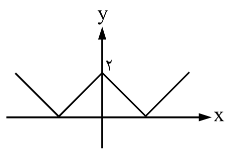

$y=|\cos x|$

### ۳۱۷- گزینه‌ی «۴»

ابتدا نمودار تابع $y=|x|$ را دو واحد به پایین منتقل کرده و سپس قسمت‌های پایین محور $x$ ها را نسبت به محور $x$ ها قرینه می‌کنیم.




$y=|x|-۲$




$y=||x|-۲|$

### ۳۱۸- گزینه‌ی «۱»

$$\left|\frac{x-۲}{۲x+۱}\right|>۱ \Rightarrow \frac{|x-۲|}{|۲x+۱|}>۱$$

با فرض $x\neq -\frac{۱}{۲}$، طرفین نامعادله‌ی اخیر را در $|۲x+۱|$ (که با در نظر گرفتن این فرض، عددی مثبت است) ضرب می‌کنیم، در اینصورت:

$$|x-۲|>|۲x+۱|$$

می‌توانیم طرفین نامعادله‌ی اخیر را که هر دو نامنفی هستند، به توان دو برسانیم، از آنجا که برای هر عدد حقیقی دلخواه مانند $\alpha$، داریم $|\alpha|^۲=\alpha^۲$، از به توان رساندن طرفین نامعادله‌ی اخیر نتیجه می‌شود:

$$(x-2)^2 > (2x+1)^2 \Rightarrow x^2-4x+4 > 4x^2+4x+1$$

$$\Rightarrow 3x^2+8x-3<0 \Rightarrow (x+3)(3x-1)<0 \Rightarrow -3<x<\frac{1}{3}$$

اما فرض اولیه این بود که $x \neq -\frac{1}{2}$، پس باید $x=-\frac{1}{2}$ را از مجموعه‌ی $-3<x<\frac{1}{3}$ حذف کنیم:

$$\text{مجموعه‌ی جواب نامعادله} = \left\{-3<x<\frac{1}{3}\right\} - \left\{x=-\frac{1}{2}\right\}$$

$$= \left\{-3<x<-\frac{1}{2}\right\} \cup \left\{-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{3}\right\}$$

$$= \left(-3,-\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$$

### ۳۱۹– گزینه‌ی «۱»

$$2x-|x-1|>8 \Rightarrow |x-1|<2x-8$$

نامعادله‌ی فوق وقتی دارای جواب است که $x>4$ باشد، با این شرط می‌توان نوشت:

$$8-2x<x-1<2x-8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-8>x-1 \Rightarrow x>7 \\ x-1>8-2x \Rightarrow 3x>9 \Rightarrow x>3 \end{cases}$$

از اشتراک جواب‌های فوق و ملاحظه‌ی شرط $x>4$ نتیجه می‌شود:

$$x>7$$

**یادآوری:** *اگر نامساوی $|x|<a$ معتبر باشد، باید $a \ge 0$ باشد.*

### ۳۲۰– گزینه‌ی «۴»

از آنجایی که $x>|x^2-2x|$ ، پس $x>0$ است ، حال طرفین نامساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x^2>x^4-4x^3+4x^2 \Rightarrow x^4-4x^3+3x^2<0$$

$$\Rightarrow x^2(x^2-4x+3)<0 \xrightarrow{x>0} x^2-4x+3<0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-3)<0 \to 1<x<3$$

پس مجموعه جواب نامعادله، بازه‌ی $(1,3)$ است.

### ۳۲۱– گزینه‌ی «۱»

نامعادله‌ی $|2x-3|<x$ وقتی دارای جواب است که $x>0$ باشد، با این شرط می‌توان نوشت:

$$-x<2x-3<x \Rightarrow \begin{cases} 2x-3<x \Rightarrow x<3 \\ 2x-3>-x \Rightarrow 3x>3 \Rightarrow x>1 \end{cases}$$

از اشتراک جواب‌های فوق و توجه به شرط $x>0$ نتیجه می‌شود:

$$1<x<3 \ \Rightarrow -1<x-2<1 \Rightarrow |x-2|<1$$

### ۳۲۲– گزینه‌ی «۱»

با توجه به آنکه نمودار $y=x^2$ پایین نمودار $y=|x-2|$ است پس:

$$|x-2|>x^2$$

با استفاده از نامساوی $|x|>a$ که معادل است با $x>a$ یا $x<-a$ خواهیم داشت: $(a>0)$

$x-2<-x^2$ یا $x-2>x^2$

اگر: $x-2<-x^2 \Rightarrow x^2+x-2<0 \Rightarrow -2<x<1$

اگر: $x-2>x^2 \Rightarrow x^2-x+2<0 \Rightarrow$ نامعادله جواب ندارد.

پس مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $|x-2|>x^2$، بازه‌ی $(-2,1)$ است.

### ۳۲۳– گزینه‌ی «۲»

به ازای ریشه‌ی داخل قدر مطلق، ضابطه‌بندی می‌کنیم:

$$(1)\ x\ge 2: x^2-2x<x-2$$

$$\Rightarrow x^2-3x+2<0 \Rightarrow (x-1)(x-2)<0$$

$$\Rightarrow 1<x<2 \ \text{غقق}$$

$$(2)\ x<2: x^2-2x<2-x$$

$$\Rightarrow x^2-x-2<0 \Rightarrow (x+1)(x-2)<0$$

$$\Rightarrow -1<x<2$$

بنابراین مجموعه جواب نامعادله، بازه‌ی $(-1,2)$ است.

### ۳۲۴– گزینه‌ی «۳»

$$(1)\ x\ge 0:\ x+x\le \frac{1}{2}x+3 \Rightarrow 2x\le \frac{1}{2}x+3 \Rightarrow \frac{3}{2}x\le 3$$

$$\Rightarrow x\le 2 \Rightarrow 0\le x\le 2$$

$$(2)\ x\le 0:\ x-x\le \frac{1}{2}x+3 \Rightarrow \frac{1}{2}x+3\ge 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x\ge -3$$

$$\Rightarrow x\ge -6 \Rightarrow -6\le x\le 0$$

از اجتماع (۱) و (۲)، مجموعه جواب نامعادله برابر است با:

$$\text{مجموعه جواب} = [-6,0]\cup[0,2]=[-6,2]$$

### ۳۲۵– گزینه‌ی «۲»

معادله‌ی خط را به‌صورت $y_1=\frac{5-x}{2}$ بازنویسی می‌کنیم. باید بازه‌ی $(a,b)$ را طوری بیابیم که نامعادله‌ی زیر برقرار باشد:

$$4-|x|>\frac{5-x}{2}$$

لذا داریم:

الف) $x\ge 0: 4-x>\frac{5-x}{2} \Rightarrow 8-2x>5-x \Rightarrow x<3$

پس: $0\le x<3 \quad (1)$

ب) $x<0: 4+x>\frac{5-x}{2} \Rightarrow 8+2x>5-x$

$$\Rightarrow 3x>-3 \Rightarrow x>-1$$

پس:

$$\Rightarrow -1<x<0 \quad (2)$$

بنابراین مجموعه جواب نامعادله اجتماع (۱) و (۲) است:

$$\text{مجموعه جواب} = (-1,0)\cup[0,3)=(-1,3)$$

در نتیجه بیشترین مقدار $b-a=3-(-1)=4$ خواهد بود.

### ۳۲۶– گزینه‌ی «۴»

با تعیین علامت عبارت داخل قدر مطلق و حذف آن، نامعادله را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} x\ge 0: |x|=x \\ \longrightarrow (x-4)(x)<2x-5 \Rightarrow x^2-6x+5<0 \\ \Rightarrow 1<x<5 \quad (*) \\ x<0: |x|=-x \\ \longrightarrow (x-4)(-x)<2x-5 \Rightarrow x^2-2x-5>0 \\ x<1-\sqrt{6} \ \text{یا}\ x>1+\sqrt{6} \xrightarrow{x<0} x<1-\sqrt{6} \quad (**) \end{cases}$$

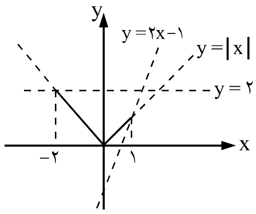
پس مجموعه‌ی جواب نامعادله که از اجتماع جواب‌های (*) و (**) حاصل می‌شود برابر است با:

$(-\infty,۱-\sqrt{۶})\cup(۱,۵)$

### ۳۲۷- گزینه‌ی «۴»

دستگاه نامعادلات داده شده با نامساوی مضاعف $۲x-۱<|x|<۲$ معادل است.

با رسم نمودار توابع $y=|x|$، $y=۲x-۱$ و $y=۲$ در یک دستگاه مختصات، x هایی را می‌یابیم که به ازای آن‌ها، نمودار تابع $y=|x|$ بین نمودار توابع $y=۲x-۱$ و $y=۲$ واقع شود. با توجه به شکل ملاحظه می‌کنیم به ازای $-۲<x<۱$ این امر تحقق پیدا می‌کند.




### ۳۲۸- گزینه‌ی «۲»

راه حل اول:

$$\sqrt[۴]{a^۶}=\sqrt[۴]{a^۴.a^۲}=|a|\sqrt[۴]{a^۲}=|a|\sqrt{|a|}\xrightarrow{a<۰}=-a\sqrt{-a}$$

راه حل دوم: چون $a<۰$ است پس زیر رادیکال برای گزینه‌های (۱) و (۴) تعریف نمی‌شود. پس حذف می‌شوند، از طرفی $\sqrt[۴]{a^۶}$ عددی مثبت است، پس با توجه به منفی بودن a، گزینه‌ی (۳) نیز منفی است که قابل قبول نمی‌باشد.

### ۳۲۹- گزینه‌ی «۱»

راه حل اول: با توجه به $-۱\le x\le ۱$، عبارت $x-۱$ همواره نامثبت و عبارت $x+۱$ همواره نامنفی است، پس خواهیم داشت:

$A=|x-۱|=-(x-۱)=۱-x$

و:

$B=|x+۱|=x+۱$

در نتیجه:

$$A^۳+B^۳+۶AB=(x+۱)^۳+(۱-x)^۳+۶(۱-x)(x+۱)$$
$$=(x+۱)^۳-(x-۱)^۳-۶(x^۲-۱)=۸$$

راه حل دوم: چون در گزینه‌ها، جواب‌ها مستقل از x هستند، پس هر مقدار x دلخواه در بازه‌ی $[-۱,۱]$ در نظر بگیریم به گزینه‌ی صحیح خواهیم رسید، با فرض $x=۰$، $A=۱$ و $B=۱$، با قرار دادن این مقادیر در عبارت، حاصل ۸ است. (شما $x=۱$ را در نظر بگیرید و حاصل را بیابید).

### ۳۳۰- گزینه‌ی «۳»

با حل نامعادله‌ی $x^۲-x<۰$، به مجموعه جواب $۰<x<۱$ خواهیم رسید، حال عبارت‌های زیر رادیکال‌ها را خلاصه می‌کنیم:

$$\sqrt{(\sqrt{x})^۲-۲x\sqrt{x}+x^۲}+\sqrt{۱+(\sqrt{x})^۲-۲\sqrt{x}}$$

با استفاده از اتحاد مربع دوجمله‌ای داریم:

$$=\sqrt{(\sqrt{x}-x)^۲}+\sqrt{(۱-\sqrt{x})^۲}$$

$$\xlongequal{|u|=\sqrt{u^۲}}|\underbrace{\sqrt{x}-x}_{\text{مثبت}}|+|\underbrace{۱-\sqrt{x}}_{\text{مثبت}}|$$

وقتی $۰<x<۱$ آنگاه $\sqrt{x}<۱$ و $\sqrt{x}>x$ خواهد بود، لذا

$$=(\sqrt{x}-x)+(۱-\sqrt{x})=۱-x$$

### ۳۳۱- گزینه‌ی «۴»

(۱) $a>|b|\Rightarrow a>۰$

(۲) $|b|<a\Rightarrow -a<b<a\Rightarrow \begin{cases}a-b>۰\\a+b>۰\end{cases}$

### ۳۳۲- گزینه‌ی «۳»

داریم: $f(x)=|x+۱|+|x-۱|$

می‌دانیم: $|x-۱|=|۱-x|$ پس: $=|x+۱|+|۱-x|$

مطابق نامساوی مثلثی خواهیم داشت: $\ge|(x+۱)+(۱-x)|$

با خلاصه‌سازی عبارت داخل قدر مطلق: $=۲$

پس به ازای هر x، $f(x)\ge۲$.

### ۳۳۳- گزینه‌ی «۲»

نامساوی $|a|-|b|\ge|a-b|$ به ازای $a=۱$ و $b=-۱$ برقرار نیست. پس نمی‌تواند همواره درست باشد. سایر گزینه‌ها بنا به ویژگی‌های قدرمطلق، همواره درست می‌باشند.

### ۳۳۴- گزینه‌ی «۴»

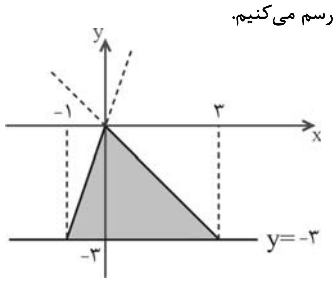
$$y=||۳x|-|x||$$
$$y=\begin{cases}|۳x-x|=|۲x|=۲x & , \quad x\ge۰\\ |-۳x-(-x)|=|-۲x|=-۲x & , \quad x<۰\end{cases}$$
$$\Rightarrow y=|۲x|$$

### ۳۳۵- گزینه‌ی «۳»

تابع با ضابطه‌ی $y=x-|۲x|$ را به یک تابع دوضابطه‌ای تبدیل می‌کنیم:

$$y=x-|۲x|=\begin{cases}x-۲x=-x & , \quad x\ge۰\\ x+۲x=۳x & , \quad x<۰\end{cases}$$

حال هر سه نمودار به معادلات $(y=-x,x\ge۰)$ و $(y=۳x,x<۰)$ و $y=-۳$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم.




بنابراین مساحت محدود یک مثلث به ارتفاع ۳ و قاعده‌ی ۴ است، لذا:

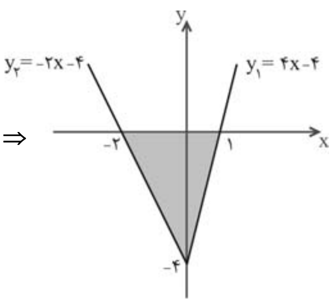
$$S=\frac{۱}{۲}(۴\times۳)=۶$$

### ۳۳۶- گزینه‌ی «۳»

ابتدا قدر مطلق را تعیین علامت می‌کنیم، سپس با رسم نمودار تابع، مساحت مورد نظر را می‌یابیم:

$$y=۳|x|+x-۴=\begin{cases}۴x-۴ & , \quad x\ge۰\\ -۲x-۴ & , \quad x<۰\end{cases}$$

$\Rightarrow$



$\frac{۳\times ۴}{۲}=۶=$ مساحت محدود به نمودار و محور $x$ ها

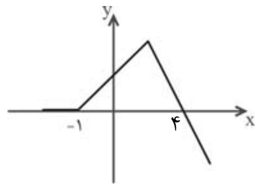
### ۳۳۷– گزینه‌ی «۳»

با ضابطه‌بندی، نمودار را رسم می‌کنیم:

الف) $x\le -۱ \to y=۰$

ب) $-۱\le x\le \frac{۳}{۲} \to y=۲x+۲$

ج) $x\ge \frac{۳}{۲} \to y=-۲x+۸$

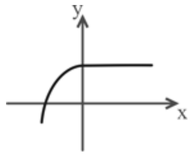



### ۳۳۸– گزینه‌ی «۱»

اگر ضابطه‌ی تابع را به صورت دو ضابطه‌ای بنویسیم، خواهیم داشت:

$$y=x|x|-x^۲+۱=\begin{cases}x^۲-x^۲+۱ & ; \quad x\ge ۰\\ -x^۲-x^۲+۱ & ; \quad x<۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow y=\begin{cases}۱ & ; \quad x\ge ۰\\ -۲x^۲+۱ & ; \quad x<۰\end{cases}$$

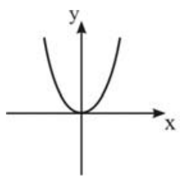
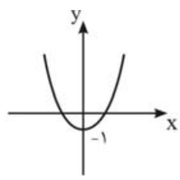



### ۳۳۹– گزینه‌ی «۳»

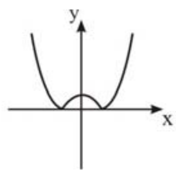
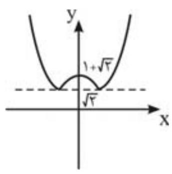
با توجه به شکل، محور $y$ ها، محور تقارن تابع است، پس تابع زوج است و از میان توابع داده شده تنها، گزینه‌ی (۳) تابعی زوج است.

### ۳۴۰– گزینه‌ی «۴»

نمودار تابع $y=|x^۲-۱|+\sqrt{۲}$ را به وسیله انتقال تابع $y=x^۲$ رسم می‌کنیم.


$\Longrightarrow$



$y=x^۲$ $\qquad$ $y=x^۲-۱$

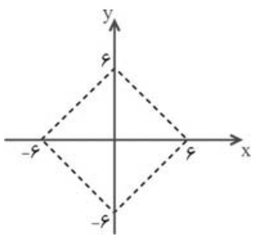

$\Longrightarrow$



$y=|x^۲-۱|$ $\qquad$ $y=|x^۲-۱|+\sqrt{۲}$

پس نمودار تابع مورد نظر در ناحیه‌ای اول و دوم مختصات قرار دارد.

### ۳۴۱– گزینه‌ی «۳»

نمودار $|x|+|y|=۶$ از تابع‌هایی به صورت زیر تشکیل شده است:



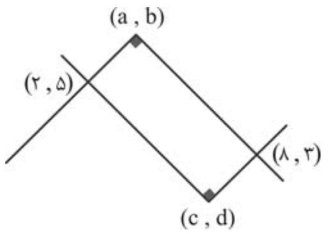

$$\begin{cases}x\ge ۰\,,\,y\ge ۰ & : \quad x+y=۶\\ x\ge ۰\,,\,y\le ۰ & : \quad x-y=۶\\ x\le ۰\,,\,y\ge ۰ & : \quad y-x=۶\\ x\le ۰\,,\,y\le ۰ & : \quad x+y=-۶\end{cases}$$

با رسم نمودارها، یک مربع به قطر ۱۲ واحد به‌دست می‌آید، بنابراین مساحت آن برابر است با:

$$\text{مساحت مربع}=\frac{(\text{قطر})^۲}{۲}=\frac{۱۲^۲}{۲}=۷۲$$

### ۳۴۲– گزینه‌ی «۳»

نمودار $y_۱$ به‌شکل  نمودار $y_۲$ به‌شکل  است که زاویه‌ی هر کدام $۹۰^\circ$ است و محل تلاقی آنها، نمودار زیر را پدید می‌آورد که یک مستطیل است. می‌دانیم قطرهای مستطیل یکدیگر را نصف می‌کنند پس:




$$\begin{cases}\frac{a+c}{۲}=\frac{۸+۲}{۲} \to a+c=۱۰ & \text{برای } x \text{ ها}\\ \frac{b+d}{۲}=\frac{۵+۳}{۲} \to b+d=۸ & \text{برای } y \text{ ها}\end{cases}$$

### ۳۴۳– گزینه‌ی «۴»

تابع با ضابطه‌ی داده شده را می‌توان به‌صورت سه ضابطه‌ای نوشت: (به ریشه‌های داخل قدر مطلق‌ها توجه کنید.)

$$f(x)=\begin{cases}-(۲x-۶)-۲(x+۱) & , \quad x\le -۱\\ -(۲x-۶)+۲(x+۱) & , \quad -۱<x<۳\\ ۲x-۶+۲(x+۱) & , \quad x\ge ۳\end{cases}$$

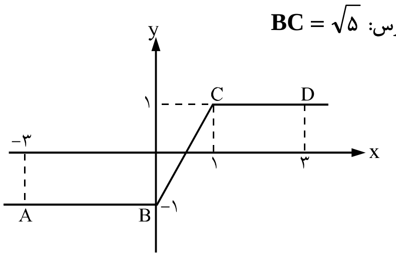
$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}-۴x+۴ & , \quad x\le -۱\\ ۸ & , \quad -۱<x<۳\\ ۴x-۴ & , \quad x\ge ۳\end{cases}$$

واضح است که از میان بازه‌های داده شده، تابع در بازه‌ی $(-۱,۳)$ ثابت است.

### ۳۴۴– گزینه‌ی «۴»

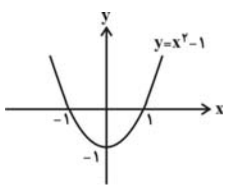
نمودار تابع $y=|x|-|x-۱|$ به صورت زیر است:

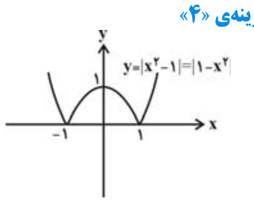
طبق رابطه‌ی فیثاغورس: $BC=\sqrt{۵}$

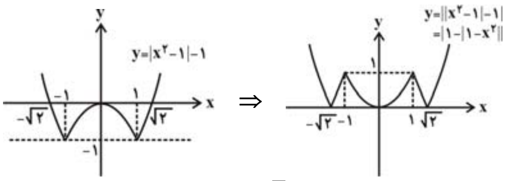



$\text{طول خط شکسته}=AB+BC+CD=۳+\sqrt{۵}+۲=۵+\sqrt{۵}$

### ۳۴۵– گزینه‌ی «۴»



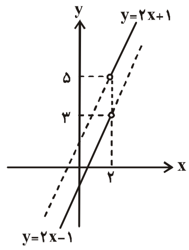
$\Rightarrow$





با توجه به شکل بالا تابع در بازه‌ی $I=(-\infty,-\sqrt{2})$ نزولی اکید است، پس در بازه‌ی $i=(-3,-\frac{3}{2})$ که زیرمجموعه‌ای از بازه‌ی $I$ است، نیز نزولی اکید است.

**۳۴۶– گزینه‌ی «۲»**

$$y=2x+\frac{|x-2|}{x-2} \Rightarrow y=\begin{cases}2x+1 & ; x>2\\ 2x-1 & ; x<2\end{cases}$$




اگر خط به معادله‌ی $y=y_0$ نمودار تابع را قطع نکند، آنگاه بیش‌ترین مقدار $y_0$ برابر پنج و کم‌ترین مقدار آن برابر سه است، پس با توجه به صورت سؤال، بیش‌ترین مقدار $b-a$ برابر است با $5-3=2$.

**۳۴۷– گزینه‌ی «۴»**

داریم:

$$\big|x-|x|\big|=\begin{cases}-2x & ;x<0\\ 0 & ;x\ge 0\end{cases}$$

$$\big|x-|x|\big|=1 \Rightarrow -2x=1 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$$

جواب فوق قابل قبول است زیرا در شرط $x<0$ صدق می‌کند.

**۳۴۸– گزینه‌ی «۴»**

اگر عدد را $x$ فرض کنیم، فاصله از نقطه‌ی ۶ برابر $|x-6|$ و فاصله از نقطه‌ی $\frac{3}{2}$ برابر $\left|x-\frac{3}{2}\right|$ است. پس:

$$|x-6|=2\left|x-\frac{3}{2}\right| \Rightarrow |x-6|=|2x-3|$$

طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$\Rightarrow x^2-12x+36=4x^2-12x+9$$
$$\Rightarrow 3x^2=27 \Rightarrow x=\pm 3 \Rightarrow x_1+x_2=0$$

**۳۴۹– گزینه‌ی «۱»**

$$x|x|=kx \Rightarrow x|x|-kx=0 \Rightarrow x(|x|-k)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases}x=0\\ |x|-k=0 \xrightarrow{k>0} |x|=k \Rightarrow x=\pm k\end{cases}$$

پس ملاحظه می‌شود که اگر $k>0$ باشد، آنگاه معادله دارای سه ریشه‌ی $x=0$ و $x=\pm k$ خواهد بود و اگر $k<0$ باشد، معادله تنها دارای ریشه‌ی $x=0$ می‌باشد. لذا معادله، حداقل یک ریشه دارد.

**۳۵۰– گزینه‌ی «۳»**

$$x^2-4x+|4x-x^2|=0 \Rightarrow |4x-x^2|=4x-x^2$$

با استفاده از تساوی $|u|=u$ که معادل است با $u\ge 0$، خواهیم داشت:

$$\Rightarrow 4x-x^2\ge 0 \Rightarrow x(4-x)\ge 0 \Rightarrow 0\le x\le 4$$

**۳۵۱– گزینه‌ی «۳»**

$$(x-1)^2-5|x-1|+4=0$$

چون $|x-1|^2=(x-1)^2$ پس: $\quad |x-1|^2-5|x-1|+4=0$

با فرض $|x-1|=t$ به معادله‌ی زیر می‌رسیم:

$$t^2-5t+4=0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر است.}} t=1 \text{ یا } t=4$$

$$t=1 \Rightarrow |x-1|=1 \Rightarrow x-1=\pm 1 \Rightarrow x_1=2 \text{ یا } x_2=0$$
$$t=4 \Rightarrow |x-1|=4 \Rightarrow x-1=\pm 4 \Rightarrow x_3=5 \text{ یا } x_4=-3$$
$$\Rightarrow x_1+x_2+x_3+x_4=2+0+5-3=4$$

**۳۵۲– گزینه‌ی «۱»**

چون طرف چپ همواره نامنفی است، باید $x\ge 0$ باشد، لذا:

$$x+|2x-1|=x \Rightarrow |2x-1|=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

**۳۵۳– گزینه‌ی «۲»**

به ازای $y=3$ معادله‌ای بصورت $x+\frac{x}{|x|}=3$ ایجاد می‌شود، که برای حل آن ابتدا تابع $|x|$ را برحسب ریشه‌ی داخل قدر مطلق یعنی $x=0$ تعیین علامت می‌کنیم. بنابراین خواهیم داشت:

$$x>0 \to x+\frac{x}{x}=3 \to x+1=3 \to x=2>0$$
$$x<0 \to x+\frac{x}{-x}=3 \to x-1=3 \to x=4 \not< 0$$

بنابراین معادله فقط یک جواب دارد.

**۳۵۴– گزینه‌ی «۲»**

$$\sqrt{(x-3)^2}=3-|x| \Rightarrow |x-3|+|x|=3$$

وقتی $0\le x\le 3: 3-x+x=3$

**۳۵۵– گزینه‌ی «۴»**

راه حل اول: تابع را به یک تابع سه ضابطه‌ای تبدیل می‌کنیم:

$x\le -3: 1-2x-2(x+3)=5 \Rightarrow -4x=10 \Rightarrow x=\frac{-5}{2}$ نشدنی

$-3\le x\le \frac{1}{2}: 1-2x+2(x+3)=5 \Rightarrow 7=5$ نشدنی

$x\ge \frac{1}{2}: 2x-1+2(x+3)=5 \Rightarrow 4x=0 \Rightarrow x=0$ نشدنی

پس مجموعه جواب معادله، تهی است.

راه حل دوم:

$$2\left|x-\frac{1}{2}\right|+2|x+3|=5 \Rightarrow \left|x-\frac{1}{2}\right|+|x+3|=\frac{5}{2}$$

در معادله‌ی $|x-a|+|x-b|=k$، اگر $k<b-a$ باشد، معادله فاقد ریشه است، در این معادله $k=\frac{5}{2}$ و $b-a=\frac{1}{2}-(-3)=\frac{7}{2}$، پس معادله فاقد ریشه است.

**۳۵۶– گزینه‌ی «۳»**

بنا بر نامساوی مثلثی داریم:

$$|a+b|\le |a|+|b|$$

تساوی در این نامساوی وقتی رخ می‌دهد که $a$ و $b$ هم‌علامت باشند یا حداقل یکی از آن‌ها صفر باشد، یعنی $ab\ge 0$ پس:

$$|a|+|b|=|a+b| \Leftrightarrow ab\ge 0$$

با توجه به این‌که $(۹x+۴)=(۳x-۷)+(۶x+۱۱)$ داریم:

$$|\underbrace{۳x-۷}_{a}|+|\underbrace{۶x+۱۱}_{b}|=|\underbrace{۹x+۴}_{a+b}|\Rightarrow(۳x-۷)(۶x+۱۱)\ge ۰$$

$$\Rightarrow x\in(-\infty,\frac{-۱۱}{۶}]\cup[\frac{۷}{۳},+\infty)$$

که شامل اعداد صحیح ۲ و ۱ و ۰ و ۱- نمی‌باشد.

### ۳۵۷– گزینه‌ی «۲»

نامساوی $|u|>u$ به ازای $u<۰$ معتبر است، پس باید:

$$x^۲-۵x+۶<۰\to(x-۲)(x-۳)<۰\to ۲<x<۳$$

### ۳۵۸– گزینه‌ی «۱»

$$||x|-۱|<۳\xrightarrow[|x|<a\leftrightarrow -a<x<a]{a>۰}-۳<|x|-۱<۳$$

$$\to -۲<|x|<۴\to ۰\le|x|<۴\to -۴<x<۴$$

پس ۷ جواب در اعداد صحیح داریم.

### ۳۵۹– گزینه‌ی «۳»

$$۲x^۲-|x|-۳\le ۰$$

از آن‌جایی که $|x|^۲=x^۲$، پس نامعادله به شکل زیر تبدیل خواهد شد:

$$۲|x|^۲-|x|-۳\le ۰\Rightarrow(|x|+۱)(۲|x|-۳)\le ۰$$

از آن‌جایی که $|x|+۱$ همواره مثبت است، پس کافی است مجموعه جواب نامعادله‌ی $۲|x|-۳\le ۰$ را بیابیم، بنابراین خواهیم داشت:

$$|x|\le\frac{۳}{۲}$$

در نتیجه:

$$\to\frac{-۳}{۲}\le x\le\frac{۳}{۲}$$

پس مجموعه جواب نامعادله در $Z$ برابر $\{-۱,۰,۱\}$ است.

### ۳۶۰– گزینه‌ی «۳»

دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$x\ge ۲:\ ۳<x-۲<۷\Rightarrow ۵<x<۹$$

که در $Z$، جواب‌های قابل قبول ۶,۷,۸ خواهند بود.

$$x<۲:\ ۳<-(x-۲)<۷\Rightarrow -۷<x-۲<-۳$$

$$\Rightarrow -۵<x<-۱$$

که در $Z$، جواب‌های قابل قبول ۴-, ۳-, ۲- خواهند بود و در کل نامعادله در $Z$، ۶ جواب صحیح دارد.

### ۳۶۱– گزینه‌ی «۴»

$$|x-۱|<|x-۳|$$

از آن‌جایی که هر دو طرف نامساوی نامنفی هستند می‌توانیم دو طرف را به توان ۲ برسانیم، لذا:

$$x^۲-۲x+۱<x^۲-۶x+۹\Rightarrow ۴x<۸\Rightarrow x<۲$$

### ۳۶۲– گزینه‌ی «۲»

طرفین نامعادله را توان ۲ می‌رسانیم:

$$۴x^۲-۴x+۱>x^۲-۶x+۹$$

$$\Rightarrow ۳x^۲+۲x-۸>۰\xrightarrow{\text{در ۳ ضرب می‌کنیم}}۹x^۲+۶x-۲۴>۰$$

$$\Rightarrow(۳x+۱)^۲>۲۵\Rightarrow|۳x+۱|>۵$$

پس $a=۱$ و $b=۵$ و از آنجا $(a,b)=(۱,۵)$.

### ۳۶۳– گزینه‌ی «۳»

$$|۲x-۳|<|x+۲|\xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان ۲}}۴x^۲-۱۲x+۹<x^۲+۴x+۴$$

$$\Rightarrow ۳x^۲-۱۶x+۵<۰\xrightarrow[\text{می‌کنیم}]{\text{در ۳ ضرب}}\underbrace{۹x^۲-۴۸x}+۱۵<۰$$

$$\Rightarrow\underbrace{(۳x)^۲-۲(۳x)(۸)}+۱۵<۰\Rightarrow(۳x-۸)^۲-۶۴+۱۵<۰$$

$$\Rightarrow(۳x-۸)^۲<۴۹\Rightarrow|۳x-۸|<۷\ ,\ x\ne -۲$$

### ۳۶۴– گزینه‌ی «۲»

با تعیین علامت، ریشه‌ی داخل قدر مطلق داریم:

$$\begin{cases}x\ge ۵:\ ۳x+x-۵>۷\Rightarrow x>۳\\ \quad x\ge ۵\\ x<۵:\ ۳x-x+۵>۷\Rightarrow ۲x>۲\Rightarrow x>۱\\ \quad ۱<x<۵\end{cases}$$

بنابراین در نتیجه‌ی اجتماع $(۱,۵)$ با $[۵,+\infty)$، مجموعه جواب نامعادله، بازه‌ی $(۱,+\infty)$ یا $x>۱$ است.

### ۳۶۵– گزینه‌ی «۱»

باید نامعادله‌ی زیر را حل کنیم:

$$-x^۲+\frac{۱}{۲}(۳x+۱۵)>|۲x-۳|$$

با توجه به ریشه‌ی داخل قدر مطلق دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$۱)\ x\ge\frac{۳}{۲}:-۲x^۲+۳x+۱۵>۲(۲x-۳)$$

$$\Rightarrow -۲x^۲-x+۲۱>۰\Rightarrow ۲x^۲+x-۲۱<۰$$

با حل معادله، ریشه‌های $x_۱=۳$ و $x_۲=-۳/۵$ بدست می‌آید و با تعیین علامت دیده می‌شود که جواب‌ها، داخل فاصله‌ی دو ریشه است، یعنی $-۳/۵<x<۳$ و اشتراک آن با بازه‌ی اصلی، بازه‌ی $[۱/۵,۳)$ را می‌دهد.

$$۲)\ x\le\frac{۳}{۲}:-۲x^۲+۳x+۱۵>-۲(۲x-۳)$$

$$\Rightarrow -۲x^۲+۷x+۹>۰$$

با حل معادله ریشه‌های $x_۱=-۱$ و $x_۲=۴/۵$ بدست می‌آیند و جواب‌های آن فاصله‌ی بین دو ریشه یعنی $-۱<x<۴/۵$ است که با اشتراک با بازه‌ی اصلی به جواب‌های $-۱<x\le ۱/۵$ می‌رسیم.

بنابراین مجموعه جواب نامعادله اجتماع دو بازه‌ی بدست آمده است.

$$(-۱,۱/۵]\cup[۱/۵,۳)=(-۱,۳)$$

پس مجموعه جواب نامعادله بازه‌ی $(-۱,۳)$ است.

### ۳۶۶– گزینه‌ی «۱»

باید:

$$x^۲-۲|x|-۱<۲\Rightarrow x^۲-۲|x|-۳<۰$$

از آنجایی که $|x|^۲=x^۲$، پس:

$$|x|^۲-۲|x|-۳<۰\xrightarrow{\text{تجزیه می‌کنیم}}(|x|-۳)(\underbrace{|x|+۱}_{\text{همواره مثبت}})<۰$$

$$\Rightarrow|x|-۳<۰\to -۳<x<۳$$

### ۳۶۷– گزینه‌ی «۴»

راه حل اول:

$$|۲x-۱|+|۲x+۶|<۵$$

$$\xRightarrow{|u|=|-u|}|۱-۲x|+|۲x+۶|<۵$$