

اتمادها و تجزیه‌ی چند جمله‌ای‌ها (سال اول)

۱- گزینه‌ی «۲»

طبق رابطه‌ی $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$ خواهیم داشت:

$$(x+1)^2 - (x-1)^2 = 4x = 4(\sqrt{3}+1) = 4\sqrt{3} + 4$$

$$(x+1)^2 - (x-1)^2 - 4 = 4\sqrt{3} + 4 - 4 = 4\sqrt{3}$$

۲- گزینه‌ی «۲»

$$\Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + k = \left(\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3}\right)^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \pm \frac{xy}{3}$$

بنابراین مقادیر قابل قبول $k = \pm \frac{xy}{3}$ است.

۳- گزینه‌ی «۱»

$$x + \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 16 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 16 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 14 - 2 = 12$$

۴- گزینه‌ی «۲»

$$x^6 - 3x^3 + 8x - 24 = x^3(x-3) + 8(x-3) = (x-3)(x^3+8) = (x-3)(x+2)(x^2-2x+4)$$

۵- گزینه‌ی «۴»

در حل این گونه مسائل از اتحادها کمک می‌گیریم.

ابتدا از اتحادهای چاق و لاغر استفاده می‌کنیم.

و سپس از اتحاد مزدوج:

$$\overbrace{(x-2)(x+2)(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)} = (x^3-8)(x^3+8) = x^6 - 64 = (\sqrt[6]{64})^6 - 64 = .$$

۶- گزینه‌ی «۴»

$$(x-2)(x^2+2x+4)(x^3+8) = (x^3-8)(x^3+8) = x^6 - 8^2 = x^6 - 64$$

۷- گزینه‌ی «۱»

این گونه عبارت‌ها، معمولاً از راه دسته‌بندی تجزیه می‌شوند.

$$x^2 + 12 - y^2 - 6x - 3 = x^2 - y^2 - 6x + 9 = x^2 - 6x + 9 - y^2 = (x-3)^2 - y^2 = (x-3-y)(x-3+y)$$

۸- گزینهی «۴»

$$a(a-3)(a-4) - 12a + 36 = a(a-3)(a-4) - 12(a-3) = (a-3)[a(a-4) - 12] = (a-3)(a^2 - 4a - 12) = (a-3)(a+2)(a-6)$$

پس عامل $a+2$ در تجزیه‌ی عبارت مورد نظر وجود دارد.

۹- گزینهی «۱»

ابتدا از x فاکتور می‌گیریم:

$$6x^3 + 7x^2 + 2x = x(6x^2 + 7x + 2)$$

حال عبارت $6x^2 + 7x + 2$ را به صورت زیر تجزیه می‌کنیم:

$$A = 6x^2 + 7x + 2$$

دو طرف را در ضرب x^2 ضرب می‌کنیم:

$$6A = (6x)^2 + 7(6x) + 12$$

از طریق اتحاد جمله مشترک تجزیه می‌کنیم:

$$6A = (6x+4)(6x+3)$$

$$6A = 2(3x+2) \cdot 3(2x+1) \Rightarrow A = (3x+2)(2x+1) = 6x^2 + 7x + 2 = x(3x+2)(2x+1)$$

۱۰- گزینهی «۲»

طرف اول را تجزیه می‌کنیم:

$$a^3 + b^3 = a^2 - ab + b^2$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = (a^2 - ab + b^2)$$

$$a+b=1$$

$(a^2 - ab + b^2)$ را از دو طرف ساده می‌کنیم، در نتیجه:

$$a^2 - b^2 = 4 \Rightarrow (a-b)(a+b) = 4 \Rightarrow (a-b) = 4$$

$$(a-b)^3 = 4^3 = 64$$

در نتیجه:

۱۱- گزینهی «۱»

$$(x^3 - x^2)^3 + x^9 = x^6 + A + B$$

$$(x^3 - x^2)^3 = x^6 + A + B - x^9$$

$$x^6 - 3x^5 + 3x^4 - x^9 = x^6 + A + B - x^9$$

$$A + B = 3x^4 - 3x^5 = 3(x^4 - x^5)$$

۱۲- گزینهی «۱»

اتحادهای زیر را به خاطر بسپارید.

$$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y)$$

با توجه به اتحادهای گفته شده، داریم:

$$x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y) \text{ و } x-y=3, \quad xy=10$$

$$\Rightarrow x^3 - y^3 = (3)^3 + 3(10)(3) = 27 + 90 = 117$$

در بعضی از مسائل می‌توانیم با توجه به رابطه‌های داده شده x ، y را حدس بزنیم؛ مثلاً در این مثال اگر دقت می‌کردید $x=5$ و $y=2$ بوده، بنابراین:

$$x^3 - y^3 = (5)^3 - (2)^3 = 117$$

۱۳- گزینه‌ی «۴»

$$a(a-2)(a-3) - 4a + 8 = a(a-2)(a-3) - 4(a-2) = (a-2)(a(a-3) - 4) = (a-2)(a^2 - 3a - 4) = (a-2)(a+1)(a-4)$$

۱۴- گزینه‌ی «۳»

برای حل این گونه مسائل، عبارت داده شده را باید تجزیه نماییم و برای تجزیه کردن $x^2 + 4$ از اضافه و کم کردن جملات باید استفاده نماییم. (در این جا $4x^2$ را به عبارت اضافه و کم می‌کنیم.)

$$x^4 + 4 + 4x^2 - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 = [(x^2 + 2) - 2x][(x^2 + 2) + 2x] = (x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2)$$

۱۵- گزینه‌ی «۴»

$$\frac{x^5 + 2x^4}{\text{دسته‌ی اول}} - \frac{16x - 32}{\text{دسته‌ی دوم}} = x^4(x+2) - 16(x+2)$$

$$= (x+2) \underbrace{(x^4 - 16)}_{\text{مزدوج}} = (x+2)(x^2 + 4) \underbrace{(x^2 - 4)}_{\text{مزدوج}}$$

$$= (x+2)(x^2 + 4)(x-2)(x+2) = (x+2)^2(x^2 + 4)(x-2) = (x+2)(x^2 - 4)(x^2 + 4)$$

۱۶- گزینه‌ی «۱»

روش اول: ابتدا از ۴ (ضریب x^2) فاکتور می‌گیریم. سپس برای آن که عبارت داخل پرانتز تبدیل به مربع کامل شود، باید مربع نصف ضریب x را به آن اضافه کنیم.

$$4x^2 + 6x + \frac{1}{4} = 4 \left(x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{16} \right)$$

$$x \text{ مربع نصف ضریب } = \left(\frac{3}{4} \right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow 4 \left(x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{16} + \frac{9}{16} - \frac{9}{16} \right) = 4 \left(x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} + \frac{1}{16} - \frac{9}{16} \right) = 4 \left[\left(x + \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{1}{4} \right] = 4 \left(x + \frac{3}{4} \right)^2 - 2$$

همان‌طور که دیده می‌شود، برای آن که عبارت مربع کامل شود، ۲ واحد باید به عبارت اضافه کرد.

روش دوم:

در عبارت درجه‌ی دومی که مربع دو جمله‌ای است، باید $\Delta = 0$ ، $\Delta = b^2 - 4ac$ باشد.

حال اگر فرض کنیم k واحد به عبارت اضافه گردد، باید Δ معادله‌ی نظیر آن را برابر صفر قرار دهیم.

$$4x^2 + 6x + \frac{1}{4} + k = 0 \Rightarrow (6)^2 - 4 \times (4) \times \left(\frac{1}{4} + k \right) = 0 \Rightarrow 36 - 4 - 16k = 0 \Rightarrow 16k = 32 \Rightarrow k = 2$$

۱۷- گزینه‌ی «۳»

$$x(x^2 - 1) - x(4x + 5) - x^2 = x^3 - x - 4x^2 - 5x - x^2 = x^3 - 5x^2 - 6x = x(x^2 - 5x - 6) = x(x+1)(x-6)$$

۱۸- گزینهی «۱»

$$a + b = -9$$

$$a^2 - b^2 = 36 \Rightarrow (a - b)(a + b) = 36 \Rightarrow (a - b)(-9) = 36 \Rightarrow a - b = \frac{36}{-9} = -4$$

$$4a - 4b = 4(a - b) = 4 \times (-4) = -16$$

توضیح نکتهی درسی:

$$\text{اتحاد مزدوج: } a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

۱۹- گزینهی «۳»

$$2A^2 + 2B^2 - 4AB = 2(A^2 + B^2 - 2AB) = 2(A - B)^2 = 2((2x^3 - 1) - (2x^3 + 1))^2 = 2(2x^3 - 1 - 2x^3 - 1)^2 = 2 \times (-2)^2 = 8$$

توضیح نکتهی درسی:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

۲۰- گزینهی «۱»

$$x^2 - 3x^2 - 4x + 12 = x^2(x - 3) - 4(x - 3) = (x^2 - 4)(x - 3) = (x - 2)(x + 2)(x - 3)$$

توان و رادیکال (سال اول)

۲۱- گزینهی «۳»

$$\frac{2^2(1+3)}{3^8(1+2)} = \frac{4 \times 2^2}{3 \times 3^8} = \frac{2^2 \times 2^2}{3^9} = \frac{2^4}{3^9} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

۲۲- گزینهی «۱»

$$\left(\frac{11}{13}\right)^{-5} \times \left(\frac{2}{11}\right)^3 = \left(\frac{11}{13}\right)^{-5} \times \left(\frac{13}{11}\right)^3 = \left(\frac{13}{11}\right)^5 \times \left(\frac{13}{11}\right)^3 = \left(\frac{13}{11}\right)^8$$

۲۳- گزینهی «۴»

$$\frac{55^6 \times 11^{-6}}{9} \div \frac{55}{27} = \frac{5^6 \times 11^6 \times 11^{-6}}{3^2} \times \frac{3^3}{55} = \frac{5^6 \times 11^0 \times 3^3}{3^2 \times 55} = 3$$

۲۴- گزینهی «۲»

$$\frac{1}{4} \times (81^{\cdot})^2 = \frac{(3^4)^2}{2^2} = 258$$

۲۵- گزینهی «۳»

$$\left(\frac{1}{81}\right)^{-7} = 81^7 = (3^4)^7 = 3^{28} \Rightarrow m = 28$$

۲۶- گزینهی «۴»

$$\frac{4}{3^{-6}} \div \left(\frac{22}{2}\right)^2 = 2^2 \times 3^6 \div \left(\frac{25}{2}\right)^2 = 2^2 \times 3^6 \div \left(\frac{25}{2}\right)^2 = 2^2 \times 3^6 \div \frac{25}{4} = 2^2 \times 3^6 \times \frac{4}{25} = \frac{3^6}{25} = \left(\frac{3}{5}\right)^6$$

۲۷- گزینهی «۲»

$$8^{x+3} = (36)^2 \left(\frac{9}{4}\right)^{-2} \Rightarrow (2^3)^{x+3} = (2^2 \times 3^2)^2 \left(\frac{2}{9}\right)^2 \Rightarrow 2^{3x+9} = 2^4 \times 3^4 \times \frac{2^2}{3^4} \Rightarrow 2^{3x+9} = 2^6 \Rightarrow 3x+9=6 \Rightarrow 3x=-3 \Rightarrow x=-1$$

۲۸- گزینهی «۱»

$$3^{x+2} - 3^x = 8 \Rightarrow 3^x \times 3^2 - 3^x = 8 \Rightarrow 3^x \times 9 - 3^x = 8 \Rightarrow 3^x(9-1) = 8 \Rightarrow 3^x \times 8 = 8 \Rightarrow 3^x = 1 \Rightarrow x=0$$

۲۹- گزینهی «۲»

ابتدا تک تک عبارت‌ها را گویا می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{8}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{2+\sqrt{2}}{2-1} = 2+\sqrt{2}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \Rightarrow 2+\sqrt{2}-\sqrt{2}=2$$

۳۰- گزینهی «۳»

$$\begin{cases} \sqrt{6}(\sqrt{2}-\sqrt{3}) = \sqrt{12}-\sqrt{18} = \sqrt{4 \times 3} - \sqrt{9 \times 2} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} \\ \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) - (2\sqrt{3}) = -3\sqrt{2}$$

۳۱- گزینهی «۴»

چون فرجه رادیکال‌ها با هم برابر است، بنابراین:

$$\sqrt{(4-\sqrt{15})^3} \times \sqrt{(4+\sqrt{15})^3} = \sqrt{(4-\sqrt{15})^3(4+\sqrt{15})^3} = \sqrt{[(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})]^3} = \sqrt{(16-15)^3} = 1$$

۳۲- گزینهی «۳»

چون فرجه رادیکال‌ها با هم برابر نیست، ابتدا باید فرجه‌ی آن‌ها را یکی کنیم:

$$\sqrt[3]{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} \times \sqrt[2]{\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}} = \sqrt[3]{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} \times \sqrt[3]{\sqrt{4+3+4\sqrt{3}}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} \times \sqrt[3]{\sqrt{7+4\sqrt{3}}} = \sqrt[3]{\sqrt{(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})}} = \sqrt[3]{\sqrt{49-48}} = 1$$

۳۳- گزینهی «۲»

$$\frac{6}{\sqrt[3]{4}} = \frac{6}{\sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{6\sqrt[3]{2}}{2} = 3\sqrt[3]{2}$$

برای گویا کردن عبارت بالا از رابطه‌ی زیر استفاده کردیم:

$$\frac{1}{n\sqrt[n]{a^m}} \times \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{a}$$

$$3\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} = 4\sqrt[3]{2}$$

۳۴- گزینهی «۴»

$$\frac{6}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} - \sqrt{18} = \frac{6}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} = \frac{6(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{6} = 3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{18} = 3\sqrt{2} \Rightarrow 3\sqrt{2}+2\sqrt{3}-3\sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

۳۵- گزینهی «۴»

اگر عرض مستطیل y باشد:

$$(\sqrt{5}+2) \times y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{5}+2} \times \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}-2}{5-4}$$

$$\Rightarrow \text{عرض } y = \sqrt{5}-2$$

$$\text{محیط} = 2(\text{طول} + \text{عرض}) = 2(\sqrt{5}+2+\sqrt{5}-2)$$

$$\text{محیط} = 4\sqrt{5}$$

۳۶- گزینهی «۱»

$$\frac{2}{2+\sqrt{6}} = \frac{2 \times (2-\sqrt{6})}{(2+\sqrt{6})(2-\sqrt{6})} = \frac{2 \times (2-\sqrt{6})}{4-6} = \frac{2 \times (2-\sqrt{6})}{-2} = \sqrt{6}-2$$

$$(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 6+2\sqrt{6}-3\sqrt{6}-6 = -\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \text{عبارت کل} = \sqrt{6}-2+(-\sqrt{6})+2=0$$

۳۷- گزینهی «۱»

$$\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{(1-\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)}{(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)} - 2\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}-1-2+\sqrt{2}}{2-1} - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}-3-2\sqrt{2} = -3$$

۳۸- گزینهی «۲»

$$\sqrt[3]{24} \times \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{24 \times 9} = \sqrt[3]{2^3 \times 3^3} = 6$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt[3]{24} \times \sqrt[3]{9} - \sqrt{80} = 6 - 4\sqrt{5}$$

۳۹- گزینهی «۳»

$$\left(\sqrt[3]{5+\frac{1}{9}+2}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\sqrt[3]{\frac{64}{9}}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\sqrt[3]{\frac{9}{64}}\right)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{3}{8}$$

$$\left(\sqrt[4]{\frac{1}{4}}\right)^6 = \left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

۴۰- گزینهی «۲»

$$\sqrt{\frac{x+3}{25} + \frac{1}{x+1}} = \sqrt{\frac{6-2\sqrt{6}+3}{25} + \frac{1}{7-2\sqrt{6}}} = \sqrt{\frac{9-2\sqrt{6}}{25} + \frac{7+2\sqrt{6}}{49-24}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

تابع و معادله‌ی درجه‌ی دوم (سال سوم)

۴۱- گزینهی «۴»

برای آن‌که ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم با هم برابر باشند، یا به عبارت دیگر معادله‌ی درجه‌ی دوم ریشه‌ی مضاعف داشته باشد، باید $\Delta = 0$ باشد؛ بنابراین داریم:

$$2x^2 - 3x + (2k-1) = 0 \xrightarrow{\Delta=b^2-4ac} 9 - 4(2)(2k-1) = 0 \Rightarrow 9 - 16k + 8 = 0$$

$$17 = 16k \Rightarrow k = \frac{17}{16}$$

۴۲- گزینهی «۳»

اگر یک معادله‌ی درجه‌ی دوم دارای ریشه‌ی مضاعف باشد، برای به دست آوردن ریشه‌ی مضاعف می‌توانیم از رابطه‌ی زیر استفاده کنیم.

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} \Rightarrow (a-1)x^2 - 2ax + 4 = 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{2a}{2(a-1)} = \frac{a}{a-1}$$

ریشه‌ی مضاعف برابر عدد ۲ است.

$$\frac{a}{a-1} = 2 \Rightarrow a = 2a - 2 \Rightarrow a = 2$$

تذکر: با جایگذاری گزینه‌ها نیز می‌توانید به جواب مورد نظر خود برسید.

$$a = 2 \Rightarrow (2-1)x^2 - 2 \times 2x + 4 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0$$

۴۳- گزینهی «۳»

$$x^2 + 4x = 3 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 3 + 4 \Rightarrow (x+2)^2 = 7 \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{7}$$

از ۷ جذر گرفته می‌شود.

۴۴- گزینهی «۳»

در حل این‌گونه مسائل ابتدا S و P را به دست می‌آوریم و رابطه‌ی داده شده را بر اساس S و P مرتب می‌کنیم. سپس S و P به دست آمده را در رابطه جایگزین می‌نماییم:

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow S = \frac{-b}{a} = 4 \Rightarrow P = \frac{c}{a} = 1$$

$$x_1 + \frac{1}{x_1} + x_2 + \frac{1}{x_2} = (x_1 + x_2) + \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) = (x_1 + x_2) + \left(\frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2}\right) = S + \frac{S}{P} = 8$$

۴۵- گزینهی «۱»

$$x^2 - 3x + m = 0$$

S را به دست می‌آوریم $S = \frac{-b}{a} = -\frac{-3}{1} = 3$ و با رابطه‌ی داده شده، داخل یک دستگاه قرار می‌دهیم تا ریشه‌ها به دست آیند.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 4 \\ x_1 + x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 4 \\ -x_1 - x_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 1 \\ x_1 = 2 \end{cases}$$

حال همان طور که می‌دانیم ضرب ریشه‌ها از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید، بنابراین: $P = \frac{c}{a}$

$$x_1 \cdot x_2 = m$$

$$(2) \times (1) = m \Rightarrow m = 2$$

۴۶- گزینهی «۱»

روش اول: به جای x در معادله، عدد ۲ را قرار می‌دهیم.

$$(2)^2 - 5 \times (2) - (2k-1) = -6 - 2k + 1 = -5 - 2k = 0 \Rightarrow k = \frac{-5}{2}$$

$$x^2 - 5x - \left(2 \times \left(\frac{-5}{2}\right) - 1\right) = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\text{ضرب ریشه‌ها} = \frac{c}{a} = \frac{6}{1} = 2 \times x \Rightarrow x = 3$$

$$x_1 + x_2 = S$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$2 + x_2 = 5 \Rightarrow x_2 = 3$$

روش دوم:

۴۷- گزینهی «۳»

اگر عدد کوچک‌تر را x فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} x^2 + (x+1)^2 &= 25 \Rightarrow x^2 + (x^2 + 2x + 1) = 25 \Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 - 25 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0 \\ \Rightarrow 2(x^2 + x - 12) &= 0 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow (x+4)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 & \text{ق.ق. غ} \\ x = 3 \Rightarrow x+1 = 4 & \text{ق.ق. ق} \end{cases} \end{aligned}$$

۴۸- گزینهی «۲»

سهمی از مبدأ مختصات می‌گذرد و رو به پایین است، پس معادله‌ی سهمی به صورت $y = -ax^2$ است و از نقطه‌ی $(-2, -2)$ می‌گذرد.

$$\Rightarrow -2 = -a(-2)^2 \Rightarrow -4a = -2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

حال اگر رأس سهمی $y = -\frac{1}{2}x^2$ را به نقطه‌ی $(-2, 1)$ منتقل کنیم، خواهیم داشت:

$$y' = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 1 \Rightarrow y' = -\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) + 1$$

$$y' = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 1$$

۴۹- گزینهی «۳»

$$x_s = \frac{-b}{2a} \Rightarrow -2 = -\frac{-a}{2(2)} \Rightarrow -2 = \frac{a}{4} \Rightarrow a = -8$$

$$\Rightarrow y = 2x^2 + 8x + b \text{ و } (-2, 3) \in \text{ سهمی}$$

$$\Rightarrow 3 = 2(-2)^2 + 8(-2) + b \Rightarrow 3 = 8 - 16 + b \Rightarrow b = 11 \Rightarrow y = 2x^2 + 8x + 11$$

محل برخورد با محور y ها:

$$x = 0 \Rightarrow y = 11$$

۵۰- گزینهی «۱»

محور تقارن یک سهمی از رابطه‌ی $x = \frac{-b}{2a}$ به دست می‌آید.

$$x^2 + mx + 1 = 0$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{-m}{2} \\ x &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{m}{2} = 2 \Rightarrow m = -4$$

m در معادله جایگزین می‌کنیم:

$$y = x^2 - 4x + 1$$

$$S \begin{vmatrix} -\frac{b}{2a} \\ \frac{4ac - b^2}{4a} \end{vmatrix} \Rightarrow S \begin{vmatrix} 2 \\ -3 \end{vmatrix}$$

رأس سهمی در ناحیه‌ی چهارم قرار دارد.

۵۱- گزینهی «۱»

با توجه به شکل داده شده: نمودار $y = ax^2 + bx + c$ دارای می‌نیم است. پس a ضریب x^2 باید مثبت باشد، گزینه‌ی «۴» غلط است. محل برخورد

نمودار با محور y ها مثبت است، بنابراین عدد ثابت c باید مثبت شود، پس گزینه‌ی «۲» غلط است. محور تقارن عددی مثبت است؛ $x = \frac{-b}{2a} > 0$

بنابراین گزینه‌ی «۳» نیز غلط است.

۵۲- گزینهی «۲»

$$x^2 - 7x - 3 = 0 \cdot \frac{ax^2 + bx + c = 0}{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -7 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} S &= \frac{-b}{a} = -\frac{-7}{1} = 7 \\ P &= \frac{c}{a} = \frac{-3}{1} = -3 \end{aligned} \right\} -3 < 7$$

مجموع ریشه‌ها از حاصل ضرب آن‌ها بیش‌تر است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهی «۱»: $3 > -7 \Rightarrow 3 = \text{حاصل ضرب ریشه‌ها}$ ، $-7 = \text{مجموع ریشه‌ها}$

گزینهی «۳»: $-3 > -7 \Rightarrow -3 = \text{حاصل ضرب ریشه‌ها}$ ، $-7 = \text{مجموع ریشه‌ها}$

گزینهی «۴»: $10 > 7 \Rightarrow 10 = \text{حاصل ضرب ریشه‌ها}$ ، $7 = \text{مجموع ریشه‌ها}$

۵۳- گزینهی «۱»

اگر نمودار $y = x^2 - 3x$ ، دو واحد به سمت راست و یک واحد به پایین انتقال پیدا کند معادله‌ی آن به فرم زیر خواهد شد.

$$y = (x-2)^2 - 3(x-2) - 1$$

$$y = x^2 - 4x + 4 - 3x + 6 - 1$$

$$y = x^2 - 7x + 9$$

۵۴- گزینهی «۲»

با توجه به شکل داریم:

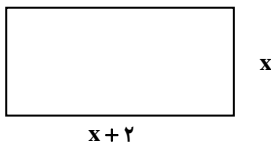
$a < 0 \Rightarrow$ سهمی Max دارد

$c > 0$: محل برخورد با محور y ها مثبت

$$\left. \begin{aligned} x = \frac{-b}{2a} > 0 \\ a < 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow b > 0$$

محور تقارن مثبت:

۵۵- گزینهی «۲»



$$\text{غ.ق.ق } (x+2)(x) = 3 \rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ و } x = -3$$



$$\text{محیط: } 2(1+3) = 8$$

حال محیط را به دست می‌آوریم:

۵۶- گزینهی «۳»

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{-(k+1)}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow k+1 = -1 \Rightarrow k = -2 \Rightarrow 3x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 + 24 = 25 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+5}{6} = 1 \\ x_2 = \frac{1-5}{6} = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

۵۷- گزینهی «۱»

رأس سهمی نقطه‌ی (۵ و -۲) و دهانه‌ی سهمی رو به پایین است. بنابراین:

$$y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 5 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x + 3$$

۵۸- گزینهی «۳»

$$3x^2 - 4x - a = 0$$

$$\Delta = 16 + 12a = 0 \Rightarrow a = -\frac{16}{12} = -\frac{4}{3}$$

۵۹- گزینهی «۲»

اگر معادله‌ی درجه‌ی دوم دارای ریشه‌های $\frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$ باشد، می‌توان ضابطه‌ی آن را به صورت زیر نوشت. داریم:

$$(x - \frac{2 + \sqrt{5}}{2})(x - \frac{2 - \sqrt{5}}{2}) = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{2 + \sqrt{5}}{2}x - \frac{2 - \sqrt{5}}{2}x + \frac{4 - 5}{4} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - \frac{1}{4} = 0$$

۶۰- گزینهی «۲»

$$mx^2 - 2m^2x + m - 4 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد } ax^2 + bx + c = 0} \begin{cases} a = m \\ b = -2m^2 \\ c = m - 4 \end{cases}$$

$$\text{(حاصل ضرب ریشه‌ها)} \quad \frac{c}{a} = -3 \Rightarrow \frac{m-4}{m} = -3 \Rightarrow m-4 = -3m \Rightarrow m+3m=4 \Rightarrow 4m=4 \Rightarrow m=1$$

$$\text{(مجموع ریشه‌ها)} \quad \frac{-b}{a} = -\frac{-2m^2}{m} = \frac{2m^2}{m} = 2m = 2 \times 1 = 2$$

آمار: دسته‌بندی داده‌ها و نمودارها (سال دوم)

۶۱- گزینهی «۴»

مرکز دسته

۶۲- گزینهی «۳»

$$k = \frac{R}{C} \Rightarrow 6 = \frac{R}{8} \Rightarrow R = 48 = \max - \min \Rightarrow 48 = 65 - \min \Rightarrow \min = 17$$

$$17 + 8 = 25 \Rightarrow \text{دسته‌ی اول} (17-25)$$

$$\text{مرکز دسته‌ی اول} = \frac{17+25}{2} = 21$$

۶۳- گزینهی «۲»

تذکر ۱: فراوانی مطلق = فراوانی نسبی \times کل داده‌ها

تذکر ۲: فراوانی تجمعی هر دسته برابر است با مجموع فراوانی آن دسته با فراوانی دسته‌های قبل از خودش.

دسته‌ها	[۰ و ۲)	[۲ و ۴)	[۴ و ۶)	[۶ و ۸)	[۸ و ۱۰]
فراوانی نسبی	۰/۲	۰/۳	۰/۳	۰/۱	۰/۱
فراوانی مطلق	۴	۶	۶	۲	۲
فراوانی تجمعی	۴	۱۰	۱۶	۱۸	۲۰

بنابراین جمع فراوانی تجمعی دسته دوم و سوم برابر $16+10=26$ می‌باشد.

۶۴- گزینهی «۳»

$$N = 200 + 85 + 65 + 60 + 40 = 450$$

$$\text{تعداد اتومبیل‌های ۲ یا ۳ سرنشین} = 85 + 65 = 150$$

$$\text{درصد اتومبیل‌هایی با ۲ یا ۳ سرنشین} = \frac{150}{450} \times 100 = \frac{100}{3} \approx 33$$

۶۵- گزینهی «۴»

$$\max = 67$$

$$\min = 19$$

$$R = \max - \min = 67 - 19 = 48$$

دامنه‌ی تغییرات:

$$k = \frac{R}{C} \Rightarrow 8 = \frac{48}{C}$$

برای به‌دست‌آوردن طول دسته داریم:

$$8C = 48 \Rightarrow C = 6$$

$$19 + (4 \times 6) = 43$$

برای به‌دست‌آوردن کران پایین دسته‌ی پنجم:

$$43 + 6 = 49$$

کران بالای دسته‌ی داریم:

۶۶- گزینهی «۲»

$$k = 9, R = 81, C = \frac{81}{9} = 9$$

مرکز دسته‌ی وسط $38/5$ و چون ۹ دسته داریم، پس دسته‌ی وسط، دسته‌ی پنجم است.

$$x_9 = \text{مرکز دسته‌ی نهم} = 38/5 + 4 \times 9 = 74/5$$

$$\text{حد پایین دسته‌ی نهم} = 74/5 - \frac{C}{2} = 74/5 - 4/5 = 70$$

۶۷- گزینهی «۲»

$$\text{طول دسته} = \frac{21 - 7}{3 - 1} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\text{کران پایین دسته‌ی اول} = 7 - \frac{7}{2} = 3/5$$

$$\text{کران بالای دسته‌ی آخر} = 56 + \frac{7}{2} = 59/5$$

$$k = \frac{R}{C} \Rightarrow k = \frac{59/5 - 3/5}{7} = 8$$

۶۸- گزینهی «۲»

$$C = 22 - 17 = 5 \Rightarrow K = \frac{R}{C} \Rightarrow 8 = \frac{R}{5} \Rightarrow R = 40$$

حال اگر داده‌ها در ۱۰ دسته طبقه‌بندی شوند:

$$C = \frac{R}{K} = \frac{40}{10} = 4$$

$$\text{دسته‌ی اول} = [17, 21)$$

$$\text{دسته‌ی پنجم} = [33, 37) \Rightarrow x_5 = \frac{33 + 37}{2} = 35$$

۶۹- گزینهی «۱»

$$C = \frac{100 - 19}{9} = \frac{81}{9} = 9$$

اگر ۳۲ درصد کم‌تر از ۵۵ و ۴۶ درصد کم‌تر از ۶۴ باشند، پس $46 - 32 = 14$ درصد داده‌ها در دسته‌ی وسط که دسته‌ی پنجم است، قرار دارند. پس:

[۱۹ و ۲۸)

$$[28 \text{ و } 37) \quad \text{فراوانی نسبی دسته‌ی پنجم} = 0.14 \Rightarrow 0.14 = \frac{f_5}{50} \Rightarrow f_5 = 0.14 \times 50 = 7$$

[۳۷ و ۴۶)

[۴۶ و ۵۵)

دسته‌ی وسط [۵۵ و ۶۴)

[۶۴ و ۷۳)

۷۰- گزینهی «۲»

$$n = 15 + 30 + 45 = 90 \quad \text{و} \quad f_p = 30$$

$$\text{فراوانی نسبی دسته‌ی سوم} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

۷۱- گزینهی «۴»

$$x + 18 + 12 + 50 = 100 \Rightarrow x = 20$$

مجموع درصد فراوانی نسبی دسته‌ها ۱۰۰ است.

$$\frac{20}{100} = \frac{x}{360} \Rightarrow x = 72^\circ$$

با یک تناسب خواهیم داشت:

۷۲- گزینهی «۴»

$$R = 18 - 6 = 12 \Rightarrow C = \frac{R}{K} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\text{مرکز دسته‌ی اول} = \frac{6+9}{2} = 7.5 \Rightarrow [6 \text{ و } 9) \text{ دسته‌ی اول}$$

$$\Rightarrow \text{مرکز دسته‌ی آخر} = \frac{15+18}{2} = 16.5 \Rightarrow [15 \text{ و } 18) \text{ دسته‌ی چهارم}$$

$$16.5 + 3 = 19.5$$

اگر روی محور x بعد از آخرین مرکز دسته به اندازه‌ی C جلو برویم، نمودار به محور x وصل می‌شود.

۷۳- گزینهی «۲»

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 36^\circ$$

$$\hat{A} = 5\hat{D}, \hat{B} = 4\hat{D}, \hat{C} = 8\hat{D}$$

$$\Rightarrow 5\hat{D} + 4\hat{D} + 8\hat{D} + \hat{D} = 36^\circ \Rightarrow 18\hat{D} = 36^\circ \Rightarrow \hat{D} = 2^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 4 \times 2^\circ = 8^\circ$$

۷۴- گزینهی «۱»

در برگ مربوط به ساقه ۱، x می‌تواند اعداد ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ باشد.

در برگ مربوط به ساقه ۳، x می‌تواند اعداد ۰، ۱، ۲، ...، ۸ باشد.

در برگ مربوط به ساقه ۶، x می‌تواند اعداد ۹، ۸، ۷، ۶ باشد.

اعداد مورد نظر باید در هر سه ساقه قرار داشته باشند.

پس ۶، ۷، ۸ جواب است.

۷۵- گزینهی «۳»

تعداد داده‌های بیش‌تر یا مساوی ۳۵ و کم‌تر از ۴۲ برابر ۷ است و تعداد کل داده‌ها ۲۱ است.

$$\text{درصد فراوانی نسبی} = \frac{7}{21} \times 100 \approx 33.3\%$$

۷۶- گزینهی «۱»

۶ عدد روبه‌رو ناکم‌تر از ۴۵ و کم‌تر از ۵۲ هستند ۴۵, ۴۷, ۴۷, ۵۱, ۵۱, ۵۱ و تعداد کل داده‌ها ۲۵ تاست. بنابراین درصد داده‌های خواسته شده برابر است با:

$$\frac{۶}{۲۵} \times ۱۰۰ = ۲۴ \text{ درصد}$$

۷۷- گزینهی «۲»

درصد $۲۰ = ۷۰ - ۵۰ = ۷۰$ درصد فراوانی نسبی گروه سنی بین ۳۰ تا ۴۰ سال

$$\alpha = \frac{۲۰}{۱۰۰} \times ۳۶^\circ = ۷۲^\circ$$

۷۸- گزینهی «۲»

می‌دانیم که مساحت زیر نمودار مستطیلی یک سری داده‌های آماری، برابر مساحت زیر نمودار چند بر فراوانی آن داده‌هاست. از طرفی اختلاف بین مرکزهای دو دسته‌ی متوالی در نمودار چند بر فراوانی، برابر طول دسته‌ها در نمودار مستطیلی است.

$$۴ = ۶ - ۲ = \text{طول دسته‌ها در نمودار مستطیلی}$$

$$۳۶ = \text{فراوانی کل} \times \text{طول دسته‌ها} = \text{مساحت زیر نمودار مستطیلی}$$

$$\Rightarrow ۹ = \text{فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر} = \text{فراوانی کل}$$

۷۹- گزینهی «۱»

$$۱۶ = ۲۰ - ۴ = \text{فراوانی تجمعی طبقه‌ی دوم}$$

$$\text{فراوانی مطلق طبقه‌ی سوم} = \frac{۴}{۳۲} = \frac{۱}{۸} = ۰.۱۲۵$$

فراوانی نسبی طبقه‌ی سوم = $\frac{\text{اندازه‌ی جامعه}}$

۸۰- گزینهی «۴»

با توجه به رابطه‌ی داده‌شده‌ی $d = ۳x$, $z = ۲x$, $y = \frac{۳x}{۲}$ داریم:

$$x + y + z + d = ۳۶ \Rightarrow x + \frac{۳x}{۲} + ۲x + ۳x = ۳۶.$$

$$\frac{۱۵x}{۲} = ۳۶ \Rightarrow x = ۴.۸^\circ, y = ۷.۲^\circ, z = ۹.۶^\circ, d = ۱۴.۴^\circ$$

نکته: هر گروه که بیش‌ترین زاویه را در یک نمودار دایره‌ای داشته باشد، بیش‌ترین تعداد افراد را در جامعه موردنظر خواهد داشت.

آماره: شافص‌های مرکزی و پراکندگی (سال دوم)

۸۱- گزینهی «۲»

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$۷, ۸, ۹, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷$$

$$\text{میانها} = \frac{۱۲ + ۱۳}{۲} = \frac{۲۵}{۲} = ۱۲.۵$$

۸۲- گزینهی «۳»

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. دامنه‌ی تغییرات داخل جعبه برابر است با اختلاف چارک سوم و اول:

$$۳, ۶, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۸, ۲۰, ۲۵, ۲۶, ۲۷$$

چارک اول: ۹

چارک سوم: ۲۰

چارک اول - چارک سوم = R

$$R = ۲۰ - ۹ = ۱۱$$

۱۳ = میانهای داده‌ها

$$\text{واحد } ۲ = ۱۳ - ۱۱$$

۸۳- گزینهی «۱»

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow 15 = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_5) \times 2}{2 \times 5} \Rightarrow (x_1 + x_2 + \dots + x_5) \times 2 = 15 \times 10 = 150.$$

$$\bar{X} = \frac{150 + 4x}{14} \Rightarrow 16 = \frac{150 + 4x}{14} \Rightarrow 224 - 150 = 4x$$

$$74 = 4x \Rightarrow x = 18.5$$

۸۴- گزینهی «۳»

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{12}}{12} \Rightarrow 15/5 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{12}}{12} \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{12} = 15/5 \times 12 = 186, 20 + 25 = 45$$

$$\text{میانگین جدید} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{12} - 45}{10} = \frac{186 - 45}{10} = 14.1$$

۸۵- گزینهی «۲»

چون هر کدام از داده‌ها در $\frac{1}{4}$ ضرب شده و دو واحد از آن‌ها کم شده، پس میانگین نیز به این صورت تغییر خواهد کرد.

$$\bar{X} = 5$$

$$\text{میانگین جدید} = \frac{1}{4} \times 5 - 2 = \frac{5}{4} - 2 = \frac{5 - 8}{4} = -\frac{3}{4}$$

۸۶- گزینهی «۴»

$$x_1 - 14 = 5 \Rightarrow x_1 = 19$$

$$x_2 - 14 = -2 \Rightarrow x_2 = 12$$

$$x_3 - 14 = 2 \Rightarrow x_3 = 16$$

$$x_4 - 14 = 3 \Rightarrow x_4 = 17$$

$$\text{معدل واقعی} = \bar{x} = \frac{19 + 12 + 16 + 17}{4} = 16$$

۸۷- گزینهی «۲»

ابتدا میانگین داده‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\bar{X} = \frac{2 \times 2 + 4 \times 4 + 6 \times 2}{8} = \frac{32}{8} = 4$$

$$\text{واریانس} = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

$$\text{واریانس} = \frac{2(2-4)^2 + 4(4-4)^2 + 2(6-4)^2}{8}$$

$$\text{واریانس} = \frac{8 + 0 + 8}{8} = 2$$

۸۸- گزینهی «۳»

$$\sum x_i^2 = 72, n = 8, \sigma^2 = 5$$

برای حل این گونه از مسائل از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 \Rightarrow 5 = \frac{72}{8} - (\bar{x})^2 \Rightarrow (\bar{x})^2 = 9 - 5 \Rightarrow \bar{x} = 2$$

۸۹- گزینهی «۳»

چون انحراف معیار داده‌های آماری برابر صفر است، پس تمام داده‌ها با هم برابرند. چون داده‌ها برابر ۸ هستند، پس میانگین نیز برابر ۸ می‌شود.

$$\bar{x} = x_1 = x_2 = \dots = x_n = 8$$

۹۰- گزینهی «۳»

چون داده‌ها در ۲- ضرب شده‌اند، پس انحراف معیار جدید برابر خواهد بود با:

$$|-2| \times 7 = 14$$

۹۱- گزینهی «۱»

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} [x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2] - (\bar{x})^2 \Rightarrow 2^2 = \frac{1}{6} [2^2 + 3^2 + 5^2 + x^2 + y^2 + 6^2] - 5^2 \Rightarrow \frac{1}{6} [74 + x^2 + y^2] = 29 \Rightarrow x^2 + y^2 = 10$$

۹۲- گزینهی «۳»

ضریب تغییرات را در گروه A و B محاسبه می‌کنیم؛ آن که ضریب تغییرات کم‌تری دارد، دقت بیش‌تری دارد.

$$A: \bar{X}_A = \frac{31 + 33 + 34 + 35 + 37}{5} = \frac{170}{5} = 34$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(31-34)^2 + (33-34)^2 + (34-34)^2 + (35-34)^2 + (37-34)^2}{5} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{9+1+0+1+9}{5} = 4 \Rightarrow \sigma = 2 \Rightarrow C.V_A = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{2}{34} = \frac{1}{17}$$

$$B: \bar{X}_B = \frac{30 + 32 + 36 + 37 + 40}{5} = \frac{175}{5} = 35$$

$$\sigma^2 = \frac{(30-35)^2 + (32-35)^2 + (36-35)^2 + (37-35)^2 + (40-35)^2}{5} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{25+9+1+4+25}{5} = \frac{64}{5} = 12.8 \Rightarrow \sigma = \sqrt{12.8}$$

$$C.V_B = \frac{\sqrt{12.8}}{35} \Rightarrow C.V_B > C.V_A$$

۹۳- گزینهی «۴»

اضافه یا کم کردن داده‌ها تأثیری در واریانس ندارد و چون داده‌ها در ۳- ضرب شده‌اند، پس واریانس جدید خواهد بود:

$$\text{واریانس جدید} = (-3)^2 \times \text{واریانس قدیم} = 9 \times 5 = 45$$

۹۴- گزینهی «۴»

$$\bar{x} = \frac{6+7+8+9+10}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{(6-8)^2 + (7-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (10-8)^2}{5} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

۹۵- گزینهی «۳»

$$\bar{x} = 10$$

$$\sigma = 2 \Rightarrow CV = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

چون داده‌ها در ۲ ضرب شده‌اند، میانگین جدید و انحراف معیار جدید برابر خواهند بود با:

$$\bar{x}' = 2 \times 10 = 20$$

$$\sigma' = |2| \times 2 = 4 \Rightarrow CV = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

بنابراین ضریب تغییرات، تغییر نمی‌کند.

۹۶- گزینهی «۲»

$$\bar{x} = \frac{2 \times 75 + 76 + 77 + 78 + 80 + 2 \times 81 + 82 + 85 + 86 + 91 + 92 + 4 \times 93 + 99}{18}$$

$$= \frac{150 + 76 + 155 + 80 + 162 + 82 + 85 + 86 + 91 + 92 + 372 + 99}{18} = \frac{1530}{18} = 85$$

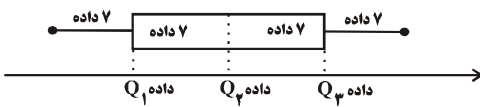
۹۷- گزینهی «۲»

مجموع اختلافات داده‌ها از عدد ۱۲ برابر صفر است، بنابراین میانگین داده‌ها برابر ۱۲ است.

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{450}{50} = 9 \Rightarrow \sigma = \sqrt{9} = 3$$

۹۸- گزینهی «۳»

با توجه به اطلاعات سؤال نمودار جعبه‌ای به صورت زیر است.



مجموع داده‌های دنباله‌ی سمت چپ: $7 \times 13 = 91$

مجموع داده‌های دنباله‌ی سمت راست: $7 \times 20 = 140$

تعداد داده‌های داخل و روی جعبه ۱۷ داده است، بنابراین:

$$17 \times 15 = 255 \Rightarrow \bar{x} = \frac{91 + 140 + 255}{31} = \frac{486}{31} = 15/67$$

۹۹- گزینهی «۳»

$$\bar{x} = \frac{9 + 11 + 11 + 12 + 12 + 13 + 14 + 14}{8} = \frac{96}{8} = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{9 + 1 + 1 + 1 + 4 + 4}{8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2/5$$

۱۰۰- گزینهی «۳»

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0.08 \Rightarrow \sigma = 0.08 \bar{x} \quad (1)$$

اگر در یک سری داده‌ی آماری، به هر داده عدد ۴ اضافه شود انحراف معیار تغییر نمی‌کند، اما به میانگین ۴ واحد اضافه می‌شود. در نتیجه:

$$(CV)' = \frac{\sigma}{\bar{x} + 4} = 0.075 \Rightarrow \sigma = 0.075 \bar{x} + 0.3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 0.08 \bar{x} = 0.075 \bar{x} + 0.3$$

$$\Rightarrow 0.005 \bar{x} = 0.3 \Rightarrow \bar{x} = 60$$

اقتصاد چیست؟ آشنایی با شاخص‌های اقتصادی

۱۰۱- گزینه‌ی «۲»

الف) اقتصاددانان به دنبال کشف روابط علت و معلولی بین «پدیده‌های اقتصادی» عالم واقع، با جمع‌آوری مشاهدات و اطلاعات، نظریاتی را ارائه می‌کنند و سپس به ارزیابی، قبول یا رد آن‌ها می‌پردازند. پس آنان نیز با روش علمی «مسائل اقتصادی» را مطالعه می‌کنند.

ب) تفکر اسلامی، رشد و تعالی فکری و روحی انسان را ارزش می‌داند؛ بدین سبب، جامعه‌ی اسلامی باید با صرف امکانات کافی در جهت رشد و تعالی انسان، اسباب پیشرفت او را فراهم سازد. برای تحقق این امر، لازم است سرمایه‌گذاری‌های عظیمی برای تأسیس «تهادهای فرهنگی» صورت پذیرد.

ج) اگر جامعه‌ای به دنبال حفظ استقلال سیاسی و فرهنگی خود است باید به «رشد و پیشرفت اقتصادی» به مثابه‌ی یکی از مهم‌ترین ابزارها در این مسیر توجه کند.

۱۰۲- گزینه‌ی «۳»

الف) وقتی منابع و امکانات در دسترس را که قابلیت مصارف متعدد دارد، به مصرف خاصی می‌رسانیم؛ در واقع از مصارف دیگر آن و آثار و نتایجی که می‌توانست به بار آورد، صرف‌نظر کرده‌ایم، مثلاً اگر زمینی را به کشت پنبه اختصاص دادیم، عملاً از گندمی که می‌توانستیم از آن برداشت کنیم، صرف‌نظر کرده‌ایم.

ب) برخی کالاها را مصرفی خودشان مصرف نمی‌شوند بلکه در طول زمان خدمات ارائه شده از سوی آن‌ها مورد مصرف قرار می‌گیرد؛ مثل یخچال در منزل، به این کالاها در اقتصاد «کالای بادوام» گویند. اگر کالای بادوام، در فرآیند تولید و به وسیله‌ی بنگاه‌های تولیدی به کار گرفته شوند، کالای سرمایه‌ای نامیده می‌شوند. (مانند یخچالی که در کارخانه‌ی بستنی‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد).

۱۰۳- گزینه‌ی «۳»

الف) انسان موجودی سیری‌ناپذیر است، زیرا با برآورده شدن پاره‌ای از نیازهایش، احساس بی‌نیازی به او دست نمی‌دهد بلکه نیازهای تازه‌ای در او شکل می‌گیرد و او با عطش بیش‌تری درصدد رفع این نیازها برمی‌آید.

ب) «پذیرفتن فرض محدود بودن منابع در دسترس انسان با اعتقاد به بی‌حد و حصر بودن نعمت‌های الهی، ناسازگار نیست» زیرا ممکن است پایین بودن «سطح دانش فنی» انسان، «سبب محدودیت منابع» باشد. هم‌چنین ممکن است محدودیت منابع به سبب استفاده‌ی نادرست و مصرف بیش از حد باشد؛ مثلاً منابعی که باید در خدمت آبادانی و افزایش سطح رفاه انسان‌ها قرار گیرد، ممکن است صرف کشتار و جنگ‌افروزی شود.

ج) «منابع و امکانات» قابلیت‌های مصرف متعددی دارند بدین معنا که از آن‌ها می‌توان برای رفع نیازهای مختلف و متنوع استفاده کرد؛ به عنوان مثال بخشی از نیروی کار موجود در یک جامعه، هم می‌تواند در فعالیت‌های تولیدی شرکت کند و هم به شکل نیروی نظامی در خدمت تأمین امنیت کشور باشد.

۱۰۴- گزینه‌ی «۴»

الف) انسان همواره درصدد یافتن بهترین راه استفاده از منابع و امکانات بوده و حاصل این تلاش فکری، پدید آمدن «اندیشه‌ی اقتصادی» است. با پیشرفت تمدن بشری و به‌ویژه «علم ریاضی»، اندیشه‌ی اقتصادی بشر نیز تکامل بیش‌تری یافت و با عنوان «علم اقتصاد» در جایگاه یکی از مهم‌ترین معارف بشری و علوم دانشگاهی قرار گرفت.

ب) در همه‌ی شاخه‌های علوم، دانشمندان به دنبال یافتن روابط علت و معلولی بین پدیده‌های مورد مطالعه‌اند؛ به همین منظور، به انجام مشاهدات، جمع‌آوری اطلاعات و سپس طبقه‌بندی آن‌ها می‌پردازند. در مرحله‌ی بعد، آن‌ها برای توجیه واقعیت‌های مورد مطالعه، نظریات خود را ارائه می‌دهند و سپس با بررسی بیش‌تر، نظریات مطرح شده را ارزیابی می‌کنند و درباره‌ی رد یا قبول آن‌ها تصمیم می‌گیرند.

۱۰۵- گزینه‌ی «۱»

الف) اقتصاددانان با تکیه بر مطالعات علمی خود، توانسته‌اند ماهیت روابط علت و معلولی بین پدیده‌های اقتصادی را کشف کنند، به همین دلیل، امروزه می‌توان در عرصه‌ی اقتصاد برای رسیدن به هدفی خاص، سیاست‌هایی را طراحی و اجرا کرده و نتایج اجرای آن‌ها را از قبل پیش‌بینی نمود.

ب) تصمیماتی که انسان در مورد مسائل اقتصادی می‌گیرد، عمدتاً ریشه در نیازها و خواسته‌های نامحدود او دارد و باید از طریق به‌کارگیری منابع و امکانات محدود و در دسترس عملی شوند.

ج) یکی از علل اهمیت روزافزون «مسائل اقتصادی» در جهان امروز «تأثیر عوامل اقتصادی» بر همه‌ی جنبه‌های زندگی ملل اعم از اجتماعی، سیاسی و فرهنگی است.

۱۰۶- گزینهی «۲»

الف) اسلام در دسترس نبودن معاش را خطری می‌داند که اعتقادات انسان را تهدید می‌کند.
 ب) در یک جامعه حضور دولت برای ایجاد نظم و انضباط و نظارت بر عملکرد اقتصاد احساس می‌شود.
 ج) اسلام نعمت‌های الهی را بی حد و حصر و نامحدود معرفی می‌کند. پذیرفتن فرض محدود بودن منابع در دسترس انسان با اعتقاد به بی حد و حصر بودن نعمت‌های الهی ناسازگار نیست؛ زیرا ممکن است:
 ۱- پایین بودن سطح دانش فنی انسان، ۲- محدودیت منابع به سبب استفاده‌ی نادرست از منابع، ۳- مصرف بیش از حد منابع سبب محدودیت باشد.
 پس محدود بودن منابع به این دلیل است که انسان راه استفاده از منابع را کشف نکرده است یا این که از این ثروت‌ها به صورت نادرست استفاده می‌کند.

۱۰۷- گزینهی «۲»

مشاور مالی و مشاور حقوقی: خدمات واسطه‌ای / بولدزر، ساختمان تجاری و تراکتور: کالای سرمایه‌ای / نان، ساختمان مسکونی، میوه، پوشاک و خوراک: کالای مصرفی ضروری / آرد، چرم، ورق آهن و لاستیک خودرو: کالای واسطه‌ای / دندان پزشکی: خدمات (مصرفی)

۱۰۸- گزینهی «۴»

درآمد ملی دربرگیرنده‌ی مجموع درآمدهایی است که در طول یک سال نصیب اعضای جامعه می‌شود. این درآمدها عبارت‌اند از: درآمد حقوق‌بگیران (دستمزدها)، درآمد صاحبان سرمایه (قیمت خدمات سرمایه)، درآمد صاحبان املاک و مستغلات (اجاره)، درآمد صاحبان مشاغل آزاد و سودی که نصیب شرکت‌ها و مؤسسه‌ها می‌شود.
 الف) بنابراین ردیف ۶ (درآمد صاحبان املاک و مستغلات) همان اجاره‌بها یا وجوه مربوط به اجاره است و ردیف ۱ (درآمد صاحبان سرمایه) همان قیمت خدمات سرمایه است.
 ب)

(مجموع درآمد ردیف‌های ۱ و ۶) $= \frac{1}{5} \times$ درآمد صاحبان مشاغل آزاد

$$= \frac{1}{5} \times (9800 + 8800) = \frac{1}{5} \times 18600 = 3720 \text{ میلیارد ریال}$$

(درآمد صاحبان سرمایه) $= \frac{1}{10} \times$ سود شرکت‌ها و مؤسسات

$$= \frac{1}{10} \times 9800 = 980 \text{ میلیارد ریال}$$

(مجموع درآمد ردیف‌های ۴ و ۶) $= \frac{3}{4} \times$ درآمد حقوق‌بگیران

$$= \frac{3}{4} \times (6322 + 8800) = \frac{3}{4} \times 15122 = 11341/5 \text{ میلیارد ریال}$$

$$\text{میلیارد ریال} = 9800 + 3720 + 980 + 6322 + 11341/5 + 8800 = 40963/5$$

ج) با تقسیم درآمد ملی به جمعیت کشور، درآمد سرانه به دست می‌آید.

$$\text{ریال} = \frac{\text{درآمد ملی}}{\text{جمعیت کشور}} = \frac{40963,500}{100} = 409,635$$

د) مفهوم و معنای سرانه عبارت از سهم متوسط هر فرد جامعه در میزان تولید یا درآمد آن جامعه است..

۱۰۹- گزینهی «۱»

الف) بنگاه‌های اقتصادی با عنوان «اشخاص حقوقی»، عوامل تولید را از «خانوارها» که اشخاص «حقیقی‌اند»، خریداری می‌کنند و در مقابل، مبالغی با عنوان مزد، سود و اجاره به صاحبان این عوامل تولید می‌پردازند.
 ب) با توجه به نمودار، مسیر شماره‌ی «۳» نشان‌دهنده‌ی روش درآمدی در محاسبه‌ی تولید کل جامعه است (کل پولی که از طرف بنگاه‌ها به سمت خانوارها جریان می‌یابد). و مسیر شماره‌ی «۲» نشان‌دهنده‌ی روش هزینه‌ای است. (کل پولی که از طرف خانوارها به سمت بنگاه‌ها جریان پیدا می‌کند).
 د) اگر تولید کل جامعه را از طریق هر یک از سه روش موجود محاسبه کنیم، به جواب‌های «یکسانی» می‌رسیم؛ از این رو، برای جلوگیری از اشتباه، «حداقل دو روش را برای محاسبه به کار می‌گیرند و جواب‌ها را مقایسه می‌کنند».

۱۱۰- گزینهی «۱»

میلیون ریال $\frac{۳}{۴} \times ۱۰۰ = ۷۵$ = ارزش خدمات

میلیون ریال $۱۰۰ + ۵۰ + ۲۰۰ + ۱۵۰ = ۹۵۰$ = تولید ناخالص داخلی

میلیون ریال $\frac{۱}{۵} \times ۵۰۰ = ۱۰۰$ = هزینه‌ی استهلاک

میلیون ریال $۹۵۰ - ۱۰۰ = ۸۵۰$ = تولید خالص داخلی

ریال $\frac{۸۵۰}{۲۵} = ۳۴$ = $\frac{\text{تولید خالص داخلی}}{\text{جمعیت کشور}}$ = تولید خالص داخلی سرانه

۱۱۱- گزینهی «۲»

تولید کل در سال ۱۳۸۸ به قیمت جاری

میلیون ریال $۳۷۵۰ + ۳۰۰۰ = ۶۷۵۰$ = $(۱۵۰ \times ۲۵) + (۱۰۰ \times ۳۰)$

تولید کل در سال ۱۳۸۸ به قیمت ثابت

میلیون ریال $۳۰۰۰ + ۱۰۰۰ = ۴۰۰۰$ = $(۱۵۰ \times ۲۰) + (۱۰۰ \times ۱۰)$

۱۱۲- گزینهی «۳»

دو شاخص تولید ناخالص ملی و تولید ناخالص داخلی، در تعریف با هم تفاوت دارند، اما در عمل، جز در مورد برخی کشورها که نیروی کار و سرمایه‌های زیادی از آن‌ها در خارج از مرزهایشان کار می‌کنند (که در این حالت تولید ناخالص ملی بیش‌تر از تولید ناخالص داخلی خواهد بود) یا مهاجرت‌پذیری بسیار و نیز ورود سرمایه‌ی بالایی به کشور خود دارند (که در این حالت تولید ناخالص داخلی بیش‌تر از تولید ناخالص ملی خواهد بود)، معمولاً مقدار این دو شاخص به هم نزدیک است.

۱۱۳- گزینهی «۳»

الف) به کمک حسابداری ملی می‌توان تأثیر به‌کارگیری سیاست‌های اقتصادی مختلف را بر سطح زندگی مردم و رشد اقتصادی جامعه سنجید به همین دلیل، می‌توان گفت حسابداری ملی اهمیت بسیاری دارد.

ب) از آن‌جا که ارزش کالاهای واسطه‌ای در بطن کالاهای نهایی است، پس در محاسبه‌ی تولید کل جامعه باید از محاسبه‌ی ارزش کالاهای واسطه‌ای صرف‌نظر کرده و فقط کالای نهایی را محاسبه کنیم. چون شیر، ماست و پشم همگی کالای واسطه‌ای هستند، در محاسبه وارد نمی‌شوند.

ج) فرق تولید خالص و ناخالص این است که برای محاسبه‌ی تولید خالص، هزینه‌های استهلاک (قسمتی از تولید جامعه که صرف جای‌گزینی سرمایه‌های فرسوده می‌شود) در نظر گرفته نمی‌شود، اما در تولید ناخالص، این هزینه نیز محاسبه می‌شود. به عبارت دیگر، هزینه‌ی استهلاک - تولید ناخالص ملی یا داخلی = تولید خالص ملی یا داخلی

۱۱۴- گزینهی «۴»

ارزش تولید کل جامعه عبارت از مجموع ارزش افزوده‌ی بخش‌های مختلف اقتصاد است.

هزینه‌ی استهلاک - ارزش افزوده‌ی خدمات + ارزش افزوده‌ی صنعت و معدن + ارزش افزوده‌ی بخش کشاورزی = تولید خالص داخلی

واحد $۱۱۰ = ۳۰ - (۴۰ + ۲۰ + ۸۰)$ = تولید خالص داخلی

۱۱۵- گزینهی «۲»

زیرا نان خریداری شده توسط خانوار، کالای نهایی می‌باشد و به مصرف آن‌ها می‌رسد. ولی گزینه‌های دیگر برای مصرف شخصی نمی‌باشد و برای تولید کالا به کار گرفته می‌شوند و در نتیجه کالاهای واسطه‌ای هستند.

۱۱۶-گزینه‌ی «۴»

از ۱۰۰ هزار میلیارد ریال افزایش تولید کل در سال دوم (۱۰۰-۱۱۰۰=۱۰۰)، ۷۰ هزار میلیارد ریال آن (۷۰-۱۰۷۰=۱۰۰) ناشی از افزایش تولید و ۳۰ هزار میلیارد ریال آن (۳۰-۷۰=۱۰۰) ناشی از افزایش قیمت‌ها است.
و از ۲۵۰ هزار میلیارد ریال افزایش تولید کل در سال سوم (۲۵۰-۱۰۰۰=۱۲۵۰)، ۱۴۰ هزار میلیارد ریال آن (۱۴۰-۱۰۰۰=۱۱۴۰) ناشی از افزایش تولید و ۱۱۰ هزار میلیارد ریال آن (۱۱۰-۲۵۰=۱۴۰) ناشی از افزایش قیمت‌ها است.

۱۱۷-گزینه‌ی «۲»

با توجه به تفاوت چشم‌گیر جمعیت کشورهای مختلف، محاسبه‌ی شاخص‌ها به صورت سرانه می‌تواند معیار بهتری برای مقایسه‌ی سطح زندگی و رفاه افراد جوامع مختلف باشد.

$$\text{ریال A} = \frac{5000}{10} = 500 \text{ درآمد سرانه‌ی کشور}$$

$$\text{ریال B} = \frac{4000}{20} = 200 \text{ درآمد سرانه‌ی کشور}$$

$$\text{ریال C} = \frac{2000}{5} = 400 \text{ درآمد سرانه‌ی کشور}$$

$$\text{ریال D} = \frac{12000}{400} = 30 \text{ درآمد سرانه‌ی کشور}$$

کشور D بدترین وضعیت سطح رفاه و کشور A بهترین وضعیت سطح رفاه را در سال جاری دارند.

۱۱۸-گزینه‌ی «۴»

تولید خالص داخلی = $\frac{\text{تولید خالص داخلی سرانه}}{\text{جمعیت کشور}}$
 تولید خالص داخلی سرانه \times جمعیت کشور = تولید خالص داخلی \Rightarrow
 ریال $5,000,000 \times 5,530 = 276,500,000$ = تولید خالص داخلی
 ریال $5,000,000$ = هزینه‌ی استهلاک = تفاوت تولید ناخالص داخلی و تولید خالص داخلی
 هزینه‌ی استهلاک - تولید ناخالص داخلی = تولید خالص داخلی
 \Rightarrow هزینه‌ی استهلاک + تولید خالص داخلی = تولید ناخالص داخلی
 ریال $276,500,000 + 5,000,000 = 281,500,000$ = تولید ناخالص داخلی
 نکته: هنگامی که تولید خارجیان مقیم کشور برابر با تولید هم‌میهنان مقیم خارج است، تولید ملی و تولید داخلی کشور، با هم برابر می‌باشند، در نتیجه داریم:
 ریال $281,500,000$ = تولید ناخالص ملی = تولید ناخالص داخلی
 تولید ناخالص داخلی عبارت است از ارزش پولی کلیه‌ی کالاها و خدمات نهایی که در طول یک‌سال در محدوده‌ی مرزهای جغرافیایی یک کشور تولید می‌شود. (خواه توسط مردم همان کشور باشد و خواه توسط خارجیانی که در آن کشور مقیم‌اند).

۱۱۹-گزینه‌ی «۳»

ارزش محصول در مرحله‌ی قبل - ارزش محصول در آن مرحله = ارزش افزوده‌ی محصول در هر مرحله
 ریال $700 - 500 = 200$ = ارزش افزوده‌ی آرد
 ریال $1000 - 700 = 300$ = ارزش افزوده‌ی نان

۱۲۰-گزینه‌ی «۲»

ارزش تولید در سال پایه - ارزش تولید در سال سوم به قیمت ثابت = افزایش مقدار تولید در سال سوم
 واحد $1250 - 1000 = 250$ = افزایش مقدار تولید در سال سوم
 مقدار تولید در سال دوم به قیمت ثابت - مقدار تولید در سال دوم به قیمت جاری = افزایش قیمت‌ها در سال دوم
 واحد $1250 - 1100 = 150$ = افزایش مقدار تولید ناشی از افزایش قیمت‌ها در سال دوم

تولید، بازار، دولت و اقتصاد

۱۲۱- گزینهی «۲»

ریال $12,000,000 \times 1 = 12,000,000$ = اجاره‌ی سالانه‌ی کارگاه تولیدی

ریال $33,600,000 = 12 \times 4 \times 700,000$ = حقوق سالانه‌ی تمامی کارگران

ریال $2,000,000 \times \frac{1}{100} = 2,000,000$ = هزینه‌ی استهلاک سالانه

ریال $70,600,000 = 12,000,000 + 33,600,000 + 2,000,000 + 3,000,000$ = هزینه‌ی سالانه‌ی بنگاه

ریال $50,000,000 = 10,000 \times 5,000,000$ = درآمد سالانه‌ی بنگاه

هزینه - درآمد = سود (یا زیان)

ریال $429,400,000 = 50,000,000 - 70,600,000$ = سود (یا زیان)

چون میزان درآمد از هزینه‌ها بیشتر است، تولیدکننده از فعالیت خود سود برده است.

۱۲۲- گزینهی «۴»

الف) تولیدکنندگان تلاش می‌کنند از وضعیت زیان دوری کنند. آن‌ها برای این کار باید تا حد ممکن هزینه‌های تولید را کاهش دهند، مثلاً از استخدام نیروی کار غیرلازم بپرهیزند، در مصرف مواد اولیه صرفه‌جویی کنند و جلوی ریخت‌وپاش‌ها را بگیرند. به عنوان مثال یک تولیدکننده می‌تواند با صرفه‌جویی و دقت خاص خود، هزینه‌های تولید را از سطح ده میلیون ریال به نه میلیون ریال کاهش دهد، بدون آن‌که از میزان تولید بکاهد. به این ترتیب، او با صرفه‌جویی در مصرف مواد اولیه و جلوگیری از اتلاف و ریخت‌وپاش، یک میلیون ریال به سود خود اضافه کرده است.

ب) «نیروی انسانی» به عنوان برترین عامل تولید محسوب می‌شود؛ زیرا وظیفه‌ی ترکیب سایر عوامل تولید را نیز برعهده دارد.

ج) از آن‌جا که افراد، تشکیل دهنده‌ی هر جامعه‌اند، رفتارهای اقتصادی هر یک از آن‌ها - چه مثبت و چه منفی - بر متغیرهای کلان جامعه نیز تأثیر می‌گذارند و به همین ترتیب عملکرد آن‌ها - خواه تولیدکننده باشند و خواه مصرف‌کننده - بر توسعه‌ی اقتصادی جامعه مؤثر است.

۱۲۳- گزینهی «۳»

میزان سود برابر با تفاوت درآمد و هزینه است.

هزینه + سود = درآمد \Rightarrow هزینه - درآمد = سود

میلیون تومان $48 =$ هزینه + سود + درآمد : طبق فرض مسئله

میلیون تومان $24 =$ درآمد $\Rightarrow 48 =$ (درآمد) $2 \Rightarrow$

۱۲۴- گزینهی «۳»

الف) فعالیت دو گروه تولیدکنندگانی که محصولاتشان به صورت مستقیم و غیرمستقیم به مصرف مردم می‌رسد، به نوعی «مکمل» هم است.

ب) تولید \leftarrow سلسله اقداماتی که برای تبدیل منابع به کالاهای مورد نیاز صورت می‌گیرد.

ج) پولی که تولیدکنندگان برای خرید عوامل تولید به صاحبان آن‌ها می‌پردازند، عبارت است از: اجاره، مزد یا حقوق و پرداخت قیمت سرمایه به صاحبان آن.

د) عامل سرمایه دربرگیرنده‌ی مجموعه‌ی امکاناتی است که به‌عنوان حاصل کار گذشته‌ی انسان‌ها در جریان تولید مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۱۲۵- گزینهی «۳»

اقدامات تولیدکنندگان برای کسب سود در بلندمدت:

عرضه‌ی کالا با قیمتی پایین (اگرچه در کوتاه مدت درآمد و سود کم‌تری کسب می‌کنند اما مشتریان بیش‌تری جذب می‌کنند و به این وسیله اعتبار به‌دست می‌آورند).

- به‌جای صرفه‌جویی در هزینه‌های تولید، سعی در عرضه‌ی کالا با کیفیت بهتر داشته باشند. (اگرچه سود امروز آن‌ها کم‌تر می‌شود اما اعتماد مشتریان را جلب می‌کنند در سایه‌ی این جلب اعتماد در سال‌های آینده می‌توانند مقدار بیش‌تری کالا تولید کنند و به فروش برسانند.)

- تولیدکنندگان با انگیزه‌ی کسب سود بیش‌تر در آینده، از بخشی از سود فعلی خود صرف‌نظر می‌کنند.

۱۲۶- گزینهی «۲»

تعداد خانوارها = $۱۵,۰۰۰,۰۰۰ \div ۳ = ۵,۰۰۰,۰۰۰$

لیتر = $۱۵ \times ۳ = ۴۵$ میزان صرفه‌جویی هر خانوار

متر مکعب = $۷۵,۰۰۰$ لیتر = $۷۵,۰۰۰ \times ۱۵ = ۱,۱۲۵,۰۰۰$ کل صرفه‌جویی خانوارها در یک روز

$$\frac{\text{میزان صرفه‌جویی}}{\text{ظرفیت تولید آب تصفیه‌خانه}} = \frac{۱,۱۲۵,۰۰۰}{۳۰۰,۰۰۰} = \frac{۱}{۴}$$

۱۲۷- گزینهی «۳»

تعداد خانوارها = $۵,۰۰۰,۰۰۰ \div ۵ = ۱,۰۰۰,۰۰۰$

مگاوات = ۱۰۰۰ وات = $۱,۰۰۰,۰۰۰ \times ۱۰۰ = ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰$ میزان برق صرفه‌جویی شده

$$\frac{\text{میزان برق صرفه‌جویی شده}}{\text{ظرفیت تولید برق نیروگاه}} = \frac{۱۰۰,۰۰۰}{۳۰۰۰} = \frac{۱}{۳}$$

۱۲۸- گزینهی «۳»

در قیمت ۳۰۰ ریال، مازاد عرضه‌ای معادل ۸۰۰ کیلو ($۹۰۰ - ۱۰۰ = ۸۰۰$) و در قیمت ۱۵۰ ریال، کمبود عرضه‌ای معادل ۴۰۰ کیلو ($۷۰۰ - ۳۰۰ = ۴۰۰$) داریم. قیمت تعادلی ۲۰۰ ریال و مقدار عرضه و تقاضای تعادلی معادل ۵۰۰ کیلو می‌باشد.

۱۲۹- گزینهی «۴»

الف) نحوه‌ی تصمیم‌گیری و اقدام تولیدکنندگان و مصرف‌کنندگان و نیز واکنش آن‌ها نسبت به تغییرات وضعیت اقتصادی، با عنوان «رفتار اقتصادی» شناخته می‌شود.

ب) انگیزه‌ی مصرف‌کنندگان از خرید کالاها، رفع نیاز است و انگیزه‌ی تولیدکنندگان از تولید یک کالا، کسب سود است.

ج) تصمیم مصرف‌کنندگان در مورد خرید کالا، از عواملی مانند قیمت کالا، درآمد، سلیقه‌ی خودشان و قیمت سایر کالاها تأثیر می‌پذیرد.

د) قیمت یک کالا و مقدار خرید آن به وسیله‌ی مصرف‌کنندگان، با هم رابطه‌ی معکوس دارند. دلیل این امر آن است که با افزایش قیمت، مصرف‌کنندگان سعی می‌کنند نیازشان را با مصرف کالاهای مشابه (که قیمت آن‌ها افزایش نیافته است) برآورده کنند، بدین ترتیب، مصرف‌کنندگانی که قیمت آن افزایش یافته است، کم می‌شود. علاوه بر این، می‌توان گفت با افزایش قیمت هر کالا مصرف‌کنندگان انگیزه‌ی بیشتری برای صرفه‌جویی در مصرف آن خواهند داشت. این عامل نیز می‌تواند خرید کالا را کاهش دهد.

ه) صعودی بودن منحنی عرضه به این معناست که با افزایش قیمت یک کالا، مقدار عرضه‌ی آن کالا افزایش خواهد یافت و در مقابل با کاهش قیمت، عرضه نیز کاهش می‌یابد.

۱۳۰- گزینهی «۴»

الف) وقتی که در بازار قیمت از سطح قیمت تعادلی بالاتر برود، مازاد عرضه به وجود می‌آید.

ب) در این حالت شرکت مخابرات به عنوان یک «انحصارگر» فعالیت می‌کند، بنابراین بازار در زمینه‌ی ارتباطات به صورت انحصاری درآمد دارد.

ج) با ورود چای خارجی، بازار چای داخلی از حالت انحصار خارج شده است، به همین دلیل (خروج از انحصار) قیمت چای داخلی کاهش می‌یابد، پس بازار چای به حالت رقابتی درآمد دارد.

د) وجود رقابت بین خریداران به نفع فروشندگان است در حالی که وضعیت «انحصار خرید» باعث می‌شود که فروشندگان مجبور شوند کالاهای خود را به قیمتی که خریدار انحصارگر تعیین می‌کند، به او بفروشند. بنابراین وضعیت «انحصار خرید» به نفع خریدار است.

در وضعیت انحصار فروش چون فقط یک تولیدکننده وجود دارد، تلاش برای بهبود کیفیت کالا چندان ضرورتی ندارد، هم‌چنین انحصارگر مجبور نمی‌شود که قیمت کالا را پایین بیاورد تا سایر رقبا را از میدان به در کند، چون اصلاً رقیبی وجود ندارد. بنابراین وضعیت «انحصار فروش» به نفع فروشنده است. در حالت رقابت فروش، تولیدکنندگان زیادی در بازار با هم به رقابت می‌پردازند. هر یک از این تولیدکنندگان سعی می‌کنند از یک سو، با بهبود بخشیدن به کیفیت محصول خود و از سوی دیگر، با پایین آوردن قیمت، مشتریان بیشتری را به خود جلب کنند و از بازار سهم بیشتری به دست آورند؛ در نتیجه مصرف‌کنندگان می‌توانند کالایی با کیفیت مناسب‌تر و قیمت نسبتاً پایین‌تر تهیه کنند، بنابراین وضعیت «رقابت فروش» به نفع خریدار است.

۱۳۱- گزینه‌ی «۴»

وقتی در بازار قیمت از سطح قیمت تعادلی بالاتر برود، مازاد عرضه به وجود می‌آید، بدین ترتیب چون گروهی از تولیدکنندگان موفق نمی‌شوند کالایشان را بفروشند، حاضر خواهند بود آن را با قیمتی پایین‌تر به فروش برسانند؛ در نتیجه، قیمت پایین می‌آید. با پایین آمدن قیمت، از یک سو مصرف‌کنندگان مقدار خرید خود را افزایش می‌دهند و از سوی دیگر تولیدکنندگان از مقدار تولید می‌کاهند؛ پس در حالت وجود مازاد عرضه، قیمت کاهش می‌یابد و فاصله‌ی بین میزان عرضه و تقاضا کم‌تر می‌شود. این کاهش قیمت تا سطحی ادامه می‌یابد که در آن، فاصله‌ی بین عرضه و تقاضا از بین برود و در بازار تعادل برقرار شود.

۱۳۲- گزینه‌ی «۲»

در قیمت ۴۰۰ ریال تولیدکننده ۴۰ واحد عرضه می‌کند ولی در بازار تنها ۵ واحد تقاضا داریم، بنابراین داریم:

$$\text{ریال } ۴۰۰ \times ۵ = ۲۰۰۰ = \text{حداکثر درآمد تولیدکننده در قیمت } ۴۰۰ \text{ ریال}$$

در قیمت ۱۰۰ ریال نیز تولیدکننده ۱۰ واحد کالا تولید می‌کند در حالی که در بازار ۳۰ واحد تقاضا داریم، این بدین معناست که همه‌ی ۱۰ واحد به فروش رسیده است، بنابراین داریم:

$$\text{ریال } ۱۰۰ \times ۱۰ = ۱۰۰۰ = \text{حداکثر درآمد تولیدکننده در قیمت } ۱۰۰ \text{ ریال}$$

با توجه به نمودار عرضه و تقاضای کالا، نقطه‌ی O، نقطه‌ی تعادل است و قیمت متناظر با آن (۲۰۰ ریال) قیمت تعادلی و مقدار متناظر با آن (۲۰ واحد) مقدار تعادلی است. در قیمت ۴۰۰ ریال (بالای سطح قیمت تعادلی) در بازار با مازاد عرضه روبه‌رو می‌شویم. در این حالت چون گروهی از تولیدکنندگان موفق نمی‌شوند کالایشان را بفروشند، حاضر خواهند بود آن را با قیمتی پایین‌تر به فروش برسانند. در نتیجه برای از بین رفتن مازاد عرضه و رسیدن به تعادل، قیمت باید ۲۰۰ ریال ($۴۰۰ - ۲۰۰ = ۲۰۰$) کاهش یابد.

۱۳۳- گزینه‌ی «۲»

(الف) با توجه به تعداد کم مصرف‌کنندگان، بازار در وضعیت «انحصار در خرید» قرار دارد.

(ب) در بازار با وضعیت انحصار در خرید، بیش‌ترین نفع نصیب «مصرف‌کنندگان» می‌شود.

$$\text{ج) ریال } ۷۵۰ \times ۷۰۰۰ = ۵,۲۵۰,۰۰۰ = \text{کل حداکثر درآمد تولیدکنندگان}$$

$$\text{ریال } ۱۵,۰۰۰ = \frac{۵,۲۵۰,۰۰۰}{۳۵} = \text{میانگین حداکثر درآمد هر تولیدکننده}$$

(د) با توجه به این که قیمت در بازار از سطح قیمت تعادلی پایین‌تر است، بازار در وضعیت کمبود عرضه قرار دارد. در این وضعیت، قیمت در راستای نزدیک شدن به قیمت تعادلی افزایش می‌یابد.

۱۳۴- گزینه‌ی «۴»

(الف) منحنی تقاضا (D) نزولی است و منحنی عرضه (S) صعودی است.

(ب) سطح قیمت ۱۵۰ ریال را که به‌ازای آن مقدار عرضه و تقاضا (۲۵ کیلو = مقدار تعادلی) با هم برابر می‌شود، قیمت تعادلی می‌گویند.

در بازار هنگامی کمبود عرضه (مازاد تقاضا) اتفاق می‌افتد که قیمت از سطح قیمت تعادلی پایین‌تر باشد (۱۰۰ ریال) و وقتی که در بازار قیمت از سطح قیمت تعادلی بالاتر برود (۱۷۰ ریال)، مازاد عرضه (کمبود تقاضا) به‌وجود می‌آید.

$$\text{کیلو } ۳۰ - ۲۲ = ۸ = \text{مازاد عرضه (کمبود تقاضا)}$$

$$\text{کیلو } ۳۵ - ۲۰ = ۱۵ = \text{مازاد تقاضا (کمبود عرضه)}$$

(ج) در شرایط تعادلی مقدار عرضه و تقاضا با هم برابر و معادل ۲۵ کیلو است. در صورتی که تولیدکننده مقدار بیش‌تر از مقدار تعادلی تولید و روانه‌ی بازار کند در بازار مازاد عرضه به‌وجود می‌آید و قیمت کالا افزایش می‌یابد. در چنین شرایطی مصرف‌کنندگان به خرید و مصرف این کالای گران تمایل زیادی نشان نمی‌دهند و چون گروهی از تولیدکنندگان موفق نمی‌شوند کالایشان را بفروشند، حاضر خواهند بود آن را با قیمتی پایین‌تر به فروش برسانند؛ در نتیجه، قیمت پایین می‌آید.