

آزمایش یا پدیده تصادفی: آزمایشی که قبل از وقوع، نتیجه‌ی آن معلوم نباشد ولی نتایج ممکن آن مشخص باشند، یک آزمایش تصادفی یا پدیده‌ی تصادفی نامیده می‌شود.

مثال: پرتاب سکه و پرتاب تاس، آزمایش‌هایی هستند که نتایج آن‌ها قبل از وقوع معلوم نیست ولی قابل حدس زدن است.
فضای نمونه‌ای: مجموعه‌ی همه‌ی حالات ممکن یک پدیده‌ی تصادفی، فضای نمونه‌ای نامیده می‌شود و معمولاً آن را با S نمایش می‌دهیم.

مثال:

$S_r = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ پرتاب یک تاس و $S_s = \{س, پ\}$ پرتاب یک سکه

تذکر: هر نتیجه‌ی ممکن، یعنی هر عضو S را یک برآمد می‌نامیم. در هر آزمایش تصادفی تنها یکی از اعضای فضای نمونه‌ای رخ می‌دهد.

پیشامد: به هر زیر مجموعه از فضای نمونه‌ای، یک پیشامد گفته می‌شود. مانند:

$A \subseteq S_s$: پیشامد اول بودن عدد رو شده‌ی تاس $B = \{2, 3, 5\}$ $A \subseteq S_r$: پیشامد پشت آمدن سکه $A = \{س\}$

تذکر: وقتی می‌گوییم یک پیشامد رخ داده است (به وقوع پیوسته است)، یعنی عضوی از آن پیشامد به عنوان نتیجه‌ی آزمایش، مشاهده شده است.

تذکر: هر زیر مجموعه‌ی تک عضوی از فضای نمونه‌ای را پیشامد ساده می‌نامیم.

تذکر: اگر فضای نمونه‌ای یک پدیده‌ی تصادفی n عضو داشته باشد، تعداد پیشامدها همان تعداد زیر مجموعه‌ها یعنی 2^n است.

تذکر: برای محاسبه‌ی تعداد اعضای فضای نمونه‌ای چند آزمایش با هم، مطابق اصل ضرب، تعداد حالات مختلف آزمایش‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

مثال: فضای نمونه‌ای پرتاب دو سکه و یک تاس با هم، $2 \times 2 \times 6 = 24$ عضو دارد. (هر سکه ۲ حالت و هر تاس ۶ حالت مختلف دارد.)

محاسبه‌ی احتمال: اگر فضای نمونه‌ای S دارای n برآمد هم‌شانس باشد، احتمال وقوع هر برآمد برابر $\frac{1}{n}$ است و اگر پیشامد A از

این فضا دارای m برآمد باشد، $P(A) = \frac{m}{n}$ برقرار است. بنابراین برای محاسبه‌ی احتمال وقوع یک پیشامد در فضای گسسته کافی

است تعداد اعضای فضای پیشامد را بر تعداد اعضای فضای نمونه‌ای تقسیم کنیم.
 $A \subseteq S \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

تذکر: اگر A پیشامدی از S باشد، داریم: $0 \leq P(A) \leq 1$

مثال: یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، تاس، عدد اول و سکه پشت ظاهر می‌شود؟
هر تاس دارای ۶ حالت و هر سکه دارای ۲ حالت است.

$n(S) = 2 \times 6 = 12$ و $S = \{(ر, 1), (ر, 2), (ر, 3), (ر, 4), (ر, 5), (ر, 6), (س, 1), (س, 2), (س, 3), (س, 4), (س, 5), (س, 6)\}$

$A = \{(س, 2), (س, 3), (س, 5)\} \Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

مثال: دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال اعداد رو شده در هر دو تاس، یکسان است؟

$n(S) = 6 \times 6 = 36$ و $A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

مثال: درون کیسه‌ای ۵ مهره‌ی قرمز، ۴ مهره‌ی سفید و ۲ مهره‌ی سیاه وجود دارد. از این کیسه سه مهره به تصادف و هم‌زمان خارج می‌کنیم. با کدام احتمال:

الف) هر سه مهره هم‌رنگ هستند.

یعنی مهره‌ها یا هر سه قرمز و یا هر سه سفید باشند. (نمی‌توانند هر سه سیاه باشند).

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{3} + \binom{4}{3}}{\binom{11}{3}} = \frac{14}{165}$$

(ب) هر سه مهره از رنگ‌های متفاوت باشند.

یعنی یک مهره قرمز، یک مهره سفید و یک مهره سیاه باشد. هرگاه بین حالات مختلف یک پیشامد «و» استفاده شود، تعداد حالات آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{2}{1}}{\binom{11}{3}} = \frac{40}{165} = \frac{8}{33}$$

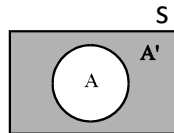
(ج) حداقل ۲ مهره‌ی قرمز انتخاب شده باشد.

حداقل ۲ مهره‌ی قرمز یعنی یا ۲ مهره‌ی قرمز، یا ۳ مهره‌ی قرمز انتخاب شده باشد. دقت کنید زمانی که دو مهره‌ی قرمز انتخاب شود، مهره‌ی سوم از سایر مهره‌ها انتخاب خواهد شد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2} \times \binom{6}{1} + \binom{5}{3}}{\binom{11}{3}} = \frac{70}{165} = \frac{14}{33}$$

پیشامد متمم: A' را متمم پیشامد A می‌گویند، هرگاه:

$$P(A') = 1 - P(A)$$



تذکر: معمولاً در مواردی که تعداد حالات پیشامد زیاد است، در صورتی که متمم آن، کم باشد، از پیشامد متمم استفاده می‌شود.

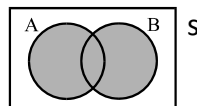
مثال: در پرتاب ۶ سکه با هم، احتمالی را حساب کنید که حداکثر ۵ بار رو ظاهر شود.

حداکثر ۵ بار رو یعنی، ۵ بار یا ۴ بار یا ۳ بار یا ۲ بار یا ۱ بار و یا صفر بار رو بیاید. اما متمم این حالت، یعنی ۶ بار رو بیاید. (فضای نمونه‌ای $2^6 = 64$ عضو و فضای پیشامد متمم یک عضو دارد).

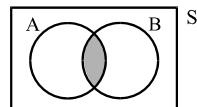
$$P(\text{حداکثر ۵ بار رو}) = 1 - P(\text{۶ بار رو}) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

عملیات بر روی پیشامدها:

$A \cup B$ یا B : پیشامد رخ دادن حداقل یکی از دو پیشامد



$A \cap B$ و B : پیشامد رخ دادن هر دو پیشامد



آزمون اول

پیشنهاد ما برای تدریس معلمان و مطالعه دانش‌آموزان (در کلاس یا به صورت خودآموزی)

سؤال‌های تشریحی

■ احتمال مقدماتی - محاسبه‌ی احتمال

۱. دو تاس را پرتاب می‌کنیم:
الف) فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟
ب) احتمال آن که اعداد رو شده یکسان باشند، چه قدر است؟
ج) احتمال آن که مجموع اعداد رو شده کم‌تر از ۵ باشد، چقدر است؟
۲. از مجموعه‌ی $\{۰, ۱, \dots, ۸, ۹\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال این که عدد انتخاب شده:
الف) فرد باشد.
ب) مضرب ۵ باشد.
۳. ظرفی شامل ۵ مهره‌ی قرمز و ۶ مهره‌ی آبی و ۸ مهره‌ی سبز است. ۳ مهره با هم و به تصادف از ظرف خارج می‌کنیم، مطلوب است محاسبه‌ی احتمال‌های زیر:
الف) هر سه مهره هم رنگ باشند.
ب) حداقل دو مهره سبز باشند.
۴. تمام اعداد دو رقمی را که با ارقام ۱ و ۲ و ۴ و ۵ می‌توان ساخت، روی کارت‌های متمایزی نوشته و در یک کیسه قرار می‌دهیم و سپس یکی از کارت‌ها را به تصادف خارج می‌کنیم. مطلوب است احتمال آن که عدد روی کارت مضرب ۳ باشد و مضرب ۴ نباشد.
۵. از جعبه‌ای که حاوی ۱۲ سیب سالم و ۵ سیب خراب است، ۳ سیب به تصادف برمی‌داریم. مطلوب است احتمال آن که تعداد سیب‌های سالم از تعداد سیب‌های خراب بیش‌تر باشد.
۶. هر یک از اعداد طبیعی دو رقمی کوچک‌تر از ۲۸ را روی یک کارت (کارت‌های یکسان) نوشته و داخل جعبه‌ای قرار می‌دهیم. یک کارت به تصادف از جعبه بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی عدد روی کارت مضرب ۷ است؟
۷. اگر یک عدد چهار رقمی با ارقام ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹ بدون تکرار ارقام و کوچک‌تر از ۶۰۰۰ به‌طور تصادفی ساخته شود، با چه احتمالی زوج است؟
۸. از میان تمام زیرمجموعه‌های سه عضوی مجموعه‌ی $\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹\}$ یکی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی حاصل ضرب اعداد این زیرمجموعه زوج است؟
۹. دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال آن که اعداد رو شده مضرب ۳ نباشند.
۱۰. تاسی را سه بار می‌ریزیم. مطلوب است احتمال آن که هر سه عدد رو شده متمایز باشند.

۱۱. عددی را به تصادف از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۹ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد انتخاب شده، عددی اول یا زوج باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{4}{7}$ (۲) $\frac{7}{9}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{8}{11}$

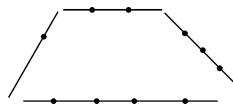
۱۲. در یک خانواده سه فرزند می‌دانیم فرزند اول آن‌ها دختر است، با کدام احتمال لاقبل یکی از فرزندان پسر است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۳. دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، مجموع دو عدد رو شده را K در نظر می‌گیریم، برای کدام مقدار K ، احتمال بیش‌تری وجود دارد؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۴. از میان ۱۰ نقطه‌ی زیر، ۴ نقطه به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که با ۴ نقطه‌ی انتخاب شده، بتوان یک چهار ضلعی ساخت که روی هر خط فقط یک رأس چهار ضلعی قرار داشته باشد، کدام است؟



(۱) $\frac{1}{35}$ (۲) $\frac{2}{35}$
(۳) $\frac{3}{35}$ (۴) $\frac{4}{35}$

۱۵. با استفاده از اعداد مجموعه‌ی $\{1, 2, 4, 7\}$ عددی چهاررقمی به‌طور تصادفی ساخته می‌شود، با چه احتمالی این عدد کوچک‌تر از ۴۰۰۰ و بزرگ‌تر از ۲۰۰۰ است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{7}{24}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۶. با حروف کلمه‌ی TABLE، کلمات ۵ حرفی، بدون توجه به معنی آن‌ها می‌سازیم، احتمال آن که در کلمه‌ی ساخته شده عبارت "TAB" دیده شود کدام است؟ (کلمات با حروف متمایز ساخته شده‌اند.)

(۱) $\frac{1}{20}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{3}{10}$ (۴) $\frac{1}{60}$

۱۷. چقدر احتمال دارد در یک تیم سه نفره، هر سه نفر در ماه خرداد به دنیا آمده باشند؟

(۱) $\frac{1}{12^3}$ (۲) $\frac{1}{312}$ (۳) $\frac{1}{12 \times 3}$ (۴) $\frac{3}{12^3}$

۱۸. در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی سبز، ۳ مهره‌ی آبی، ۲ مهره‌ی زرد و یک مهره‌ی سیاه وجود دارد. ۳ مهره به تصادف از این جعبه خارج می‌کنیم، احتمال هم‌رنگ بودن این ۳ مهره کدام است؟

(۱) $\frac{1}{120}$ (۲) $\frac{1}{24}$ (۳) $\frac{5}{144}$ (۴) $\frac{1}{72}$

۱۹. در کیسه‌ای ۴ مهره‌ی سیاه و ۴ مهره‌ی سفید قرار دارد. ۶ مهره به تصادف از این کیسه خارج می‌کنیم، احتمال این که تعداد مهره‌های سفید و سیاه انتخاب شده برابر باشند، کدام است؟

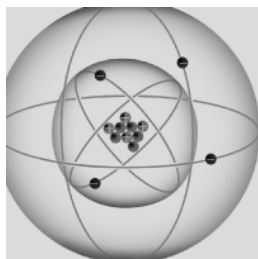
(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{4}{7}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۲۰. در خانواده‌ای که چهار فرزند دارد، احتمال آن که تعداد فرزندان دختر با تعداد فرزندان پسر برابر باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{5}{16}$ (۴) $\frac{3}{8}$

الکتریسته ساکن

۱- ساختمان هر اتم تشکیل شده است از یک هسته شامل تعدادی پروتون و نوترون (تقریباً تمام جرم اتم در هسته آن متمرکز است) و تعدادی الکترون که در روی مدارهایی که در فواصل مختلف از هسته قرار دارند، مشغول چرخیدن می‌باشند.



هسته اتم و الکترون‌هایی که به دور هسته می‌چرخند

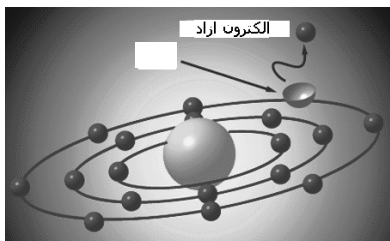
۲- برای پروتون یک خاصیت به نام بار مثبت و برای الکترون‌ها خاصیت دیگری به نام بار منفی تعریف می‌کنیم. تعداد پروتون‌ها و الکترون‌ها در یک اتم با هم برابر است و در نتیجه اتم در حالت طبیعی از نظر الکتریکی خنثی است.

۳- الکترون‌هایی که در روی مدارهای دورتر از هسته قرار دارند، دارای انرژی کم‌تر می‌باشند و راحت‌تر از هسته جدا می‌شوند.

۴- در بعضی از اجسام پیوند الکترون‌های آخرین لایه (ظرفیت) به هسته آن قدر ضعیف است که در دمای معمولی (اتاق) الکترون از هسته جدا می‌باشد، در نتیجه همیشه تعدادی الکترون در داخل جسم به صورت آزاد وجود دارد.

۵- وجود الکترون‌های آزاد و شناور درون جسم که از جاذبه‌ی هسته‌ی اتم خود گریخته‌اند، به آن جسم امکان می‌دهد که جریان الکتریکی را از خود عبور دهد. به اجسامی که دارای الکترون آزاد می‌باشند، **اجسام رسانا** می‌گویند.

۶- در بعضی از اجسام انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها از هسته فوق‌العاده زیاد است و این اجسام در حالت طبیعی دارای الکترون آزاد نمی‌باشند. اجسامی که الکترون آزاد ندارند، **اجسام غیررسانا** می‌باشند.

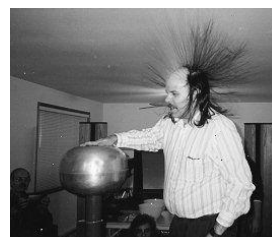
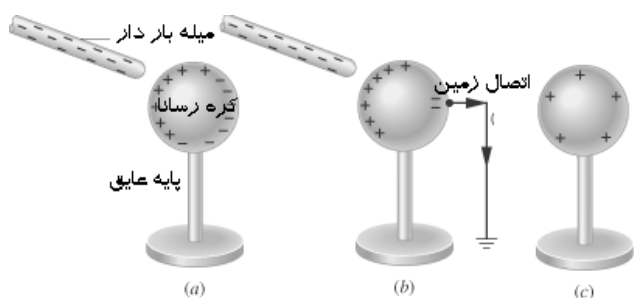


۷- برای باردار کردن یک جسم رسانا می‌توان از روش القا استفاده کرد. در شکل های زیر روش باردار کردن یک جسم از طریق القا نشان داده شده است.

در شکل **a** با نزدیک کردن میله‌ی باردار به کره رسانا بارهای مثبت به طرف میله کشیده شده و بارهای منفی از آن دور می‌شود.

در شکل **b** با اتصال به زمین، بارهای منفی به زمین می‌روند. (وقتی یک جسم باردار را به زمین وصل می‌کنیم بارهای اضافی به زمین می‌روند)

در شکل **c** میله را از کره جدا می‌کنیم بارهای مثبت در کل میله توزیع می‌شود. کره دارای بار مثبت می‌شود.



این آقا به یک کره باردار دست زده است. بار کره به بدن ایشان منتقل شده و در روی بدن او و روی موهای او توزیع می‌شود وقتی تارهای مو دارای بار یکسان باشند هم‌دیگر را دفع می‌کنند و شخص بدین شکل در می‌آید.

توزیع بار در جسم رسانا: وقتی به یک جسم رسانا بار الکتریکی اضافه می‌دهیم، چون در جسم رسانا الکترون آزاد و حفره وجود دارد، بارهای اضافه باعث ایجاد جریانی از بار در جسم رسانا می‌شود. اگر جسم به زمین متصل باشد بارهای اضافی به زمین منتقل می‌شود، در غیر این صورت بارها در جسم رسانا حبس می‌شوند و چون این بارها هم‌دیگر را دفع می‌کنند می‌خواهند بیشترین فاصله را از هم پیدا کنند، سطح خارجی جسم بیشترین سطح را در اختیار بارها قرار می‌دهد پس:

هرگاه به یک جسم رسانا بار الکتریکی بدهیم، این بار در سطح خارجی جسم جمع شده و هیچ نشانی از بار در داخل جسم رسانا مشاهده نمی‌کنیم و اگر جسم غیر رسانا باشد، جریان در جسم وجود ندارد. بنابراین:

هرگاه به یک جسم غیر رسانا بار الکتریکی بدهیم، این بارها در همان جا باقی مانده و هیچ جریانی از بار در این جسم مشاهده نمی‌شود.

قانون کولن: اگر دو بار الکتریکی در فاصله r از هم دیگر قرار گیرند، بر هم نیرو وارد می‌کنند و مقدار این نیرو از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

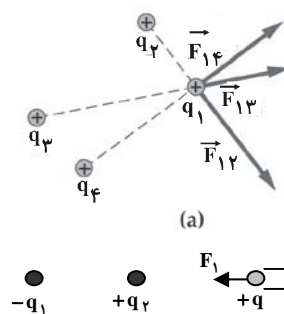
۱- F بزرگی نیرویی است که بار q_1 بر q_2 یا q_2 بر q_1 وارد می‌کند. دقت شود این دو نیرو همیشه با هم برابرند. زیرا دو نیروی فوق، عمل و عکس‌العمل می‌باشند.

$$k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$$

۲- ثابت کولن است و برابر است با:

۳- r فاصله بین دو بار می‌باشد. اگر بارها نقطه‌ای باشند، r فاصله دو نقطه می‌باشد.

۴- q بار الکتریکی جسم باردار است. مقدار بار یک جسم همیشه مضرب درستی از بار الکتریکی یک الکترون یعنی $e = 1.6 \times 10^{-19} C$ می‌باشد. واحد بار الکتریکی کولن می‌باشد. یک کولن مقدار باری است که وقتی در فاصله یک متری از بار مشابه خود قرار گیرد، نیروی بین دو بار برابر 9×10^9 نیوتون باشد.



هرگاه چند بار در اطراف بار q_1 قرار گیرند، برای تعیین نیروی وارد از طرف مجموعه بارهای مختلف بر بار q_1 ابتدا راستا و جهت نیروهای وارد از طرف هر بار بر بار q_1 را به دست آورده، سپس تمام این نیروها را در یک شکل مشخص می‌کنیم و در آخر با هر روشی (مثلث- متوازی‌الاضلاع- تجزیه یک بردار به دو مولفه) که برای ما راحت‌تر است، بین این نیروها برایندگیری می‌کنیم. هرگاه چند بار q_1, q_2, q_3, \dots در یک امتداد قرار داشته باشند و بخواهیم نیروهای وارد از طرف این بارها را بر یک بار دیگر q که آن‌هم در همان امتداد قرار دارد به دست آوریم، پس از تعیین راستای هر نیرو چون

نیروهای وارد بر بار q در یک امتداد است، بنابراین برای برایندگیری باید جمع یا تفاضل نیروها را محاسبه کنیم. در صورتی که بارها در یک امتداد قرار نداشتند، پس از تعیین راستا و جهت هر نیرو چون نیروها با هم زاویه می‌سازند، برای برایندگیری باید از قواعد گفته شده در بالا استفاده کنیم. در روش مثلث ابتدای هر بردار را بر انتهای بردار دیگر منطبق می‌کنیم و سپس برای تعیین برایند ابتدای بردار اول را به انتهای بردار آخر وصل می‌کنیم. در روش متوازی‌الاضلاع ابتدای دو بردار را بر هم منطبق می‌کنیم و روی این دو بردار یک متوازی‌الاضلاع می‌سازیم. قطر متوازی‌الاضلاع راستا و جهت برایند را نشان می‌دهد. اندازه بردار

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha$$

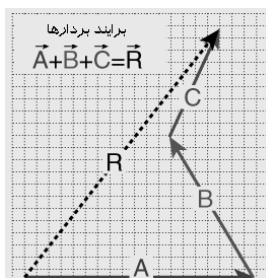
برایند از رابطه مقابل به دست می‌آید:

در این رابطه α زاویه بین دو بردار می‌باشد. اگر دو بردار با هم برابر باشند رابطه به

$$R = 2F \cos \frac{\alpha}{2}$$

شکل در می‌آید.

در روش تجزیه ابتدا یک محور مختصات انتخاب می‌کنیم و تمام بردارها را روی آن محور تجزیه می‌کنیم. سپس برایند بردارها را در روی محور x و y به دست می‌آوریم و در آخر بین این دو بردار برایندگیری می‌کنیم.



آزمون اول

پیشنهاد ما برای تدریس معلمان و مطالعه‌ی دانش‌آموزان (در کلاس یا به صورت خودآموزی)

سوال های تشریحی

بار الکتریکی و روش‌های باردار کردن اجسام

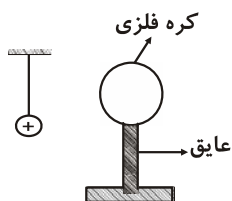
۱۳۱. علت پدیده‌های زیر را شرح دهید.

(الف) بادکنکی که با پارچه‌ی پشمی مالش داده شده، به دیوار می‌چسبد.

(ب) الکتروسکوپ باردار شده در معرض هوا، بعد از مدتی بی‌بار می‌شود.

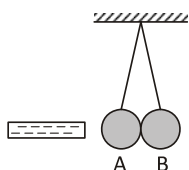
۱۳۲. یک کره‌ی فلزی بدون بار الکتریکی را که روی پایه‌ی نارسانایی قرار دارد، به آونگ الکتریکی

بارداری نزدیک می‌کنیم. با ذکر دلیل توضیح دهید که چه اتفاقی می‌افتد؟



۱۳۳. با توجه به شکل، اگر انگشت خود را یک لحظه با آونگ الکتریکی B تماس دهیم و سپس میله‌ی

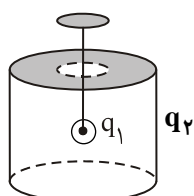
باردار را دور کنیم، دو آونگ نسبت به هم چگونه قرار می‌گیرند؟



۱۳۴. در شکل، یک کره‌ی رسانا با بار الکتریکی $q_1 = 1 \mu\text{C}$ به وسیله‌ی نخ عایقی به در فلزی یک

استوانه‌ی رسانا با بار $q_2 = -2 \mu\text{C}$ وصل شده است. اگر در استوانه را ببندیم به طوری که کره با

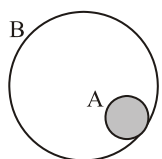
سطح داخلی استوانه تماس شود، وضعیت توزیع بار روی کره و استوانه را مشخص کنید.



۱۳۵. کره‌ی فلزی A را که دارای بار الکتریکی منفی است، با سطح داخلی کره‌ی رسانا و بدون بار B

تماس می‌دهیم. در این صورت، بار الکتریکی روی سطح خارجی توزیع

می‌شود.



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱۳۶. گلوله‌ی فلزی با بار $+Q$ به درون استوانه‌ی فلزی خنثی که روی میز عایقی قرار دارد تماس

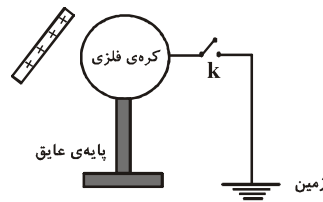
می‌دهیم. بار ایجاد شده در درون و بیرون استوانه به ترتیب برابر است با:

(۱) $-Q$ و $+Q$ (۲) صفر و $+Q$

(۳) $+\frac{Q}{4}$ و $+\frac{Q}{4}$ (۴) $+Q$ و صفر

۱۳۷. در شکل زیر، ابتدا کره‌ی فلزی خنثی و کلید k باز است. اگر میله‌ای با بار الکتریکی مثبت را به کره‌ی

فلزی نزدیک کرده و سپس کلید k را بسته و باز کنیم، با دور کردن میله بار الکتریکی کره ...



(۱) مثبت می‌شود.

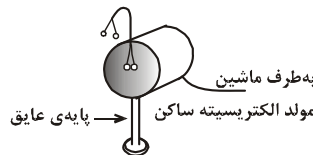
(۲) منفی می‌شود.

(۳) صفر می‌شود.

(۴) ابتدا منفی و سپس مثبت می‌شود.

۱۳۸. در آزمایش مربوط به شکل زیر، چهار گلوله‌ی فلزی توسط نخ‌های رسانا به داخل و خارج یک

استوانه‌ی فلزی وصل شده‌اند، این آزمایش نشان می‌دهد که ...



(۱) اجسام رسانا و نارسانای الکتریسیته چگونه عمل می‌کنند.

(۲) بارهای غیرهم‌نام یکدیگر را جذب می‌کنند.

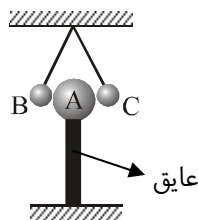
(۳) بارهای هم‌نام یکدیگر را دفع می‌کنند.

(۴) در اجسام رسانا بار الکتریکی در سطح خارجی پخش می‌شود.

۱۳۹. در شکل زیر، در ابتدا کره‌ی رسانای A باردار است و دو کره‌ی رسانای مشابه B و C که به نخ

ابریشمی متصل هستند، قبل از تماس با کره‌ی A ، بدون بار می‌باشند. دو کره را هم‌زمان با

کره‌ی A تماس می‌دهیم. وقتی کره‌ی A را برداریم، دو کره‌ی B و C ...



(۱) هم‌دیگر را جذب می‌کنند.

(۲) هم‌دیگر را دفع می‌کنند.

(۳) هیچ نیرویی بر هم وارد نمی‌کنند.

(۴) ابتدا هم‌دیگر را دفع و سپس جذب می‌کنند.

۱۴۰. یک میله‌ی شیشه‌ای باردار را مطابق شکل به دو جسم رسانا که روی پایه‌های عایقی قرار گرفته و

در تماس با هم هستند، نزدیک کرده و پس از جدا کردن آن‌ها از هم میله‌ی شیشه‌ای را دور

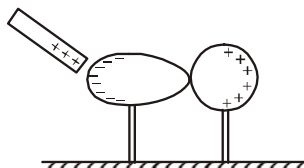
می‌کنیم. اندازه‌ی بار القا شده:

(۱) در کره بیش‌تر است.

(۲) در هادی نوک‌تیز بیش‌تر است.

(۳) در هر دو یکسان است.

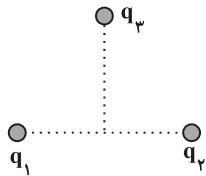
(۴) صفر است.



مضامین شیمی

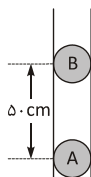
قانون کولن و نیروی الکتریکی بین دو بار

۱۴۱. بارهای الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = -4\mu\text{C}$ و $q_2 = -3\mu\text{C}$ مطابق شکل در فاصله‌ی 8 cm از یکدیگر ثابت شده‌اند. بار نقطه‌ای $q_3 = -5\mu\text{C}$ را در نقطه‌ای که فاصله‌ی آن از هر یک از دوبرار الکتریکی قبلی برابر 5 cm است، قرار می‌دهیم. نیروی الکتریکی وارد بر بار q_3 را محاسبه کنید.

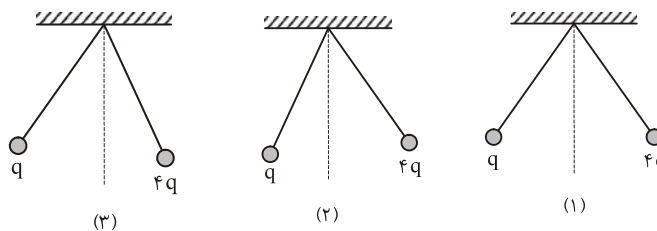


۱۴۲. دو کره‌ی رسانای هم‌اندازه با بار الکتریکی $-2q$ و $+4q$ در فاصله‌ی d از یکدیگر قرار دارند و نیروی F را به یکدیگر وارد می‌کنند. اگر دو کره را یک لحظه به هم تماس داده و در همان فاصله‌ی قبلی قرار دهیم، نیرویی چند برابر F را به هم وارد می‌کنند؟

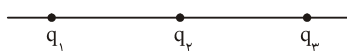
۱۴۳. مطابق شکل، دو گلوله‌ی ابونیتی در لوله‌ی عایقی قرار گرفته‌اند. وزن هر گلوله 4 N است. اگر به هر گلوله بار الکتریکی $-4\mu\text{C}$ داده شود، با فرض ثابت بودن گلوله‌ی A، گلوله‌ی B نسبت به وضعیت نشان داده شده در شکل چه قدر بالاتر می‌رود؟



۱۴۴. دو گلوله‌ی هم‌اندازه و با بارهای هم‌نام را که بار یکی 4 برابر دیگری است، به وسیله‌ی دو نخ از یک نقطه آویزان کرده‌ایم. کدام شکل طرز قرار گرفتن گلوله‌ها را در حالت تعادل درست نشان می‌دهد؟ چرا؟



۱۴۵. سه بار الکتریکی $q_1 = 4\mu\text{C}$ و $q_2 = -4\mu\text{C}$ و $q_3 = 16\mu\text{C}$ به ترتیب در فاصله‌ی 10 سانتی‌متری از یکدیگر و روی یک خط راست قرار گرفته‌اند. نیروی وارد بر بار q_2 را به دست آورید.



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱۴۶. بزرگی نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی q و q' که با فاصله d از یکدیگر قرار دارند، F است. اگر اندازه‌ی هر یک از دو بار و همچنین فاصله‌ی بین دو بار، دو برابر گردد، نیروی بین آنها چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۸
(۲) ۲
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) ۱

۱۴۷. دو ذره با بارهای الکتریکی $q_1 = +2\mu\text{C}$ و $q_2 = +5\mu\text{C}$ در فاصله‌ی ۳ سانتی‌متری از یکدیگر ثابت شده‌اند. اندازه‌ی نیروی الکتریکی‌ای که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند، چند نیوتون است و

نوع آن کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

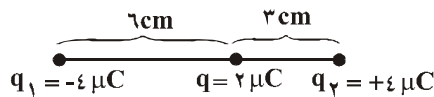
- (۱) ۳، رانشی
(۲) ۳، ربایشی
(۳) ۱۰۰، رانشی
(۴) ۱۰۰، ربایشی

۱۴۸. دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 3\mu\text{C}$ و $q_2 = -27\mu\text{C}$ در فاصله‌ی ۸ cm از یکدیگر ثابت شده‌اند. بار الکتریکی نقطه‌ای q_3 را در فاصله‌ی چند سانتی‌متری از بار الکتریکی q_2 قرار دهیم تا به حالت تعادل قرار گیرد؟ ($q_3 \neq 0$)

- (۱) ۴
(۲) ۸
(۳) ۱۲
(۴) ۲۴

۱۴۹. در شکل زیر، برآیند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای $q = 2\mu\text{C}$ برابر چند نیوتون است؟

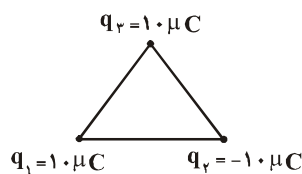
$$\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{SI}\right)$$



- (۱) ۶۰
(۲) ۶
(۳) ۱۰۰
(۴) ۱۰

۱۵۰. در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای q_1, q_2, q_3 در سه رأس یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع یک متر ثابت شده‌اند. بزرگی برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 از طرف دو بار q_1 و

q_2 چند نیوتون و جهت آن به کدام سو خواهد بود؟ $(\cos 60^\circ = \frac{1}{2})$ و $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



- (۱) $1/9$ و \leftarrow
(۲) $1/9$ و \rightarrow
(۳) $1/8$ و \leftarrow
(۴) $1/8$ و \rightarrow

■ ساختار اتم (مدل‌های اتمی و تعاریف پایه)

۳۷۱. کدام مطلب نادرست است؟

- ۱) نخستین بار تامسون توانست نسبت بار به جرم الکترون را اندازه‌گیری کند.
- ۲) نخستین بار رابرت میلیکان توانست مقدار بار الکتریکی الکترون را حساب کند.
- ۳) محاسبه‌ی جرم الکترون با استفاده از نسبت بار به جرم الکترون توسط تامسون انجام گرفت.
- ۴) ماری کوری پس از سال‌ها تلاش دریافت که تابش کشف شده توسط بکرل خود شامل چند تابش متمایز است.

۳۷۲. یون X^- دارای ۳۶ الکترون است. در صورتی که در یکی از ایزوتوپ‌های عنصر X با فراوانی ۹۰٪،

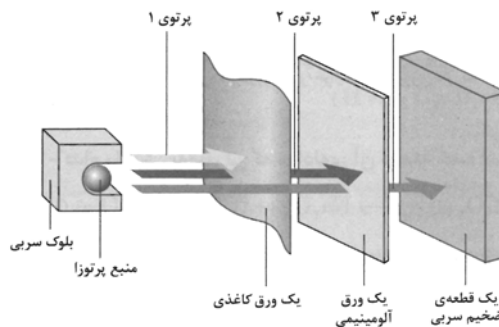
رابطه‌ی $A = \frac{16}{7}Z$ برقرار باشد و در ایزوتوپ دیگر اختلاف پروتون و نوترون ۹ باشد، جرم اتمی

میانگین عنصر X چند است؟ (A: عدد جرمی، Z: عدد اتمی)

- ۱) ۷۹/۱ ۲) ۷۹/۲ ۳) ۷۹/۹ ۴) ۷۹/۵

۳۷۳. با توجه به شکل روبه‌رو، از پرتو ... در تعیین قطر هسته‌ی اتم استفاده شد، تابش پرتو ... بر آند فلزی

در لوله‌ی کاتدی، پرتو X تولید می‌کند و پرتو ... در میدان الکتریکی به سمت قطب مثبت منحرف می‌شود.



- ۱) ۱، ۲ و ۳
- ۲) ۱، ۲ و ۳
- ۳) ۲، ۳ و ۴
- ۴) ۱، ۲ و ۳

۳۷۴. نقره دارای دو ایزوتوپ با جرم‌های اتمی ۱۰۶/۹ و ۱۰۸/۹ است. اگر فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر آن

برابر با ۵۲ درصد باشد، جرم اتمی متوسط نقره، کدام است؟

- ۱) ۱۰۷/۸۴ ۲) ۱۰۷/۸۶ ۳) ۱۰۷/۸۸ ۴) ۱۰۷/۸۹

۳۷۵. با توجه به شکل زیر، کدام عبارت درباره‌ی آن نادرست است؟



۱) تراز $n = 1$ ، پایدارترین تراز انرژی اتم هیدروژن است.

۲) نمایش یک مدل پلکانی برای ساختار اتم هیدروژن مطابق مدل رادرفورد است.

۳) طرحی برای توجیه بخش مرئی طیف نشری خطی اتم هیدروژن براساس مدل بور است.

۴) طرحی از مبادله‌ی انرژی الکترون هنگام جابه‌جایی آن در اتم، به صورت کوانتومی است.

۳۷۶. کدام مطلب درست است؟

۱) رادرفورد در آزمایش خود، ورقه‌ی نازکی از طلا را با ذره‌های بتا بمباران کرد.

۲) هر فلز، طیف نشری خاص خود را دارد که مانند اثر انگشت، وسیله‌ی شناسایی آن است.

۳) شمار پروتون‌های هر اتم را عدد اتمی و شمار نوترون‌های هر اتم را عدد جرمی آن می‌گویند.

۴) تامسون معتقد بود که الکترون‌ها در فضای کروی ابرگونه‌ای با بار الکتریکی منفی پراکنده‌اند.

۳۷۷. کدام مطلب نادرست است؟

- ۱) نمک‌های مس مانند کات کیود، اگر در شعله قرار گیرند، رنگ آبی شعله، به سبزی می‌گراید.
- ۲) خط‌های طیف نشری همه‌ی عنصرها در ناحیه مرئی قرار دارند.
- ۳) نور ناشی از ایجاد تخلیه‌ی الکتریکی درون گاز هیدروژن، رنگ صورتی روشن دارد.
- ۴) بررسی طیف نشری خطی یک نمونه، می‌تواند به شناسایی فلزهای موجود در آن کمک کند.

۳۷۸. رادرفورد در آزمایش بمباران ورقه‌ی نازک طلا به وسیله‌ی ذره‌های آلفا، از حلقه‌ی پوشیده شده از ...

... برای مشاهده‌ی سرنوشت ذره‌های آلفا و از یک ... برای کنترل بهتر تابش ماده‌ی پرتوزا استفاده کرد.

- ۱) روی سولفید - محافظ سربی
- ۲) روی سولفید - محافظ آلومینیمی
- ۳) قلع (II) کلرید - محافظ سربی
- ۴) قلع (II) کلرید - محافظ آلومینیمی

۳۷۹. ... نخستین بار عنوان کرد که همه‌ی مواد از ذرات کوچک و تجزیه‌ناپذیری به نام اتم ساخته شده‌اند، ... آب را عنصر اصلی سازنده‌ی جهان هستی می‌دانست و ... سه عنصر هوا، آتش و خاک را نیز به آب به‌عنوان عناصر سازنده‌ی جهان هستی اضافه کرد.

- ۱) دموکریت - ارسطو - تالس
- ۲) رابرت بویل - ارسطو - تالس
- ۳) دموکریت - تالس - ارسطو
- ۴) دالتون - رابرت بویل - ارسطو

۳۸۰. کدام گزینه جزء بندهای نظریه‌ی اتمی دالتون نیست؟

- ۱) ماده از ذره‌های تجزیه‌ناپذیری به نام اتم ساخته شده است.
- ۲) اتم عنصرهای مختلف جرم و خواص شیمیایی مشابهی دارند.
- ۳) اتم عنصرهای مختلف به هم متصل می‌شوند و مولکول‌ها را به وجود می‌آورند.
- ۴) همه‌ی اتم‌های یک عنصر مشابه یک‌دیگرند.

■ ساختار اتم + خواص تناوبی عناصر (تا انتهای بررسی گروه‌ها)

۳۸۱. اگر عدد کوانتومی اصلی (n) یک لایه (سطح انرژی) الکترونی اتم برابر با ۴ باشد، کدام عددها را می‌توان به عدد کوانتومی (l) الکترون‌های آن لایه نسبت داد و حداکثر گنجایش آن لایه چند الکترون است؟ (عددها را از راست به چپ بخوانید.)

- ۱) ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹
- ۲) ۰، ۱، ۲، ۳، ۴
- ۳) ۰، ۱، ۲، ۳، ۴
- ۴) ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵

۳۸۲. عدد کوانتومی اوربیتالی با نماد نشان داده می‌شود و از روی آن اوربیتال‌های اتمی در هر معین و آن‌ها مشخص می‌شود.

- ۱) l - شماره - زیر لایه - شکل
- ۲) m_l - شماره - زیر لایه - شکل
- ۳) l - شکل - لایه - جهت گیری
- ۴) m_l - شکل - لایه - جهت گیری

۳۸۳. کدام مجموعه از سه عدد کوانتومی را می‌توان به الکترون آخرین تراز فرعی اتم بور (B) نسبت داد؟

- ۱) n = ۲، l = ۲ و m_s = - $\frac{1}{4}$
- ۲) n = ۲، l = ۱ و m_s = + $\frac{1}{4}$
- ۳) n = ۳، l = ۱ و m_s = + $\frac{1}{4}$
- ۴) n = ۳، l = ۲ و m_s = - $\frac{1}{4}$

۳۸۴. در میان داده‌های جدول روبه‌رو، تنها داده‌های مندرج در ردیف از ستون آن نادرست است.

ردیف	شماره اوربیتال	m _l	l	زیر لایه
۱	۱	۰	۰	s
۲	۳	+۱، ۰، -۱	۱	p
۳	۵	+۲، ۰، -۲	۲	d

- ۱) دو - دو
- ۲) دو - سه
- ۳) سه - دو
- ۴) سه - سه

پاسخ تشریحی ریاضی (۳)

۱- الف) در پرتاب دو تاس فضای نمونه‌ای ۳۶ حالت دارد. (چون هر تاس ۶ حالت دارد و وقتی دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، طبق اصل ضرب تعداد حالات هر یک را در هم ضرب می‌کنیم)
 $n(S) = 6 \times 6 = 36$
 ب) پیشامد یکسان بودن اعداد رو شده به صورت زیر است:

$$A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\} \Rightarrow n(A) = 6 \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ج) پیشامد آن که مجموع اعداد رو شده کم‌تر از ۵ باشد، به صورت زیر است:

$$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (3,1)\} \Rightarrow n(B) = 6 \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

۲- فضای نمونه‌ای، انتخاب یک عدد از بین ده عدد موجود است، یعنی:
 $n(S) = C(10, 1) = \frac{10!}{9! \times 1!} = 10$
 الف) برای این که عدد فرد باشد، باید یکی از اعداد $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ انتخاب شود، بنابراین تعداد اعضای فضای پیشامد برابر است با:

$$n(A) = C(5, 1) = \frac{5!}{4! \times 1!} = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

ب) برای این که عدد مضرب پنج باشد، باید یکی از اعداد $\{5, 10\}$ انتخاب شود. بنابراین تعداد اعضای فضای پیشامد برابر است با:

$$n(B) = C(2, 1) = \frac{2!}{1! \times 1!} = 2 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

۳- فضای نمونه‌ای این مسأله انتخاب سه مهره از تعداد کل مهره‌ها، یعنی $C(19, 3)$ است.

$$n(S) = C(19, 3) = \frac{19!}{16! \times 3!} = \frac{19 \times 18 \times 17 \times 16!}{16! \times 3 \times 2 \times 1} = 969$$

الف) هر سه مهره هم‌رنگ باشند، یعنی یا هر سه مهره قرمز یا هر سه مهره آبی یا هر سه مهره سبز باشند.
 بنابراین تعداد اعضای فضای پیشامد برابر است با:

$$n(A) = C(5, 3) + C(6, 3) + C(8, 3) = \frac{5!}{2! \times 3!} + \frac{6!}{3! \times 3!} + \frac{8!}{5! \times 3!} \Rightarrow n(A) = 10 + 20 + 56 = 86$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{86}{969}$$

ب) حداقل دو مهره سبز یعنی یا دو مهره سبز یا سه مهره سبز، در حالت دو مهره سبز، مهره‌ی سوم باید از بین دو رنگ قرمز یا آبی یعنی ۱۱ مهره انتخاب شود. بنابراین تعداد اعضای فضای پیشامد برابر است با:

$$n(B) = C(8, 2) \times C(11, 1) + C(8, 3) = \frac{8!}{6! \times 2!} \times \frac{11!}{10! \times 1!} + \frac{8!}{5! \times 3!}$$

$$\Rightarrow n(B) = 28 \times 11 + 56 = 308 + 56 = 364 \quad \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{364}{969}$$

۴- اعداد دو رقمی ساخته شده با این ارقام عبارت‌اند از:

$$S = \{11, 12, 14, 15, 21, 22, 24, 25, 41, 42, 44, 45, 51, 52, 54, 55\}$$

$$n(S) = 4 \times 4 = 16$$

از بین این ۱۶ عدد، اعدادی که مضرب ۳ باشند و مضرب ۴ نباشند، عبارت‌اند از:

$$A = \{15, 21, 42, 45, 51, 54\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 6$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

-۵

فضای نمونه‌ای این مسئله انتخاب ۳ سیب از تعداد کل یعنی ۱۷ سیب است که برابر است با:

$$n(S) = C(17, 3) = \frac{17!}{14! \times 3!} = 680$$

تعداد سیب‌های سالم از تعداد سیب‌های خراب بیش‌تر است یعنی یا ۳ سیب سالم و هیچ سیب خراب یا ۲ سیب سالم و یک سیب خراب برداشته‌ایم.

$$\begin{aligned} n(A) &= C(12, 3) \times C(5, 0) + C(12, 2) \times C(5, 1) \\ \Rightarrow n(A) &= \frac{12!}{9! \times 3!} \times \frac{5!}{5! \times 0!} + \frac{12!}{10! \times 2!} \times \frac{5!}{4! \times 1!} \\ \Rightarrow n(A) &= 220 + 330 = 550 \\ \Rightarrow P(A) &= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{550}{680} = \frac{55}{68} \end{aligned}$$

-۶

فضای نمونه‌ای مجموعه‌ی $\{1, 11, 12, \dots, 27\}$ است که ۱۸ عضو دارد. از میان این اعداد، ۱۴ و ۲۱ مضرب ۷ هستند. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} n(S) &= 18 \\ n(A) &= 2 \\ \Rightarrow P(A) &= \frac{2}{18} = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

-۷

فضای نمونه‌ای، همه‌ی اعداد چهار رقمی بدون تکرار کوچک‌تر از ۶۰۰۰ با ارقام داده شده است.

عدد چهار رقمی را به صورت اول دوم سوم چهارم در نظر می‌گیریم. برای آن که عدد از ۶۰۰۰ کوچک‌تر باشد، در مکان چهارم یکی از ارقام ۲ یا ۳ یا ۵ می‌تواند قرار بگیرد، یعنی ۳ حالت دارد. از پنج رقم ممکن، یکی در مکان چهارم استفاده شده است، بنابراین به دلیل غیرتکراری بودن در مکان‌های سوم و دوم و اول به ترتیب چهار، سه و دو حالت وجود دارد، یعنی داریم:

$$n(S) = \boxed{3} \times \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2} = 72$$

برای آن که عدد زوج باشد، در مکان اول رقم ۲ باید قرار بگیرد و در مکان چهارم یکی از ارقام ۳ یا ۵، بنابراین داریم:

$$n(A) = \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} = 12 \quad P(A) = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$$

-۸

تعداد زیر مجموعه‌های r عضوی از مجموعه‌ی n عضوی برابر است با: $C(n, r)$. یعنی داریم: $n(S) = C(9, 3) = \frac{9!}{6! \times 3!} = 84$

اگر بخواهیم حاصل ضرب ۳ عدد زوج باشد، باید حداقل یکی از آن‌ها زوج باشد، از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم. یعنی احتمال این که هر سه عدد فرد باشند را حساب کرده و در آخر از یک کم می‌کنیم:

$$P(\text{حداقل یکی از اعداد زوج}) = 1 - P(\text{هر سه فرد}) = 1 - \frac{C(5, 3)}{C(9, 3)} = 1 - \frac{10}{84} = 1 - \frac{5}{42} = \frac{37}{42}$$

-۹

فضای نمونه‌ای $6 \times 6 = 36$ عضو دارد. اعداد روی تاس که مضرب ۳ نباشند عبارت‌اند از: ۱ و ۲ و ۴ و ۵، بنابراین فضای پیشامد $4 \times 4 = 16$ عضو دارد. در نتیجه داریم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

-۱۰

فضای نمونه‌ای $6 \times 6 \times 6 = 216$ عضو دارد. برای آن که هر سه عدد رو شده متمایز باشند، باید عددی که برای یک تاس رو می‌شود در تاس‌های دیگر رو نشود. بنابراین فضای پیشامد $6 \times 5 \times 4 = 120$ عضو دارد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{120}{216} = \frac{5}{9}$$

-۱۱ گزینهی «۲»

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \Rightarrow n(A) = 7 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{9}$$

-۱۲ گزینهی «۴» چون جنسیت فرزند اول مشخص است در واقع با فضای نمونه‌ای دو فرزند دیگر روبه‌رو هستیم:

$$n(S) = 4$$

$$A = \{\text{حداقل یک پسر باشد}\} = \{(پ, پ) \text{ و } (پ, د) \text{ و } (د, پ)\} \Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{4}$$

-۱۳ گزینهی «۲» تک تک گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم:

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$K = 9 \Rightarrow \{(6,3), (5,4), (4,5), (3,6)\}$$

$$K = 8 \Rightarrow \{(6,2), (5,3), (4,4), (3,5), (2,6)\}$$

$$K = 7 \Rightarrow \{(6,1), (5,2), (4,3), (3,4), (2,5), (1,6)\}$$

$$K = 6 \Rightarrow \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$$

بنابراین در بین گزینه‌ها، $n(K=7)$ از همه بیش‌تر است، بنابراین $P(K=7) = \frac{n(K=7)}{n(S)}$ نیز از گزینه‌های دیگر بیش‌تر

است.

-۱۴ گزینهی «۴» باید هر نقطه از روی یک خط انتخاب شود. در واقع یکی از یک نقطه و یکی از دو نقطه و یکی از سه نقطه و یکی از چهار نقطه‌ی رو خطوط.

$$P = \frac{\binom{1}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{4}{1}}{\binom{10}{4}} = \frac{24}{210} = \frac{4}{35}$$

-۱۵ گزینهی «۴» با توجه به مجموعه‌ی $\{1, 2, 4, 7\}$ رقم هزارگان عدد مورد نظر فقط باید ۲ باشد، تا عدد ساخته شده بین ۲۰۰۰ و ۴۰۰۰ باشد، بنابراین از بین چهار حالت ممکن برای رقم هزارگان فقط یک حالت مطلوب است، پس:

$$P = \frac{1}{4} \text{ : احتمال مورد نظر}$$

-۱۶ گزینهی «۱» عبارت "TAB" را یک شیء فرض می‌کنیم که در کنار دو حرف L و E، تشکیل ۳ شیء می‌دهند و به ۳! حالت در کنار هم جابه‌جا می‌شوند. از طرفی اگر هیچ شرطی اعمال نشود، ۵ حرف کلمه‌ی TABLE در کنار هم به ۵! حالت جابه‌جا می‌شوند، بنابراین داریم:

$$L \text{ (TAB) } E \text{ : یکی از جایگشت‌های مطلوب}$$

$$\Rightarrow P = \frac{3!}{5!} = \frac{3!}{3! \times 4 \times 5} = \frac{1}{20} \text{ : احتمال مورد نظر}$$

-۱۷ گزینهی «۱» احتمال به دنیا آمدن یک نفر در یک ماه خاص مانند خرداد، برابر $\frac{1}{12}$ است و چون تولد افراد، پیشامدهای مستقل است، پس داریم:

$$P = \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{12^3} \text{ : احتمال مورد نظر}$$

۱۸- گزینه‌ی «۲» تعداد حالات فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = \binom{4+3+2+1}{3} = \binom{10}{3} = 120.$$

برای آن که هر سه مهره هم‌رنگ باشند، دو حالت وجود دارد: هر سه سبز یا هر سه آبی؛ اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم، داریم:

$$n(A) = \binom{4}{3} + \binom{3}{3} = 4 + 1 = 5$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{120} = \frac{1}{24}$$

۱۹- گزینه‌ی «۲» باید ۳ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه انتخاب شود، پس داریم:

$$P = \frac{\binom{4}{3} \binom{4}{3}}{\binom{8}{6}} = \frac{4 \times 4}{\frac{8 \times 7}{2}} = \frac{4}{7}$$

احتمال مورد نظر

۲۰- گزینه‌ی «۴» اگر فرزند پسر را با «پ» و فرزند دختر را با «د» و پیشامد مورد نظر را با A نشان دهیم، آن‌گاه:

$$A = \{ \text{دپدپ}, \text{پدپد}, \text{پدپد}, \text{دپدپ}, \text{دپدپ}, \text{دپدپ} \} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

از طرفی، جنسیت ۴ فرزند، $n(S) = 2^4 = 16$ حالت دارد، پس:

۲۱- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند آن‌گاه $P(A \cap B) = 0$ و داریم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{1}{3} + P(B)$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۲۲- بارش باران را با A و بارش برف را با B نمایش می‌دهیم. داریم: $P(A) = 0.20$, $P(B) = 0.26$, $P(A \cap B) = 0.17$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.20 + 0.26 - 0.17 = 0.29$$

۲۳- اول بودن عدد را با A و فرد بودن را با B نمایش می‌دهیم. داریم:

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11\} \Rightarrow n(A) = 5$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \Rightarrow n(B) = 6$$

$$A \cap B = \{3, 5, 7, 11\} \Rightarrow n(A \cap B) = 4, \quad n(S) = 12 \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{5}{12} + \frac{6}{12} - \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$$

۲۴- فضای نمونه‌ای ۸ عضو دارد. اگر پیشامد اول بودن را A و پیشامد فرد بودن را B بنامیم، این سوال احتمال پیشامد $A \cup B$ را

خواسته است داریم:

$$A = \{2, 3, 5, 7\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$B = \{1, 3, 5, 7\} \Rightarrow n(B) = 4$$

$$A \cap B = \{3, 5, 7\} \Rightarrow n(A \cap B) = 3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{4}{8} + \frac{4}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

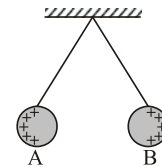
پاسخ تشریحی فیزیک (۳)

۱۳۱- الف) بادکنک در اثر مالش با پارچه‌ی پشمی، باردار می‌شود. با نزدیک کردن بادکنک به دیوار، بار الکتریکی در سطح دیوار القاء می‌شود. به گونه‌ای که بارهای ناهم‌نام بادکنک و سطح دیوار در نزدیکی هم قرار گرفته و یک‌دیگر را جذب می‌کنند.
ب) در اثر پدیده‌ی تخلیه‌ی الکتریکی، بارهای الکتروسکوپ که در آن قرار دارند، در هوا تخلیه می‌شود.

۱۳۲- چون کره‌ی فلزی خنثی است وقتی آن را به آونگ الکتریکی نزدیک می‌کنیم مطابق شکل بارهای مثبت و منفی آن از هم جدا شده و بارهای منفی در نزدیکی گلوله‌ی فلزی و بارهای مثبت به دورترین نقطه از کره‌ی فلزی یعنی به انتهای سمت راست آن می‌رود از آن‌جا که بارهای غیرهم‌نام یک‌دیگر را می‌ریابند آونگ الکتریکی جذب کره‌ی فلزی می‌شود و پس از تماس با کره مقداری بار مثبت به کره می‌دهد، در این حالت بار الکتریکی آونگ و کره یکسان می‌شود، بنابراین آونگ الکتریکی از کره دور می‌شود.

۱۳۳- با نزدیک کردن میله‌ای با بار منفی به دو آونگ A و B، بارهای هم‌نام با میله، به دورترین نقطه، یعنی به آونگ B می‌روند و بارهای ناهم‌نام با بار میله، در نزدیک‌ترین نقطه، یعنی در آونگ A قرار می‌گیرند.

اگر انگشت خود را یک لحظه به آونگ B تماس دهیم، بارهای منفی به زمین منتقل شده و آونگ B بدون بار می‌شود. با دور کردن میله‌ی باردار، بار الکتریکی آونگ A به طور مساوی بین دو آونگ تقسیم می‌شود، پس هر دو آونگ، دارای بار مثبت شده و یک‌دیگر را می‌رانند.



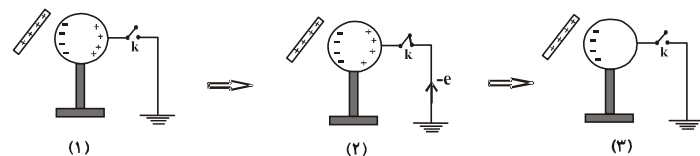
پس از تماس کل بار الکتریکی کره روی سطح خارجی استوانه توزیع می‌گردد. چون بعد از تماس بار کره صفر می‌شود. طبق اصل پایستگی بار الکتریکی می‌توان نوشت:

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2 \xrightarrow{q'_1=0} q'_2 = q_1 + q_2 = 1.0 + (-2) \rightarrow q'_2 = 1\mu\text{C}$$

۱۳۵- کره‌ی A، کره‌ی B

۱۳۶- گزینه‌ی «۲» تمام بارهای آزاد به علت دافعه به سطح بیرونی استوانه هدایت می‌شوند و در نتیجه بار درون استوانه صفر و بار بیرون استوانه +Q خواهد شد.

۱۳۷- گزینه‌ی «۲» با نزدیک کردن میله با بار الکتریکی مثبت به کره‌ی فلزی خنثی، بار الکتریکی منفی در سمت چپ کره و بار الکتریکی مثبت در سمت راست آن القا می‌شود. بعد از بستن کلید k، الکترون‌ها از زمین به سمت کره حرکت کرده و بارهای مثبت کره را خنثی می‌کنند و در نهایت بعد از باز کردن کلید k، کره دارای بار منفی خواهد شد.



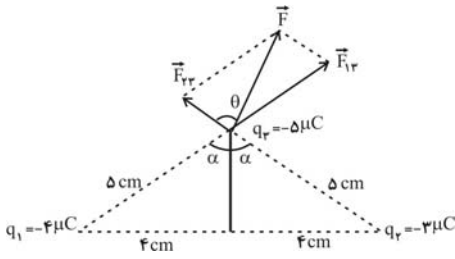
۱۳۸- گزینه‌ی «۴» گلوله‌های فلزی درونی جمع شده‌اند؛ این نشان می‌دهد که بار ندارند ولی گلوله‌های فلزی خارجی جدا شده‌اند و این نشان می‌دهد که بار الکتریکی اضافی در سطح خارجی رساناها پخش می‌شود.

۱۳۹- گزینه‌ی «۲» وقتی دو کره با کره‌ی A تماس می‌دهیم، چون کره‌ی A باردار و رسانا است، هر دو کره‌ی رسانای مشابه B و C دارای بارهای یکسان می‌شوند و پس از حذف کره‌ی A، کره‌های رسانای B و C یک‌دیگر را دفع می‌کنند.

۱۴۰- گزینهی «۳» چون جمع جبری بارهای القایی بر روی مجموعه‌ی دو جسم رسانا صفر است. پس قدرمطلق بار القا شده روی آن‌ها کاملاً مساوی است.

۱۴۱-

ابتدا بزرگی و جهت نیرویی که از طرف هر یک از بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌شود را تعیین می‌کنیم و سپس برآیند آن‌ها را به دست می‌آوریم.



$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-4}} = 72 \text{ N}$$

$$F_{23} = k \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-4}} = 54 \text{ N}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{5} = 0.6 \Rightarrow \alpha = 53^\circ, \theta = 2\alpha = 2 \times 53^\circ = 106^\circ, \cos 106^\circ \approx -0.28$$

$$F_T = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2 + 2F_{13}F_{23} \cos \theta} = \sqrt{72^2 + 54^2 + 2 \times 72 \times 54 \times \cos 106^\circ} \Rightarrow$$

$$F_T \approx 77 \text{ N}$$

۱۴۲-

در صورتی که دو کره‌ی رسانای باردار به بارهای q_1 و q_2 و هم‌اندازه به شعاع‌های $R_1 = R_2$ را یک لحظه به هم تماس دهیم، بار هر یک از دو کره پس از تماس هم‌اندازه خواهد شد و مقدار بار هر یک از دو کره برابر است با:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

$$q'_1 = q'_2 = \frac{4q - 2q}{2} = \frac{2q}{2} = q$$

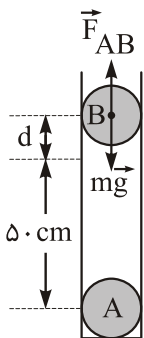
بنابراین برای مقایسه‌ی نیروی کولنی بین دو کره در دو حالت داریم:

$$\frac{F'}{F} = \left(\frac{q'_1 q'_2}{q_1 q_2} \right) \cdot \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \xrightarrow{q'_1 = q'_2 = q, r = r' = d}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{q \cdot q}{4q(-4q)} \cdot \left(\frac{d}{d} \right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = -\frac{1}{16}$$

۱۴۳-

$$mg = 0.4 \text{ N} \quad q_A = q_B = -4 \mu\text{C} \quad d = ? \text{ cm}$$



با توجه به نیروی رانش بین دو گلوله، گلوله‌ی B تا جایی بالا می‌رود که نیروی وزن آن با نیروی رانشی که گلوله‌ی A به آن وارد می‌کند، برابر شود.

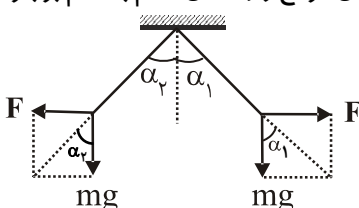
$$F = mg \Rightarrow \frac{kq_A q_B}{r^2} = mg \Rightarrow \frac{(9 \times 10^9) \times (4 \times 10^{-6}) \times (4 \times 10^{-6})}{(0.5 + d)^2} = 0.4$$

$$\frac{144 \times 10^{-3}}{(0.5 + d)^2} = 0.4 \Rightarrow (0.5 + d)^2 = \frac{144 \times 10^{-3}}{0.4}$$

$$(0.5 + d)^2 = 36 \times 10^{-2} \quad 0.5 + d = 0.6 \Rightarrow d = 0.1 \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

۱۴۴-

زیرا جرم گلوله‌ها و نیروی رانشی بین آن‌ها برابر است. بنابراین باید زاویه‌ی بین راستای هر نخ و راستای قائم با هم برابر باشد.



$$\tan \alpha_1 = \tan \alpha_2 = \frac{F}{mg} \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2$$

ابتدا بزرگی و جهت نیرویی را که از طرف هر یک از بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌شود، تعیین می‌کنیم و سپس برآیند آن‌ها را به دست می‌آوریم.

۱۴۵-

$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{10^{-2}} = 14/4 \text{ N}$$

$$F_{23} = k \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 16 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{10^{-2}} = 57/6 \text{ N}$$

$$F_T = F_{23} - F_{12} = 57/6 - 14/4 = 43/2 \text{ N}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{k(q_2)(2q')}{kq_1 q'} \frac{(2d)^2}{d^2} = 1$$

نسبت نیروی کولنی را برای این دو حالت به ترتیب مقابل می‌نویسیم: «۴- گزینه ۱۴۶»

با استفاده از رابطه‌ی قانون کولن داریم: «۱۴۷- گزینه ۳»

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{(0.3)^2} \Rightarrow F = 100 \text{ N}$$

چون بارهای الکتریکی دو ذره هم‌علامت است، نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند، از نوع رانشی است.

با توجه به شکل، چون دو بار ناهم‌نام هستند، باید بار q_3 را روی امتداد خط واصل بارها، خارج از فاصله‌ی بین دو بار و نزدیک باری که اندازه‌ی آن کم‌تر است، قرار دهیم تا به حالت تعادل قرار گیرد. بنابراین با توجه به شرط تعادل، می‌توان نوشت: «۱۴۸- گزینه ۳»

$$|\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}| \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = k \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{q_1}{r_{13}^2} = \frac{q_2}{r_{23}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{x^2} = \frac{27}{(\lambda + x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{9}{(\lambda + x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{3}{\lambda + x} \Rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

$$r_{23} = 4 + 8 = 12 \text{ cm}$$

بنابراین فاصله‌ی بار q_3 از بار q_2 برابر است با: دقت کنید، اندازه و علامت بار q_3 در تعادل آن بی‌تأثیر است ولی شکل با فرض $q_3 > 0$ رسم شده است.

نیروهای حاصل از q_1 و q_2 در نقطه‌ی O هم‌جهت هستند. «۱۴۹- گزینه ۳»

$$F = F_1 + F_2 = \frac{kq_1 q}{r_1^2} + \frac{kq_2 q}{r_2^2}$$

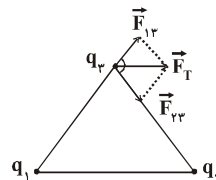
$$\Rightarrow F = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 2 \times 10^{-12}}{36 \times 10^{-4}} + \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 2 \times 10^{-12}}{9 \times 10^{-4}} = 100 \text{ N}$$

بنابه رابطه‌ی کولن، چون فاصله‌ی بارها از یکدیگر و اندازه‌ی آن‌ها یک‌سان است، اندازه‌ی دو نیروی \vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} با یکدیگر برابر خواهند بود و داریم: «۱۵۰- گزینه ۲»

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$|\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}| = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{1^2} = 0.9 \text{ N}$$

$$F_T = 2F_{13} \cos \frac{120^\circ}{2} \Rightarrow F_T = 2 \times 0.9 \times \frac{1}{2} \Rightarrow F_T = 0.9 \text{ N}$$



پاسخ تشریحی شیمی (۲)

دانشمندی که کشف کرد که تابش کشف شده توسط بکرل، خود شامل ۳ تابش متمایز است، آقای رادرفورد بود و نه خانم کوری! «۳۷۱- گزینه ی ۴»

$$X : Z = p = e = ۳۵$$

«۳۷۲- گزینه ی ۳»

$$A_1 : A = \frac{۱۶}{۷} Z = \frac{۱۶}{۷} \times ۳۵ = ۸۰ \quad ۹۰\% \text{ فراوانی}$$

$$A_2 : p + n = ۳۵ + ۴۴ = ۷۹ \quad ۱۰\% \text{ فراوانی}$$

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(۷۹ \times ۱۰) + (۸۰ \times ۹۰)}{۱۰۰} = ۷۹/۹$$

از پرتوی α در آزمایش تابانیدن آن بر صفحه ی طلا، در تعیین قطر هسته ی اتم استفاده شد. پرتوی β ضمن برخورد بر آند فلزی، موجب تولید پرتو X می شود.

پرتوی β که ذرات تشکیل دهنده ی آن، الکترون بوده و بار منفی دارد، در میدان الکتریکی به سمت قطب مثبت منحرف می شود.

«۳۷۴- گزینه ی ۲» $\% ۴۸ = (۱۰۰ - ۵۲) =$ فراوانی ایزوتوپ سنگین تر

$$\text{جرم اتمی متوسط} = \left(۱۰۸/۹ \times \frac{۴۸}{۱۰۰} \right) + \left(۱۰۶/۹ \times \frac{۵۲}{۱۰۰} \right) = ۱۰۷/۸۶$$

شکل داده شده، نمایش مدل پلکانی برای ساختار اتم هیدروژن مطابق مدل اتمی بور است، نه رادرفورد! «۳۷۵- گزینه ی ۲»

هر فلز، طیف نشری خطی منحصر به فردی دارد که با طیف نشری خطی سایر فلزها متفاوت بوده و همانند اثر انگشت، می تواند وسیله ی شناسایی آن باشد. «۳۷۶- گزینه ی ۲»

فقط آن دسته از خطوط طیف نشری، مرئی اند که مربوط به انتقال الکترون از تراز بالاتر به تراز $n = ۲$ می باشند. «۳۷۷- گزینه ی ۲»

رادرفورد در آزمایش بمباران ورقه ی نازک طلا به وسیله ی ذره های آلفا، از حلقه ی پوشیده شده از روی سولفید به عنوان ماده ی فلورسنت جهت مشاهده ی بهتر سرنوشت پرتوهای آلفا و برای کنترل بهتر تابش ماده ی پرتوزا از یک محافظ سربی استفاده کرد. «۳۷۸- گزینه ی ۱»

دموکریت نخستین بار عنوان کرد که مواد از ذرات کوچک و تجزیه ناپذیری به نام اتم ساخته شده اند، تالس آب را عنصر اصلی سازنده ی جهان هستی می دانست و ارسطو سه عنصر هوا، خاک و آتش را نیز به آب به عنوان عناصر سازنده ی جهان هستی افزود. «۳۷۹- گزینه ی ۳»

طبق مدل اتمی دالتون، اتم عنصرهای مختلف جرم و خواص شیمیایی متفاوتی دارند. «۳۸۰- گزینه ی ۲»

$$n = ۴ \Rightarrow l = ۰, ۱, ۲, ۳$$

«۳۸۱- گزینه ی ۲»

$$n = ۴ \Rightarrow \text{حداکثر گنجایش تعداد الکترون} = ۲ \times ۴^2 = ۳۲$$

$$d \text{ زیرلایه ی } l = ۲ \Rightarrow m_l = (-۲)$$

«۳۸۲- گزینه ی ۳»

$$\text{تا } (+۲) \Rightarrow m_l = -۲, -۱, ۰, +۱, +۲$$

آخرین تراز فرعی B ، تراز $۲p$ است که تنها الکترون موجود در آن، دارای عددهای کوانتومی به صورت زیر است: «۳۸۳- گزینه ی ۲»

$$۲p^1 \Rightarrow n = ۲, l = ۱, m_l = -۱, m_s = +\frac{1}{2}$$